education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

# SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN - 2006

**WISKUNDE V1 : ALGEBRA**

**HOËR GRAAD**

**FEBRUARIE/MAART 2006**

**301-1/1 A**

**Punte: 200**

**3 Ure**

**Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 grafiekpapier en 1 inligtingsblad.**

WISKUNDE HG: Vraestel 1

301 1 1A HG

X05

## INSTRUKSIES

Lees die volgende instuksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word:

1. Hierdie vraestel bestaan uit **8** vrae. Beantwoord **AL** die vrae.
2. Toon duidelik **AL** die bewerkings, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.
3. 'n Goedgekeurde sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) kan gebruik word, tensy anders vermeld.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot **TWEE** desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.
5. Die aangehegte grafiekpapier moet slegs vir **VRAAG 8** gebruik word. Maak dit los van die vraestel, vul jou eksamennommer en sentrumnommer daarop in en plaas dit **VOOR** in die antwoordeboek.
6. Nommer die antwoorde **PRESIES** soos die vrae genommer is.
7. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en om die werk netjies aan te bied.
9. **'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.**

**VRAAG 1**

1.1 Los op vir $x$:

1.1.1 $-3x^2 + 5x + 2 = 0$ (2)

1.1.2 $| x+3 | < 9$ (3)

1.1.3 $x - 7 - \sqrt{x-5} = 0$ (6)

1.1.4 $4(2^x) + 3 = \frac{1}{2^x}$ (5)

1.2 Gegee: $(x-2)(x-k) = -4$.

1.2.1 Vir watter waardes van $k$ sal die vergelyking reële wortels hê? (7)

1.2.2 Vind 'n waarde vir $k$ waarvoor die wortels rasionaal en ongelyk sal wees. (3)

1.3 Trevor het 'n sekere aantal werknemers in diens en betaal elke werker dieselfde loon. Sy huidige daaglikse loonrekening beloop R5 880. 'n Arbeidsgeskil het daartoe gelei dat sy werkers 'n loonverhoging van R10 per dag geëis het. Trevor beweer dat hy dit nie kan bekostig nie. Hy beweer dat slegs as hy 4 werkers uit diens stel, sal hy in staat wees om die verhoging wat hulle eis, toe te staan. Sy daaglikse loonrekening sal dan R5 850 wees.

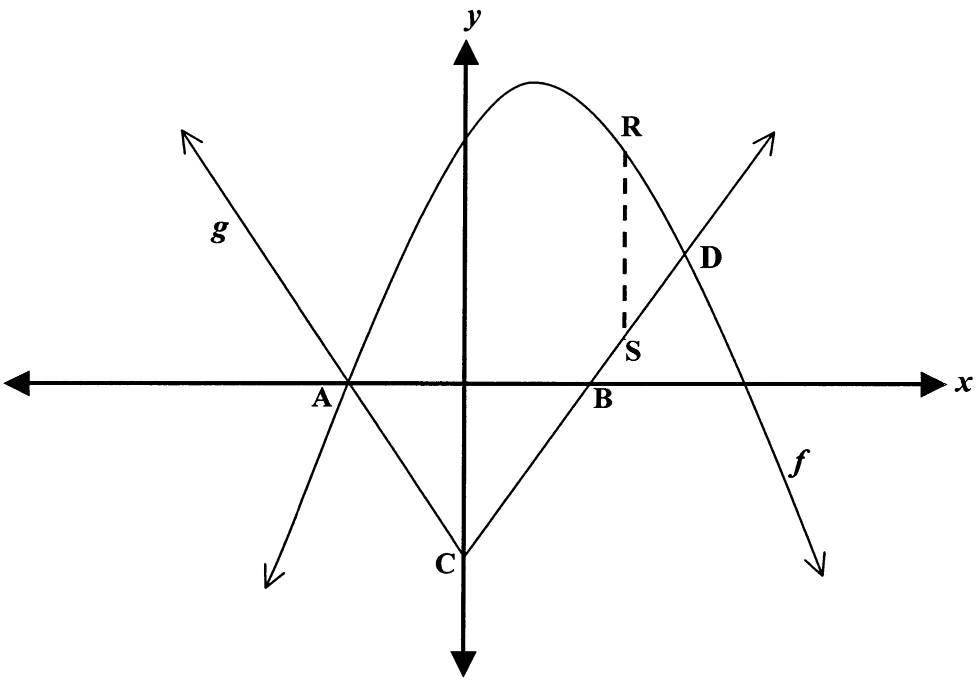
1.3.1 Bereken hoeveel werkers Trevor in diens het. (7)

1.3.2 Hoeveel verdien elke werker tans per dag? (2)

**[35]**

**VRAAG 2**

2.1 Die skets hieronder toon die grafieke van die parabool gedefinieer deur $f(x) = -x^2 + bx + c$ en die absolute waarde funksie gedefinieer deur $g(x) = |x| - 3$. Die punte A, B en C is die $x$- en $y$-afsnitte van die grafiek van $g$. A en D is op beide grafieke.




2.1.1 Skryf die koördinate van A neer. (2)

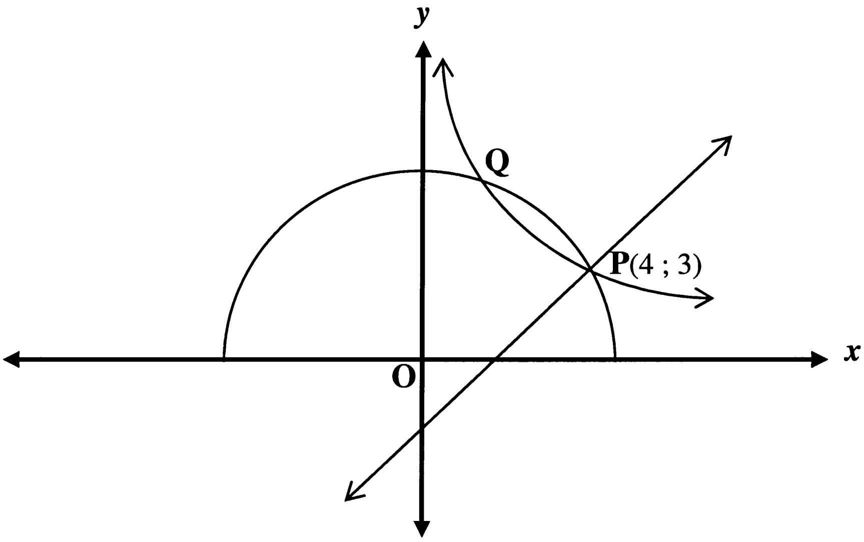
2.1.2 Gegee dat die vergelyking van die as van simmetrie van $f$ $x = 1$ is, toon dat die vergelyking van die parabool $y = -x^2 + 2x + 15$ is. (5)

2.1.3 Dit word verder gegee dat R en S veranderlike punte op $f$ en $g$ is, en dat die reguitlyn RS ewewydig is aan die $y$-as.

(a) As S tussen C en D beweeg, skryf 'n uitdrukking neer vir die lengte van RS in terme van $x$. (3)

(b) Bepaal die koördinate van R as RS so groot as moontlik is. (5)

2.2 Die skets verteenwoordig grafieke van $xy = k\ (x > 0)$, $x^2 + y^2 = r^2\ (y \geqslant 0)$ en $y = mx + c$. Al drie grafieke sny by P(4 ; 3). Die reguitlyn het dieselfde gradiënt as die as van simmetrie van die hiperbool.




2.2.1 Bepaal die waardes van $k$, $r$, $m$ en $c$. (6)

2.2.2 Skryf die koördinate van Q neer. (2)

2.3 $S\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ is 'n punt op die grafiek van $f$ gedefinieer deur $f(x) = a^x\ (a > 0)$.

2.3.1 Bewys dat $a = \frac{1}{4}$. (2)

2.3.2 Bepaal $f^{-1}$ in die vorm $f^{-1}(x) = \ldots$ (2)

2.3.3 Bereken die waarde van $x$ as $f^{-1}(x) = -1{,}5$. (3)

2.3.4 Skets die grafiek van $f$ en toon duidelik die koördinate van die afsnitte met enige van die asse. (2)

**[32]**

**VRAAG 3**

3.1 As $(x+2)$ 'n gemene faktor is van $f(x)=x^3+ax^2+2b$ en $g(x)=x^3+ax-4b$, bepaal die waardes van $a$ en $b$. (5)

3.2 'n Veelterm $f(x)$ kan in die vorm $f(x)=(x+k).q(x)-12$ geskryf word. Bereken die waarde van $k$ as $(x-3)$ 'n faktor van $f(x)$ is en $q(x)$ 'n res van 3 laat wanneer dit deur $(x-3)$ gedeel word. (4)

**[9]**

**VRAAG 4**

4.1 Vereenvoudig tot 'n enkel getal **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

4.1.1 $\sqrt[3]{\left(\sqrt{13}-\sqrt{5}\right)^6}\,.\,\sqrt[3]{\left(\sqrt{13}+\sqrt{5}\right)^6}$ (4)

4.1.2 $3\log\sqrt[3]{40}-2\log\frac{1}{5}$ (4)

4.2 Los op vir $x$:

4.2.1 $3^{x+1}-3^{x-1}=24\sqrt{3}$ (5)

4.2.2 $7^x=126\left(5^x\right)$ (rond af tot **twee desimale** plekke) (3)

4.3 4.3.1 Bewys dat $\log_{\frac{1}{a}} x=-\log_a x$, vir enige $a>0$ (3)

4.3.2 Los op vir $x$: $\log_{10}(2x-5)\leq\log_{\frac{1}{10}}(x-3)$ (9)

**[28]**

**VRAAG 5**

5.1 Die som van die eerste 50 terme van 'n rekenkundige reeks is 1 275. Bereken die som van die 25$^{\text{ste}}$ en 26$^{\text{ste}}$ terme van hierdie reeks. (6)

5.2 Die som van die eerste $n$-terme van 'n rekenkundige reeks is: $S_n=\dfrac{3n^2-n}{2}$.

5.2.1 Bepaal $S_{10}$. (2)

5.2.2 Bereken die waarde van $\sum_{r=5}^{10} T_r$, waar $T_r$ die $r^{\text{de}}$ term van die reeks is. (3)

5.3 Die eerste term van 'n meetkundige ry is 3 en die som van die eerste 4 terme is 5 maal die som van die eerste 2 terme. Die gemene verhouding is groter as 1.

Bereken:

5.3.1 Die eerste drie terme van die ry (7)

5.3.2 Die waarde van $n$ waarvoor die som tot $n$ terme 765 sal wees (4)

5.4 Die eerste twee terme van 'n konvergerende meetkundige reeks is $m$ $(m \neq 0)$ en 6, in daardie volgorde. Die som tot oneindigheid van die reeks is 25. Bereken die waardes van $m$. (Toets dat hierdie waardes aanvaarbaar is.) (7)

**[29]**

## VRAAG 6

6.1 Bepaal $\lim\limits_{h \to 4} \dfrac{h^2 - h - 12}{16 - h^2}$ (3)

6.2 Gegee: $f(x) = -\dfrac{x^2}{2} + x$

6.2.1 Bepaal $f'(x)$ deur van die **definisie van die afgeleide** gebruik te maak. (6)

6.2.2 Gebruik jou antwoord in VRAAG 6.2.1 om die waarde van $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - f(h)}{h}$ te bepaal. (2)

6.2.3 'n Raaklyn aan die grafiek van $f$ het gradiënt $-5$ en $x$-afsnit $(a\ ;0)$. Bepaal $a$. (6)

6.3 Bepaal $\dfrac{dy}{dx}$ as $y = \dfrac{5x^5 - 6x^{\frac{3}{2}} + 5}{x}$ (5)

**[22]**

**VRAAG 7**

7.1 Gegee: $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

7.1.1 Bepaal die $x$- en $y$-afsnitte van die grafiek van $f$. (7)

7.1.2 Bepaal die koördinate van die draaipunte van $f$. (5)

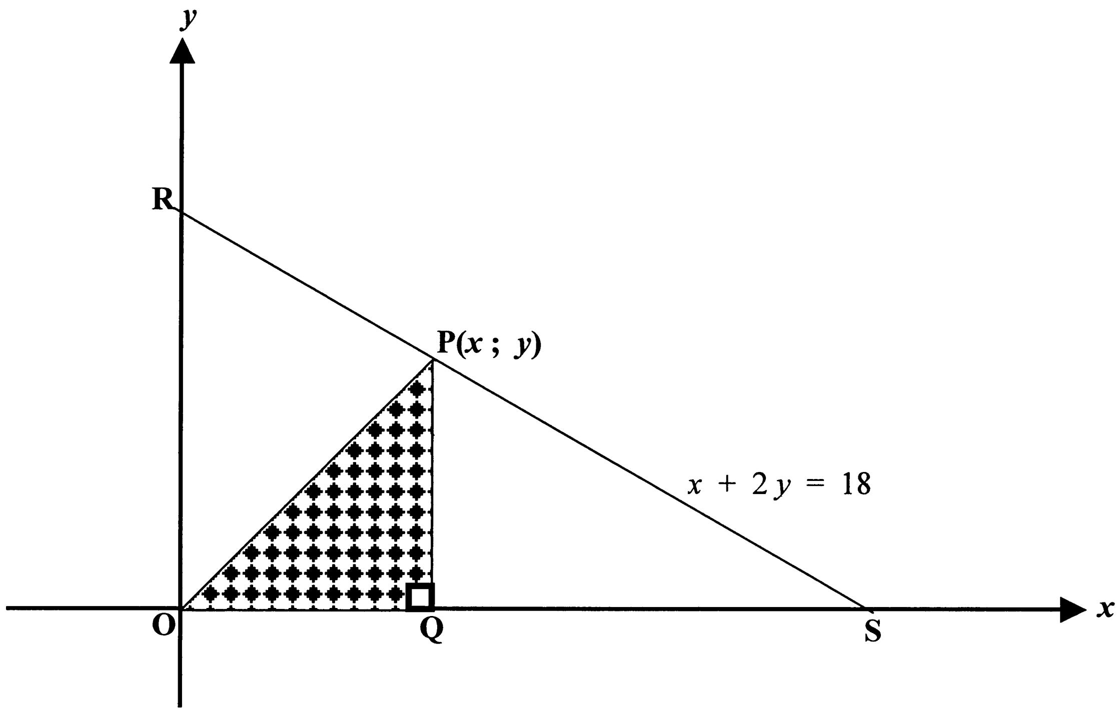
7.1.3 Skets die grafiek van $f$. Toon duidelik al die draaipunte asook die afsnitte met die asse. (4)

7.1.4 Vir watter waardes van $x$ is $f$ toenemend? (2)

7.1.5 Wat is die maksimum waarde van $-x^3 + 3x^2 - 4$ as $0 \leqslant x \leqslant 3$? (1)

7.1.6 Hoeveel oplossings het die vergelyking $f(x) = -5$? (1)

7.2 'n Punt P lê op die lyn segment soos aangedui.




As die vergelyking van RS gegee word deur $x + 2y = 18$, $0 \leqslant x \leqslant 18$ en A die oppervlakte van die reghoekige driehoek OPQ is, bepaal die koördinate van P sodat die oppervlakte van $\Delta$OPQ so groot as moontlik is. (8)

**[28]**

## VRAAG 8

Die eienaar van 'n plesierboot is bereid om 'n skoolgroep wat bestaan uit leerders en volwassenes, op 'n vaart te neem op voorwaarde dat die groep uit nie meer as 60 mense bestaan nie. Daarbenewens:

(i) Moet daar minstens 35 mense in die groep wees
(ii) Moet daar minstens 6 volwassenes in die groep wees
(iii) Moet daar nie meer as 14 volwassenes wees nie

Laat $x$ die aantal leerlinge en $y$ die aantal volwassenes wees.

8.1 Gee al die beperkingsongelykhede in terme van $x$ en $y$. (5)

8.2 As daar 25 leerders in die groep is, wat is die minimum aantal volwassenes wat hulle moet vergesel? (1)

8.3 Agt volwassenes bied aan om op die vaart saam te gaan. Wat is die maksimum aantal leerders wat in die boot geakkommodeer kan word? (1)

8.4 As T die bedrag in rand is wat deur die hele groep betaal word, wat is die koste per leerder as

$$\text{T} = 30x + 50y?$$

(2)

8.5 Stel nou die beperkings grafies voor op die grafiekpapier wat voorsien word en toon die gangbare gebied duidelik. (5)

8.6 Wat is die samestelling van die groep as die eienaar se inkomste so groot as moontlik is? (3)

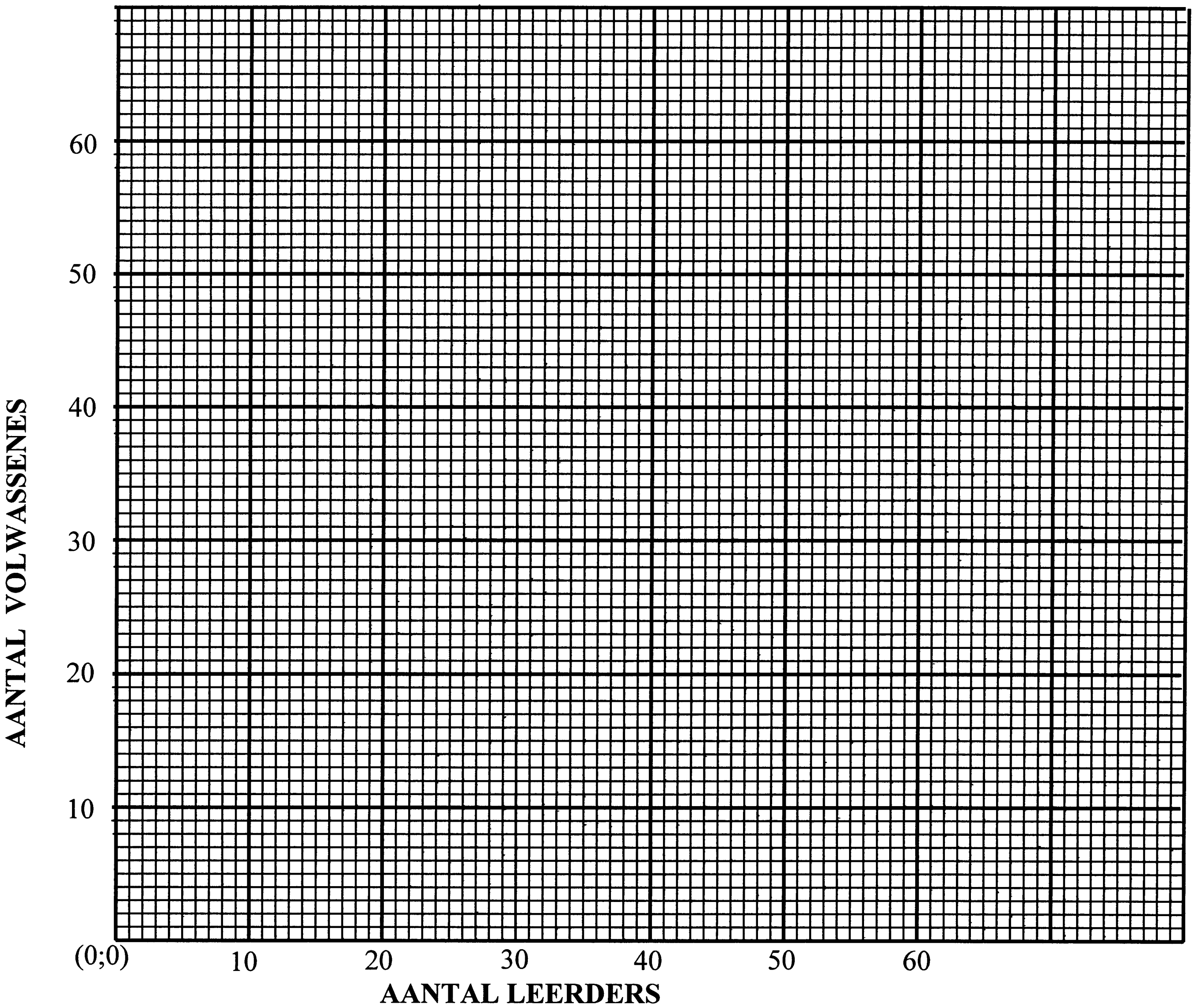
**[17]**

**TOTAAL: 200**

**VRAAG 8**

**EKSAMENNOMMER**

**SENTRUMNOMMER**



# Mathematics Formula Sheet (HG and SG)
# Wiskunde Formuleblad (HG en SG)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T_n = a + (n-1)d \qquad S_n = \frac{n}{2}\left(a + T_n\right) \quad \text{or / of} \quad S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$$

$$T_n = ar^{n-1} \qquad S_n = \frac{a\left(1 - r^n\right)}{1 - r} \quad (r \neq 1) \qquad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1} \quad (r \neq 1)$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad (|r| < 1)$$

$$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \quad \text{or / of} \quad A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan\theta$$

$$(x_3; y_3) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

*In* $\Delta ABC$: $$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$