basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2013

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 2 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 13 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

7. TWEE diagramvelle vir VRAAG 2.1, VRAAG 2.2 en VRAAG 12 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie diagramvelle in die ruimtes voorsien en plaas die diagramvelle agterin jou ANTWOORDEBOEK.

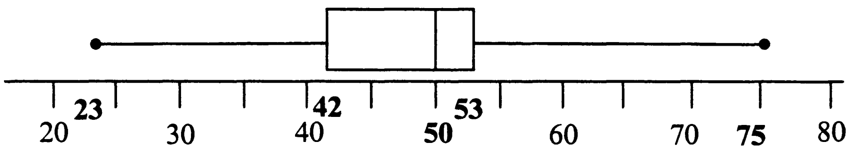
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.

9. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die vyfgetalopsomming van die hoogtes van bome drie maande nadat hulle geplant is, is (23 ; 42 ; 50 ; 53 ; 75). Hierdie inligting word in die mond-en-snordiagram hieronder aangetoon.



1.1 Bepaal die interkwartielvariasiewydte. (2)

1.2 Watter persentasie plante het 'n hoogte van meer as 53 cm? (2)

1.3 Tussen watter kwartiele het die hoogtes van die bome die kleinste variasie? Verduidelik. (2)

[6]

VRAAG 2

Die verband tussen bloedalkoholvlakke en die risiko om 'n motorongeluk te maak, word al jare lank bestudeer. Navorsing het die volgende resultate getoon:

BLOEDALKOHOLVLAK (%)	RELATIEWE RISIKO OM 'N MOTORONGELUK TE MAAK (%)
0,00	1,0
0,05	2,9
0,10	8,5
0,15	24,8
0,20	72,2
0,21	89,5

2.1 Teken 'n spreidiagram op DIAGRAMVEL 1 om die data voor te stel. (3)

2.2 Trek 'n lyn (of kromme) van beste passing op DIAGRAMVEL 1. (1)

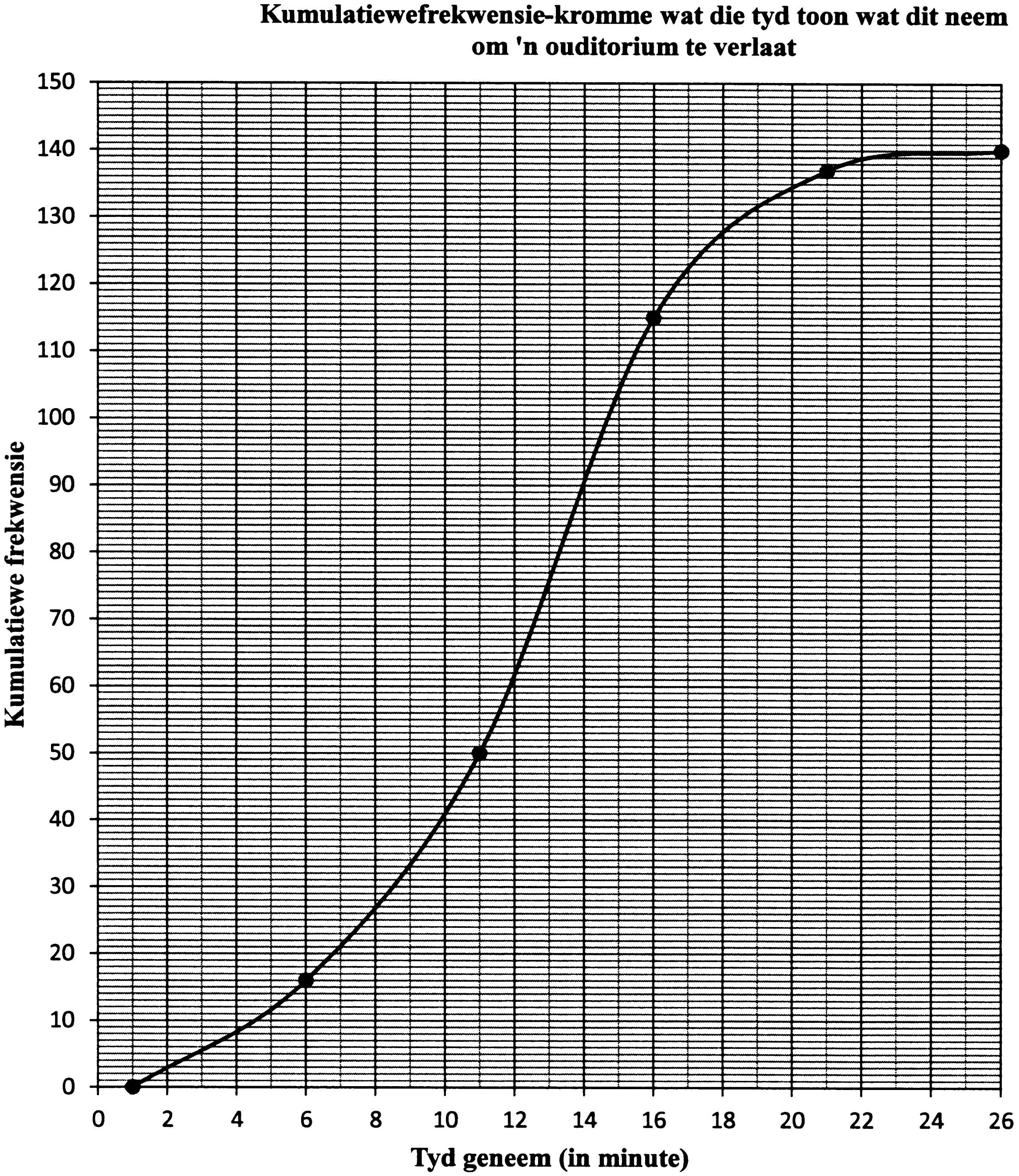
2.3 Beskryf die tendens van die data. (1)

2.4 Skat die waarskynlikheid om 'n motorongeluk te maak wanneer jou bloedalkoholvlak 0,18% is. (Die wettige perk van die bloedalkoholvlak is 0,05%.) (2)

[7]

VRAAG 3

Die kumulatiewefrekwensie-kromme (ogief) wat hieronder geteken is, toon die tyd (in minute) wat dit 140 konsertgangers neem om 'n ouditorium na 'n vertoning te verlaat.



3.1 Skat die getal mense wat meer as 15 minute geneem het om die ouditorium te verlaat. (2)

3.2 Skat die getal mense wat tussen 8 en 12 minute geneem het om die ouditorium te verlaat. (2)

3.3 Skryf die modale klas vir die data neer. (1)

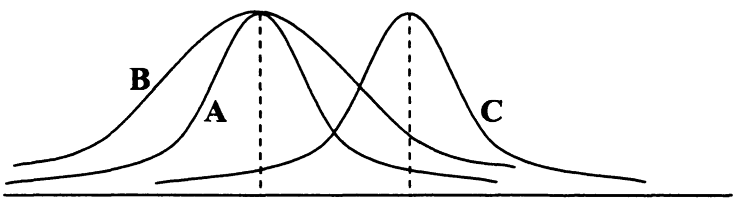
[5]

VRAAG 4

Die graad 10-klasse van drie skole het 'n kwartaaltoets geskryf. Al drie skole het dieselfde getal leerders in graad 10. Die uitslae van die toetse is in die tabel hieronder opgesom.

	SKOOL A	SKOOL B	SKOOL C
Gemiddeld	9,8	9,8	14,8
Standaardafwyking	2,3	3,1	2,3

Die verspreiding van die uitslae word in die diagram hieronder aangetoon.



4.1 In watter skool (A, B of C) is die meerderheid van die uitslae wyer rondom die gemiddeld versprei? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

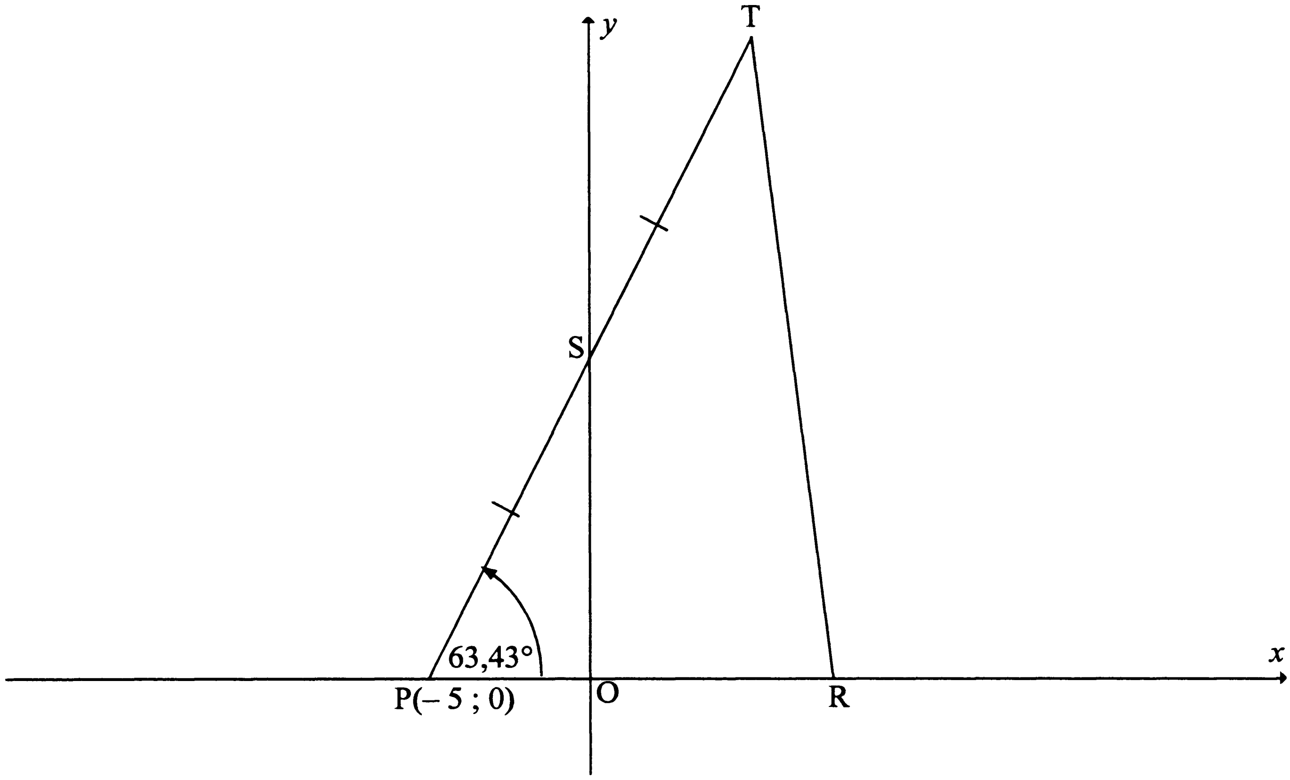
4.2 Wat is die verskil in die verspreiding rondom die onderskeie gemiddeldes van die punte in Skool A en Skool C? (1)

4.3 Verduidelik hoe die punte van Skool A aangepas moet word om met die punte van Skool C ooreen te stem. (2)

4.4 Indien elke punt in Skool C met 10% verlaag word, verduidelik hoe dit die gemiddeld en standaardafwyking van hierdie skool sal beïnvloed. (2)
[7]

VRAAG 5

In die diagram hieronder is P 'n punt $(-5\ ;\ 0)$. Die inklinasie van lyn PT is 63,43°. S is die middelpunt en die y-afsnit van PT. R is 'n punt op die x-as sodanig dat PO : OR = 2 : 3.



5.1 Bepaal:

5.1.1 Die gradiënt van PT, korrek tot die naaste heelgetal (2)

5.1.2 Die vergelyking van PT in die vorm $y = mx + c$ (2)

5.1.3 Die afstand PS in wortelvorm (3)

5.1.4 Die koördinate van T (2)

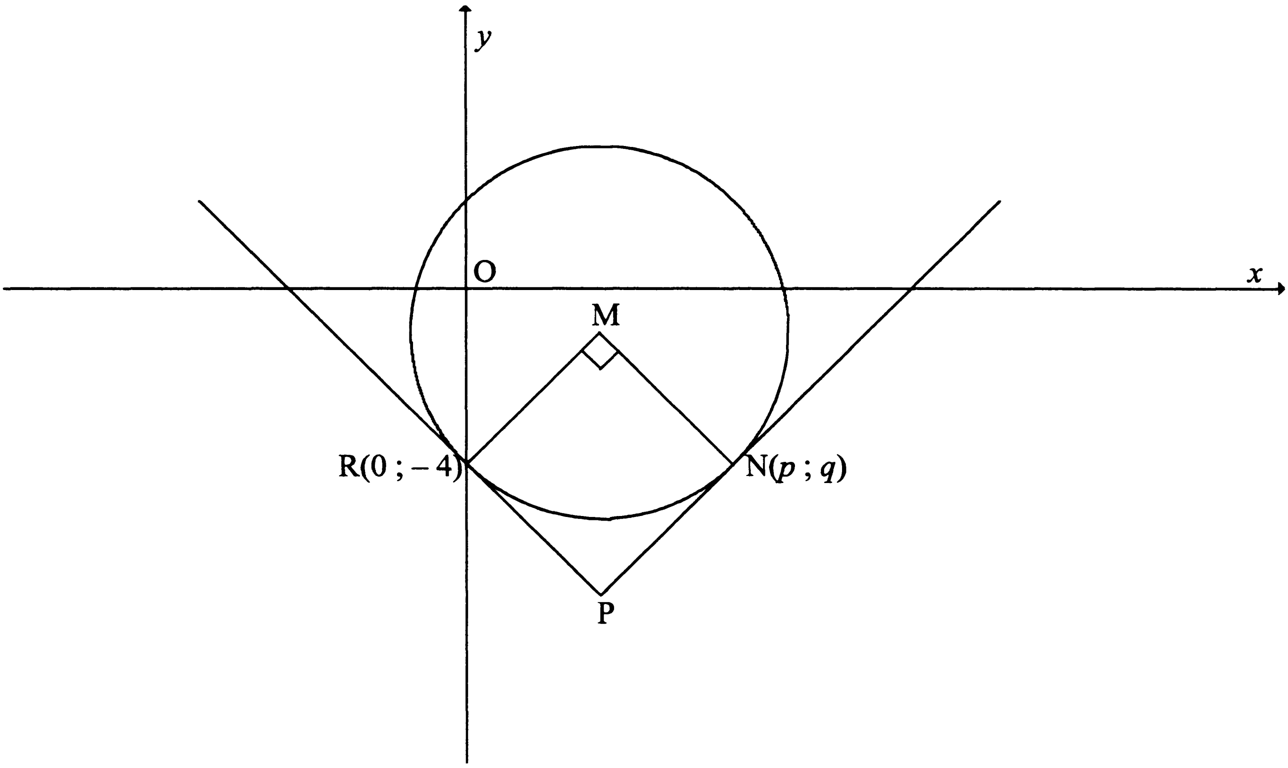
5.2 Bepaal die koördinate van R. (2)

5.3 Bereken die oppervlakte van ΔPTR. (4)

[15]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is M die middelpunt van die sirkel met die vergelyking $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 8 = 0$. Die sirkel gaan deur R(0 ; – 4) en N(p ; q). $\hat{RMN} = 90°$.
Die raaklyne aan die sirkel by R en N ontmoet by P.



6.1 Toon aan dat M die punt (3 ; –1) is. (4)

6.2 Bepaal die vergelyking van MR in die vorm $y = mx + c$. (3)

6.3 Toon aan dat $q = 2 - p$. (4)

6.4 Bepaal die waardes van p en q. (5)

6.5 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt O wat deur punt N gaan. (2)

6.6 Bereken die oppervlakte van die sirkel met middelpunt M. (2)

6.7 Bereken die verhouding in sy eenvoudigste vorm: $\frac{NP}{MP}$ (4)

[24]

VRAAG 7

7.1 Bepaal die beeld van P(x ; y) as P deur 90° om die oorsprong in 'n kloksgewyse rigting geroteer en dan om die y-as gereflekteer word. (2)

7.2 Bepaal die beeld van P(x ; y) as P om die y-as gereflekteer en dan deur 90° om die oorsprong in 'n kloksgewyse rigting geroteer word. (2)

7.3 Mo en Ziya redeneer oor die beeld van P(x ; y) onder die volgende transformasies:

- Rotasie deur 90° om die oorsprong in 'n kloksgewyse rigting
- Refleksie om die y-as

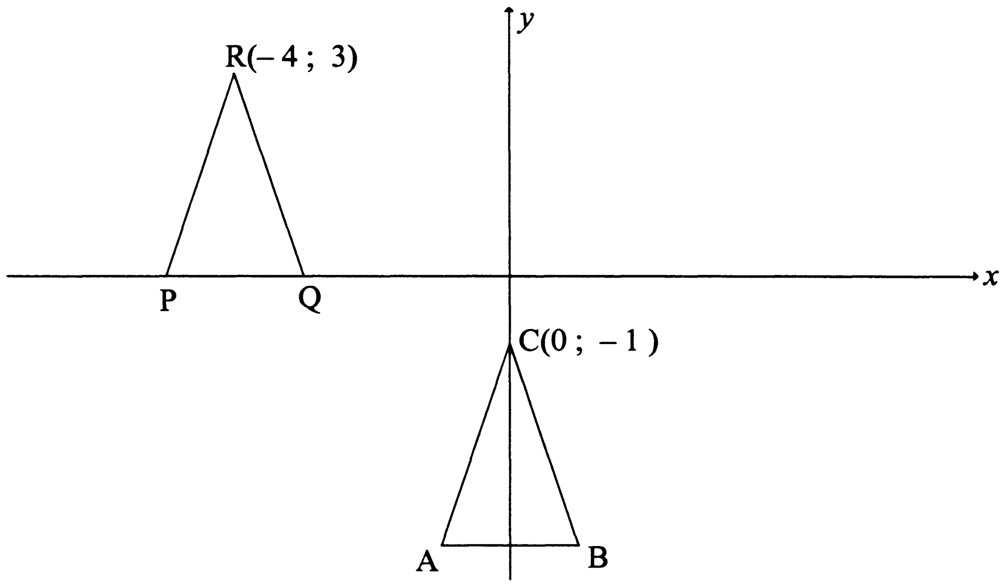
Mo beweer dat die volgorde waarin die transformasies uitgevoer word, die finale posisie van die beeld sal beïnvloed. Ziya redeneer dat die finale posisie van die beeld dieselfde sal wees, ongeag die volgorde waarin die transformasies uitgevoer word.

Watter een van die twee, Mo of Ziya, is in hierdie geval reg? Verduidelik. (2)

[6]

VRAAG 8

In die diagram is ABC 'n gelykbenige driehoek met hoekpunt C wat by (0 ; –1) lê. AB is ewewydig aan die x-as en AC = $\sqrt{10}$.



8.1 'n Rigiede (starre) transformasie word op ΔABC toegepas om ΔPQR te vorm, soos aangetoon. R(– 4 ; 3) is die beeld van C. Beskryf volledig, in woorde, die transformasie van ΔABC na ΔPQR. (2)

8.2 ΔPQR word om die lyn $y = x$ gereflekteer. Bepaal die koördinate van $R^/$, die beeld van R. (2)

8.3 ΔABC word deur die oorsprong vergroot om $\Delta A^/B^/C^/$ te vorm, sodanig dat:

$$\frac{\text{oppervlakte van } \Delta A^/B^/C^/}{\text{oppervlakte van } \Delta ABC} = 16$$

8.3.1 Bepaal die skaalfaktor van die vergroting. (1)

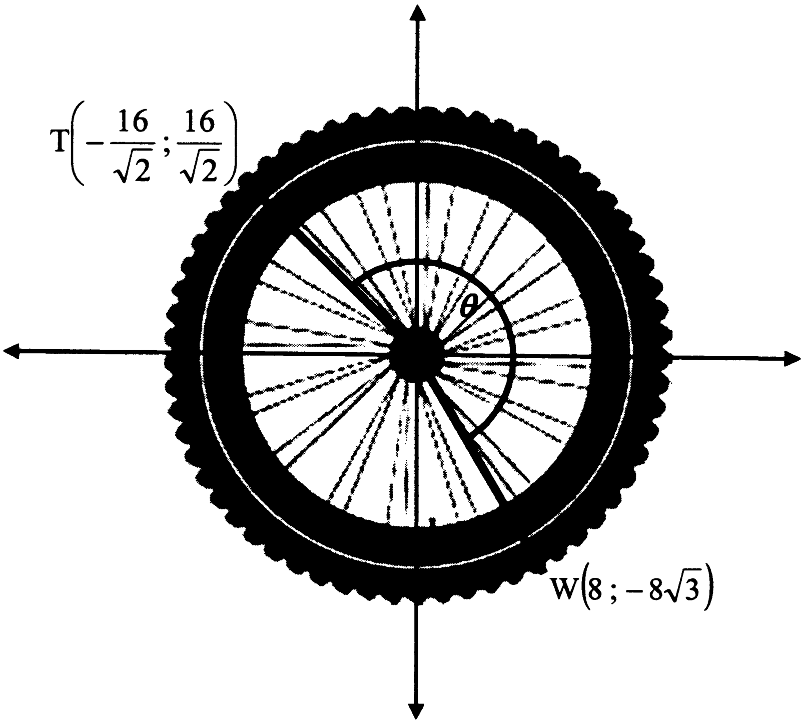
8.3.2 Indien AC = $\sqrt{10}$ eenhede, skryf die lengte van $A^/C^/$ neer. (1)

8.4 Nadat 'n rigiede (starre) transformasie op ΔABC toegepas is om ΔDEF te vorm, is F(0 ; 1) die beeld van C. As E die punt (s ; t) is, skryf 'n vergelyking in terme van s en t neer. (4)

[10]

VRAAG 9

'n Wiel word so geplaas dat sy middelpunt presies op die oorsprong van die Cartesiese vlak val.
$T\left(-\frac{16}{\sqrt{2}}\,;\frac{16}{\sqrt{2}}\right)$ is 'n punt op die buitenste rand van die wiel.
Wanneer die wiel in 'n kloksgewyse rigting om die oorsprong deur 'n hoek van θ gedraai word, val T direk op $W\left(8\,;-8\sqrt{3}\right)$.

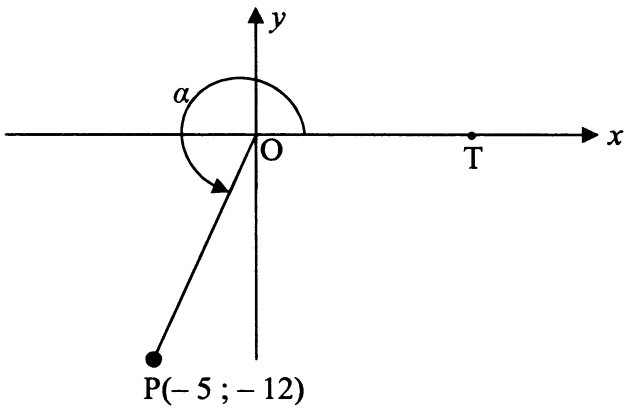


9.1 Toon aan dat $\theta = 195°$. (5)

9.2 As die wiel teen 'n konstante spoed in 'n kloksgewyse rigting geroteer word, neem dit 1,3 sekondes vir T om tot by W te beweeg. Bereken die spoed, in omwentelinge per minuut, waarteen die wiel roteer. (5)
[10]

VRAAG 10

In die diagram hieronder is refleks $T\hat{O}P = \alpha$ en P se koördinate is $(-5\,;-12)$.



Bepaal die waarde van elk van die volgende trigonometriese verhoudings SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:

10.1 $\cos \alpha$ (3)

10.2 $\tan (180° - \alpha)$ (2)

10.3 $\sin (30° - \alpha)$ (3)
[8]

VRAAG 11

11.1 Bewys die volgende identiteit: $\dfrac{\cos^2(90°+\theta)}{\cos(-\theta)+\sin(90°-\theta)\cos\theta}=\dfrac{1}{\cos\theta}-1$ (6)

11.2 Bepaal die algemene oplossing van: $\tan x\sin x+\cos x\tan x=0$. (7)

11.3 Beskou die volgende uitdrukking: $2\sin^2 3x-\sin^2 x-\cos^2 x$

11.3.1 Vereenvoudig die uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese verhouding van x. (3)

11.3.2 Skryf die maksimum waarde van die uitdrukking neer. (1)

11.4 Dit word gegee dat $p=\cos\alpha+\sin\alpha$ en $q=\cos\alpha-\sin\alpha$

11.4.1 Bepaal die volgende trigonometriese verhoudings in terme van p en/of q:

(a) $\cos 2\alpha$ (3)

(b) $\tan\alpha$ (4)

11.4.2 Vereenvoudig $\dfrac{p}{2q}-\dfrac{q}{2p}$ tot 'n enkele trigonometriese verhouding van α. (6)

[30]

VRAAG 12

12.1 Skets die grafieke van $f(x) = \tan x + 1$ en $g(x) = \cos 2x$ vir $x \in [-180° ; 180°]$ op dieselfde assestelsel wat op DIAGRAMVEL 2 gegee word. Toon duidelik alle afsnitte met die asse, draaipunte en asimptote aan. (6)

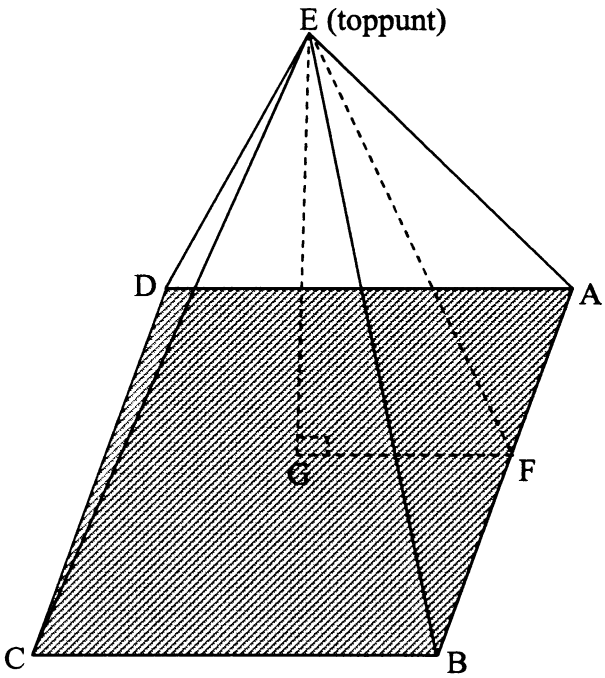
12.2 Skryf die periode van g neer. (1)

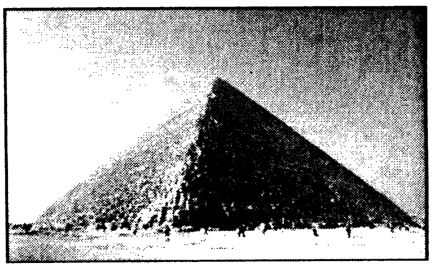
12.3 As $h(x) = -\cos 2(x + 10°)$, beskryf volledig, in woorde, die transformasie van g na h. (2)

12.4 Vir watter waardes van x, waar $x > 0$, sal $f'(x)g(x) > 0$? (4)
[13]

VRAAG 13

Die Groot Piramide by Giza in Egipte is ongeveer 2 500 v.C. gebou. Die piramide het 'n vierkantige basis (ABCD) met sye 232,6 meter lank. Die afstand vanaf elke hoek van die basis na die toppunt (E) was oorspronklik 221,2 meter.





Groot Piramide by Giza in Egipte

13.1 Bereken die grootte van die hoek by die toppunt van 'n aansig van die piramide (byvoorbeeld $\hat{CEB}$). (3)

13.2 Bereken die hoek wat elke aansig met die basis vorm (byvoorbeeld $\hat{EFG}$, waar $EF \perp AB$ in ΔAEB). (6)
[9]

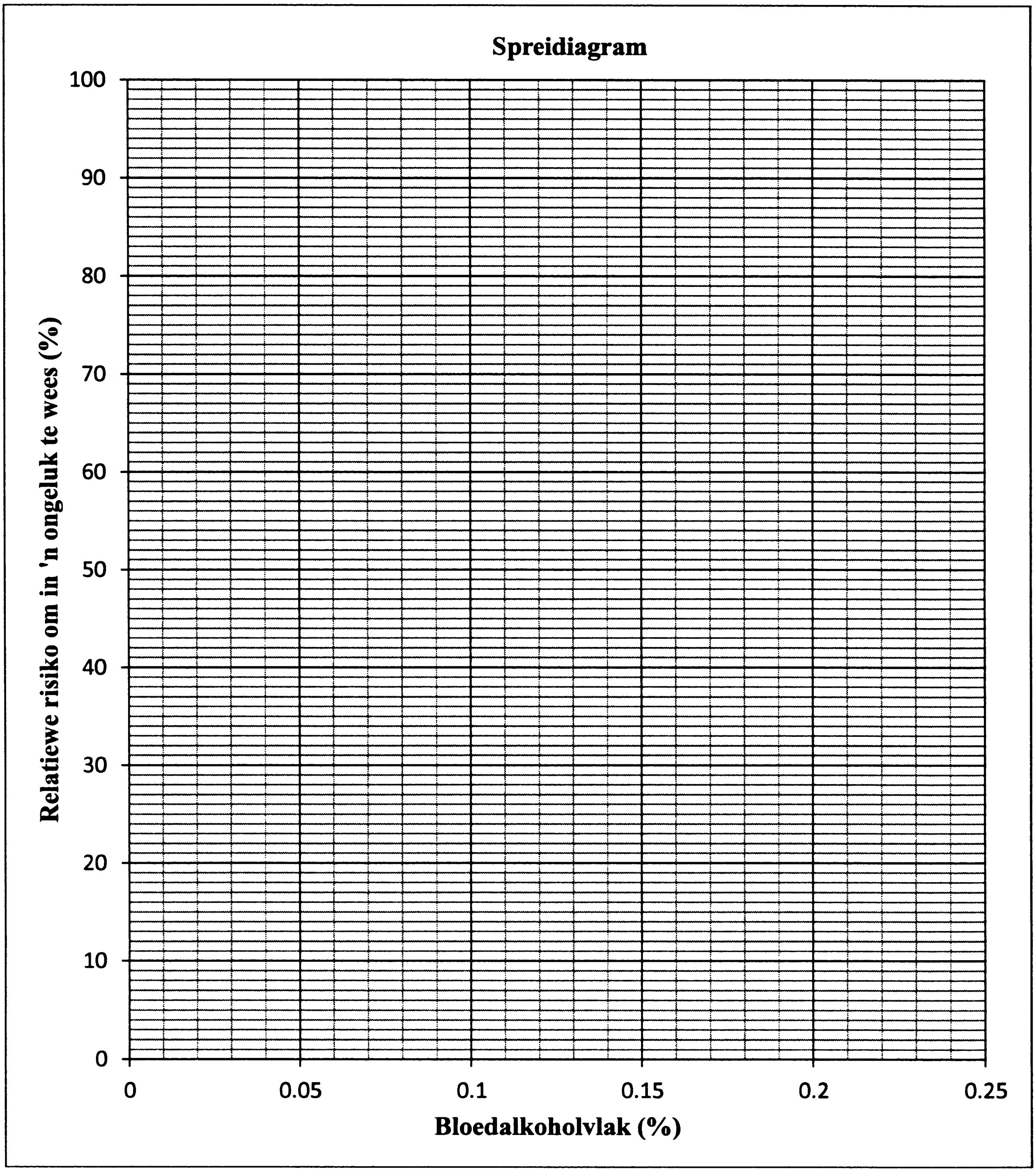
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 2.1 en 2.2

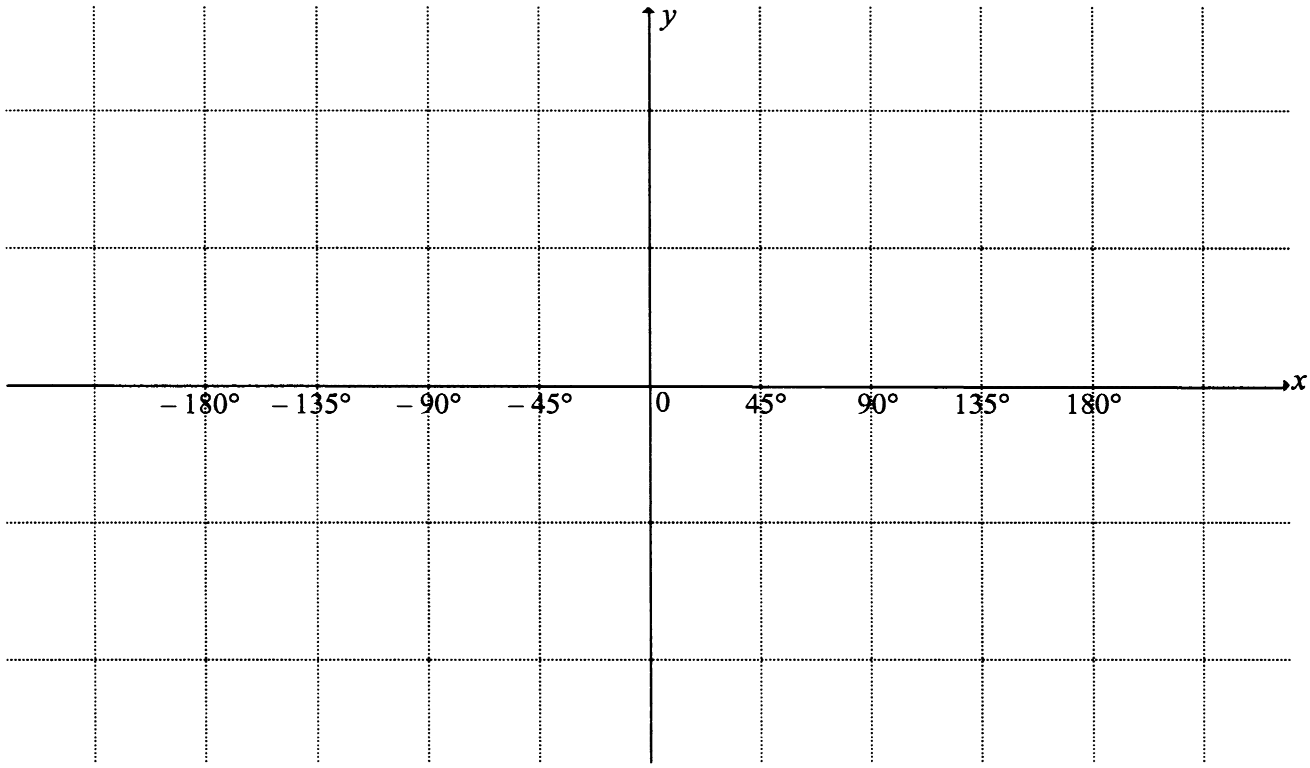


SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 12



INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \, . \cos\alpha$

$$(x ; y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A\ of\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ en\ B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$