education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN - 2007

WISKUNDE V1

HOËR GRAAD

FEBRUARIE/MAART 2007

301-1/1

PUNT: 200

TYD: 3 uur

WISKUNDE HG: Vraestel 1

301 1 1A HG

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 grafiekpapier en 1 formuleblad.

X05

GAUTENG

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Toon duidelik AL die berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.

3. 'n Goedgekeurde sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.

4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.

5. Die aangehegte grafiekpapier moet slegs vir VRAAG 8.2 gebruik word. Dit moet binne die voorste omslag van die antwoordeboek geplaas en ingelewer word.

6. Nommer die antwoorde PRESIES soos die vrae genommer is.

7. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.

8. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en om jou werk netjies aan te bied.

9. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $\sqrt{2x+5}-x+5=0$ (7)

1.1.2 $|x-3|=2$ (2)

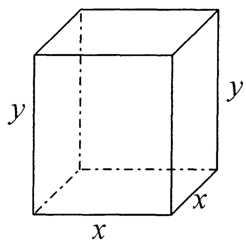
1.1.3 $(3x-2)^2>3x$ (6)

1.2 Gegee: $x^2+p(x+1)-2=0$

1.2.1 Bewys dat die vergelyking ongelyke, reële wortels het vir alle reële waardes van p. (5)

1.2.2 Bepaal die wortels van die vergelyking as $p=-5$. Rond die antwoorde tot TWEE desimale plekke af. (5)

1.3 'n Toe kartonhouer het die vorm van 'n reghoekige prisma met 'n vierkantige basis. Die sye van die basis is x cm lank. Die hoogte is y cm. Die buite-oppervlakte van die kartonhouer is 288 cm^2. Die lengtes van die rande is sodanig dat $2x+y=21$.



1.3.1 Toon dat $x^2+2xy-144=0$. (3)

1.3.2 Bereken vervolgens die waardes van x en y. (7)

[35]

VRAAG 2

2.1 Gegee: $f(x) = |x| - 2$ en $g(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

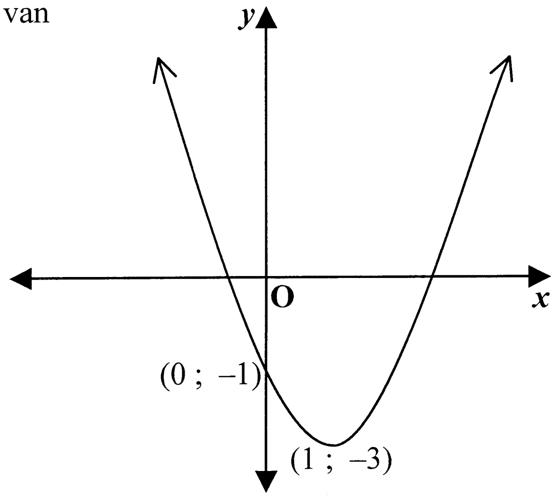
2.1.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel. Dui duidelik die koördinate van alle afsnitte met die asse aan. (7)

2.1.2 Gebruik die grafieke om die waardes van x te bepaal waarvoor $f(x) < g(x)$. (3)

2.1.3 Skryf die terrein (waardeversameling) van f neer. (2)

2.2 Die bygaande figuur toon die grafiek van $y = ax^2 + bx + c$.

Die draaipunt is by $(1\,;-3)$ en die y-afsnit is by $(0\,;-1)$.



2.2.1 Bepaal die waardes van a, b en c. (5)

2.2.2 Bepaal, met behulp van die grafiek, die waardes van k waarvoor die produk van die wortels van $ax^2 + bx + c = k$ negatief is. (4)

2.3 Gegee: $f(x) = a^x$ en $h(x) = \dfrac{k}{x}$ waar a 'n positiewe konstante is, $a \neq 1$ en $k > 0$

2.3.1 Gee die vergelyking van die lyn ten opsigte waarvan die grafieke van f en sy inverse f^{-1} simmetries is. (1)

2.3.2 As $0 < a < 1$, teken op verskillende assestelsels sketsgrafieke van die twee funksies h en f^{-1}, wat die inverse van f is. Dui die koördinate van enige afsnitte met die asse aan. (5)

2.3.3 Gee die waardes van x wat gemeen is aan die gebiede (definisieversamelings) van albei grafieke wat in VRAAG 2.3.2 geteken is. (2)

[29]

VRAAG 3

As die derde graadse veelterm $p(x)$ deur $(x-3)$ gedeel word, is die kwosiënt $2x^2+5x+10$ en die res 28.

3.1 Bepaal die res as $p(x)$ deur $(x+1)$ gedeel word. (4)

3.2 Los op vir x: $p(x)=0$ (7)

[11]

VRAAG 4

4.1 Vereenvoudig sover as moontlik:

$$\sqrt[n]{\frac{10^n+2^{n+2}}{5^{2n}+4.5^n}}$$ (5)

waar $n \neq 0$.

4.2 Gegee dat: $\log_2 5 = a$, druk $\log_8 \sqrt{10}$ in terme van a uit. (5)

4.3 Los op vir x **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:**

4.3.1 $3x^{\frac{2}{3}}-13x^{\frac{1}{3}}-10=0$ (4)

4.3.2 $\log x-\log(x-1)>1$ (7)

4.3.3 $10^{-2\log x}=8x$ (6)

[27]

VRAAG 5

5.1 Bewys dat die som tot n terme, S_n, van 'n meetkundige reeks met eerste term a en gemene verhouding r ($r \neq 1$) gegee word deur $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$. (4)

5.2 Die eerste term van 'n meetkundige reeks is 1,5 en die n^{de} term is 192. Die som van die eerste n terme is 382,5. Die gemene verhouding is r.

5.2.1 Toon dat $r^n = 128r$. (2)

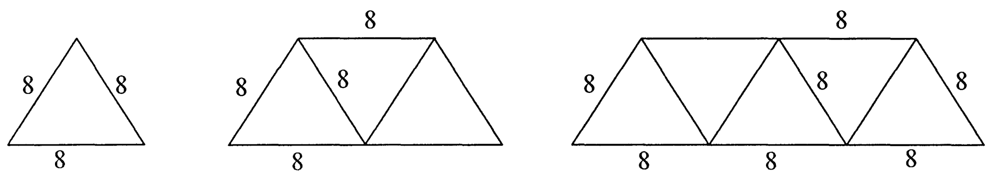
5.2.2 Bereken die waarde van n. (8)

5.3 Die eerste twee terme van 'n meetkundige reeks is: $x+3$ en x^2-9.

5.3.1 Bereken die waardes van x waarvoor die reeks konvergeer. (7)

5.3.2 Bereken die waarde van x as die som tot oneindigheid 13 is. (4)

5.4 Die sykante van 'n spoorwegbrug word van staalstawe met 'n lengte van 8 m gebou. Die stawe word in dele met die vorm van gelyksydige driehoeke gemaak. 'n Horisontale staaf verbind die boonste hoeke van die driehoeke.



Die derde skets toon byvoorbeeld 'n brug met 'n lengte van 24 meter (3 maal 8). Dit benodig 11 stawe.

Bereken die aantal stawe wat benodig word om 'n brug met 'n lengte 112 m te bou. (5)

5.5 Bereken die waarde van x waarvoor $\sum_{n=1}^{3} \log x^n = 12$. (5)

[35]

VRAAG 6

6.1 Gegee: $f(x) = 10x - x^2$

6.1.1 Bepaal:
$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$ (2)

6.1.2 Gebruik **eerste beginsels** om te bewys dat $f'(x) = -2x + 10$. (5)

6.1.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die grafiek van f by die punt waar $f'(x) = -2$. (5)

6.2 Gegee $y = kx + k$ met k 'n konstante.
Toon dat $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+1}$. (3)

6.3 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ in elk van die volgende:

6.3.1 $y = x(x + x^{-1})^2$ (4)

6.3.2 $\sqrt[3]{x} \,.\, y = x - 3$ (4)
[23]

VRAAG 7

7.1 Gegee: $V(x) = 12x^2 - 2x^3$

7.1.1 Bewys dat V toenemend is vir die interval $0 < x < 4$. (3)

7.1.2 Teken 'n sketsgrafiek van V. Toon die koördinate van alle draaipunte en afsnitte met die asse. (9)

7.1.3 Verwys na jou sketsgrafiek van V en skryf die interval neer waarvoor x waardes die sye van die vierkantige basis van 'n kartonhouer met volume $V(x)$ voorstel. (2)

7.2 Die aantal mense in 'n sekere gebied wat deur 'n nuwe tipe griep aangetas word t maande na die tyd wat dit vir die eerste keer opgemerk is, word gemodelleer deur die funksie:

$N(t) = 10t^3 + 20t + 1$

7.2.1 Bereken die tempo waarteen hierdie griep versprei na 4 maande. (3)

7.2.2 Versprei die griep teen 'n konstante tempo? Gee 'n rede vir jou antwoord. (3)

7.3 Wanneer 'n persoon hoes, vernou die tragea (lugpyp) en veroorsaak dat lug vinniger daardeur vloei. Volgens 'n wiskundige model vir hoes, word die verhouding tussen die spoed (v) van die lugstroom deur die tragea en die straal (r) van die tragea gegee deur die vergelyking:

$v = k(n - r)r^2$ op voorwaarde dat $\frac{1}{2}n \le r \le n$.

In die vergelyking is k 'n konstante en n die normale straal.

Bepaal tot watter breuk van sy normale radius die tragea vernou wanneer v 'n maksimum is. (6)

[26]

VRAAG 8

8.1 'n Rokmaker kan 'n maksimum van 20 rokke per week maak. Sy kan of syrokke of katoenrokke maak. Die materiaal vir 'n katoenrok kos R100 per rok en vir 'n syrok R200 per rok. Sy het R3 000 om op materiaal te spandeer. Sy moet ten minste 5 rokke van elke soort maak. Laat x die aantal katoenrokke en y die aantal syrokke wees.

Twee van die beperkingsongelykhede is:

$x \geq 5$ en
$y \geq 5$

8.1.1 Skryf TWEE verdere beperkingsongelykhede neer wat die inligting hierbo voorstel. (3)

8.1.2 Die rokmaker maak 'n wins van R50 op elke syrok en R40 op elke katoenrok. Skryf 'n vergelyking vir die wins, P, neer. (1)

8.2 Gegee die volgende beperkingsongelykhede:

$y \leq 20$
$x \leq 40$
$2y \leq 60 - x$

8.2.1 Stel die beperkingsongelykhede op die grafiekpapier, wat voorsien is, voor en arseer die gangbare gebied. (5)

8.2.2 Gegee dat: $P = 2x + 5y$ die doelfunksie is.

(a) Toon op die grafiek die optimale posisie van die soeklyn (doelfunksie) om P te maksimeer. (2)

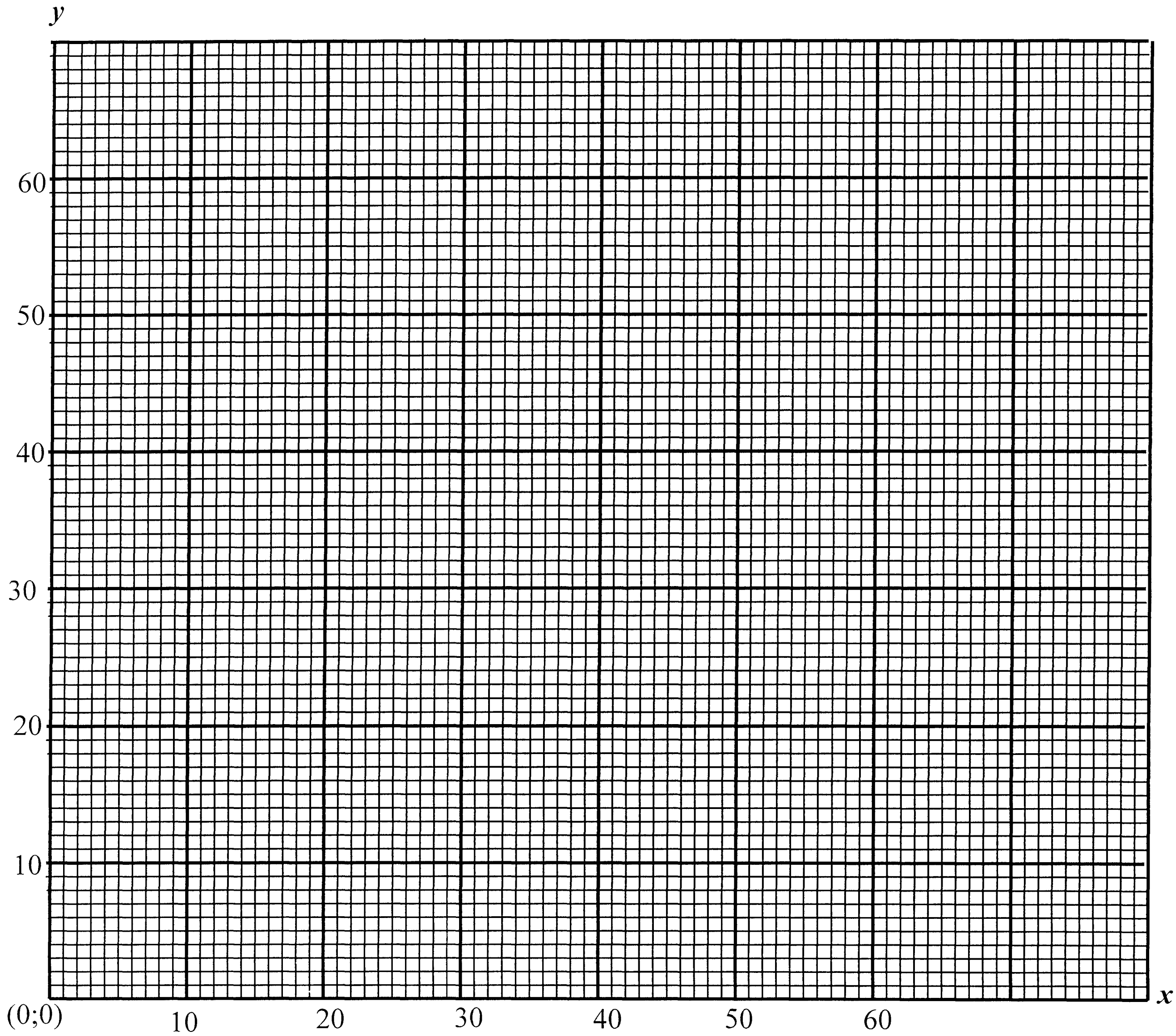
(b) Bepaal die maksimum waarde van P. (3)

[14]

TOTAAL: 200

GRAFIEKPAPIER VIR VRAAG 8.2 : MOET INGELEWER WORD.

EKSAMENNOMMER	
SENTRUMNOMMER	



Mathematics Formula Sheet (HG and SG)
Wiskunde Formuleblad (HG en SG)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}(a + T_n)$ or / of $S_n = \frac{n}{2}(a + \ell)$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \ (r \neq 1)$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1} \ (r \neq 1)$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad (|r| < 1)$$

$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$ or / of $A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan\theta$$

$$(x_3; y_3) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$