education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN - 2006

WISKUNDE VRAESTEL 1
ALGEBRA

HOËR GRAAD

OKTOBER/NOVEMBER 2006

301-1/1A

WISKUNDE HG: Vraestel 1

301 1 1A HG

PUNTE: 200

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 1 vel grafiekpapier en 1 formuleblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word:

1. Hierdie vraestel bestaan uit 8 vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Toon duidelik AL die berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.

3. 'n Goedgekeurde sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.

4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.

5. Die aangehegte grafiekpapier moet slegs vir VRAAG 8 gebruik word.

6. Nommer die antwoorde PRESIES soos die vrae genommer is.

7. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.

8. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en om jou werk netjies aan te bied.

9. 'n Formuleblad is aan die einde van die vraestel ingesluit.

VRAAG 1

1.1 Gegee: $5x(x-2)=2$

1.1.1 Bewys dat die vergelyking nie rasionale wortels het nie. (4)

1.1.2 Los die vergelyking op vir x, korrek tot TWEE desimale plekke. (4)

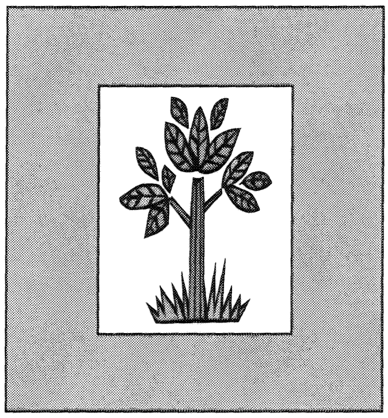
1.2 Los op vir x:

1.2.1 $(2x-5)^2-49x^2=0$ (4)

1.2.2 $|x-5|>|4-8|$ (5)

1.2.3 $\dfrac{3x}{x-3}\geq 4$ (6)

1.3 'n Reghoekige foto het 'n breedte van x cm en 'n lengte van y cm. Daar is 'n randjie met 'n konstante wydte van 2 cm om die foto. Die oppervlakte van die foto is 540 cm^2 en die oppervlakte van die randjie is 208 cm^2.



1.3.1 Bewys dat $x+y=48$. (3)

1.3.2 As $x<y$, bereken die waardes van x en y. (6)

[32]

VRAAG 2

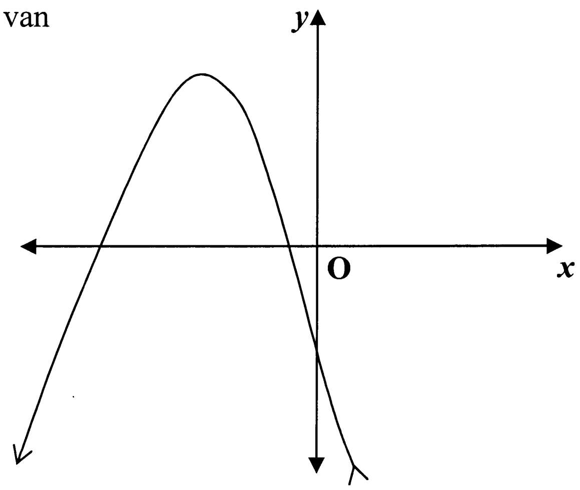
2.1 Gegee: $f(x) = |x-2|$ en $g(x) = x-2$

2.1.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel. Toon duidelik die koördinate van alle afsnitte met die asse. (6)

2.1.2 Gebruik die grafieke om die waardes van x te bepaal waarvoor $f(x) - g(x) = 0$. (2)

2.1.3 Gee die vergelyking van die grafiek wat simmetries is aan f met betrekking tot die lyn $y = 0$. (2)

2.2 Die bygaande figuur toon die grafiek van $f(x) = -x^2 - 6x - 4$.



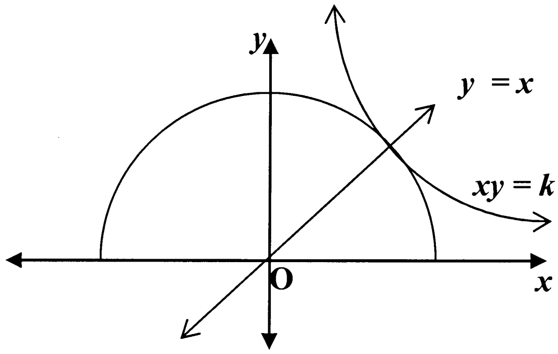
2.2.1 Verander die vergelyking na die vorm $f(x) = -(x-p)^2 + q$. (4)

2.2.2 Bewys vervolgens dat $f(x) \leq 5$ vir alle waardes van x. (2)

2.2.3 Bepaal, met behulp van die grafiek, die waardes van k waarvoor $-x^2 - 6x - 4 = k$ wortels het wat ongelyk, negatief en reëel is. (5)

2.2.4 Bepaal, met gebruik van VRAAG 2.2.1 of op 'n ander wyse, drie positiewe heeltallige waardes van t waarvoor $-x^2 - 6x - 4 = t$ rasionale wortels het. (5)

2.3 Die halfsirkel $y = \sqrt{9 - x^2}$ en die hiperbool $xy = k$ raak mekaar slegs by een punt. Hierdie punt lê op die lyn $y = x$.



Bereken die waarde van k. (5)

[31]

VRAAG 3

Gegee: $p(x) = 2x^3 + x^2 - 2m^2x - 3m$

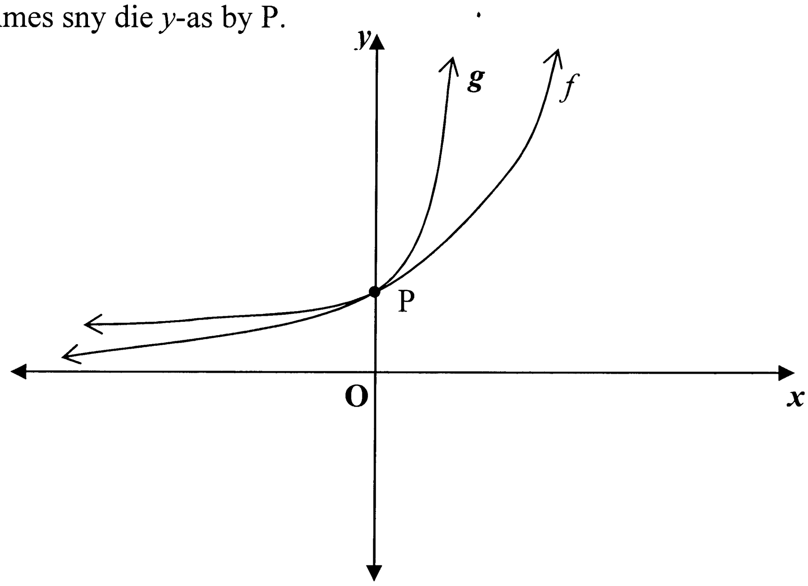
3.1 Bereken die waarde van m waarvoor beide $(x+3)$ en $(x-3)$ faktore van $p(x)$ is. (9)

3.2 As m die waarde het wat in VRAAG 3.1 gevind is, faktoriseer $p(x)$ ten volle. (3)

[12]

VRAAG 4

4.1 Die sketsgrafiek hieronder toon die krommes van $f(x) = a^x$ en $g(x) = 5^x$.
Die krommes sny die y-as by P.



4.1.1 Skryf die koördinate van P neer. (1)

4.1.2 Bepaal AL die moontlike waardes van a. (3)

4.1.3 Teken 'n sketsgrafiek van g^{-1}, die inverse van g. Toon die koördinate van enige afsnitte met die asse. (3)

4.1.4 Skryf neer die waardes van x waarvoor $\log_5 x < 0$. (2)

4.2 Gegee: $\log M = p$

Bewys dat:

4.2.1 $$\frac{15.5^{p-1} + 5^{p+1}}{2^{-p}} = 8M$$ (5)

4.2.2 $\log 2.\log_2 5.\log_{25} M = \frac{1}{2}p$ (4)

4.3 Los op vir x:

4.3.1 $\sqrt{3}\,x^{\frac{3}{4}} - \sqrt{24} = 0$ (Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.) (4)

4.3.2 $2^{2x+1} - 2^x = 3$ (Rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af.) (7)

[29]

VRAAG 5

5.1 Bewys dat die som tot n terme van 'n rekenkundige reeks met eerste term a en gemene verskil d gegee word deur $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$. (4)

5.2 'n Fiksheidstoets vereis dat atlete herhaaldelik 'n afstand van 20 meter hardloop. Hulle voltooi die afstand 5 maal in die eerste minuut, 6 maal in die tweede minuut en 7 maal in die derde minuut. Hulle hou op hierdie wyse aan en vermeerder die aantal herhalings met 1 in elke daaropvolgende minuut. Bereken na hoeveel minute die atlete 'n totaal van 2 200 meter sal gehardloop het. (6)

5.3 Die eerste drie terme van 'n meetkundige reeks is $m+2$, m en $2m-3$.

5.3.1 Bereken die waardes van m. (5)

5.3.2 Bepaal die waarde van m waarvoor die reeks konvergeer. (3)

5.3.3 Skryf die eerste DRIE terme van die konvergerende reeks neer. (2)

5.3.4 Bereken die som tot oneindigheid van die konvergerende reeks. (2)

5.4 Die eerste term van 'n meetkundige reeks is 1 en die gemene verhouding is 3. Bereken die kleinste waarde van n waarvoor die som van die eerste n terme groter as 100 000 is. Toon die nodige berekeninge. (6)

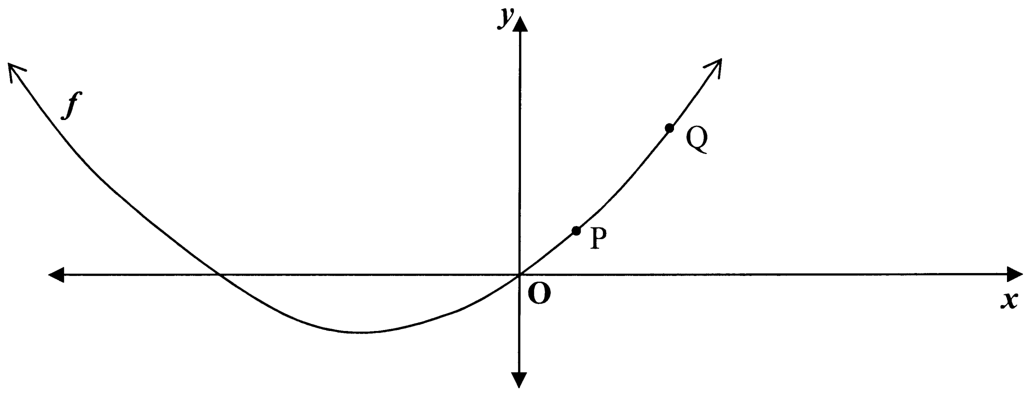
5.5 Gegee: $\sum_{k=1}^{n} T_k = n^3$ waar T_k die k^{de} term van die reeks is.

Bereken die 4^{de} term van die reeks. (4)

[32]

VRAAG 6

6.1 Die diagram hieronder toon die grafiek van $y = f(x)$.
$P(x; f(x))$ en $Q(x+h; f(x+h))$ is punte op die grafiek.
Die gradiënt van die reguitlyn deur P en Q word
deur $m = \dfrac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x}$ gegee.



6.1.1 Watter lyn het 'n gradiënt wat deur $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ gegee word? (2)

6.1.2 Bereken die gradiënt van PQ in terme van h en x as $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$. (4)

6.1.3 Bepaal vervolgens die waarde van $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$. (2)

6.1.4 Bepaal of $f'(1+2) = f'(1) + f'(2)$ vir die funksie in VRAAG 6.1.2. Toon AL die berekeninge. (4)

6.2 Gegee: $g(x) = \dfrac{-2x}{\sqrt{x}} - x^{10}$ en $h(x) = (x^5 + 5x^{-1})(x^5 - 5x^{-1})$

Bepaal:

6.2.1 $g'(x)$ (3)

6.2.2 $h'(x)$ (3)

6.2.3 $\dfrac{d}{dx}\left[2g(x) + h(x)\right]$ (4)

[22]

VRAAG 7

7.1 Gegee: $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

7.1.1 Toon deur berekening dat P(5 ; 20) 'n punt op die grafiek van $y = f(x)$ is. (2)

7.1.2 Bereken die koördinate van die draaipunte van die grafiek van f. (6)

7.1.3 Teken 'n netjiese sketsgrafiek van f. Toon die koördinate van enige afsnitte met die asse en van die draaipunte. (5)

7.1.4 As $x \in [0 ; 5]$, meld:

(a) Die maksimum waarde van $f(x)$ vir die interval (1)

(b) Die waardes van x waar hierdie maksimum behaal word (3)

(c) Die minimum waarde van $f(x)$ vir die interval (1)

7.2 'n Klerevervaardiger skat dat die koste (in rand) om x hemde te vervaardig, gegee word deur die funksie:

$$C(x) = 10 + 5x + 0{,}001x^3$$

Bereken die tempo waarteen die koste verander wanneer die 100[ste] hemp vervaardig word. (4)

7.3 Daar is 40 vrugtebome in 'n vrugteboord. Die gemiddelde opbrengs per boom in 'n seisoen is 580 vrugte. Die boer bereken dat vir elke bykomende boom wat in die vrugteboord geplant word, die opbrengs per boom met 10 vrugte sal afneem.

As die aantal bykomende bome wat in die vrugteboord geplant word x is en die totale opbrengs van die vrugteboord in 'n seisoen N is, dan is:

$$N = (40 + x)(580 - 10x)$$

Bereken hoeveel bykomende bome geplant moet word om die totale opbrengs van die vrugteboord te maksimeer. (4)

[26]

VRAAG 8

'n Kleinsakeonderneming gebruik x landlynfone en y selfone. Die volgende beperkings is van toepassing en word op die aangehegte grafiekpapier aangedui. Die gangbare gebied is gearseer.

- Die kleinsakeonderneming benodig ten minste n telefone.
- Ten minste j van hierdie telefone moet landlynfone wees.
- Ten minste m moet selfone wees.
- Die maandelikse kontrakkoste vir 'n landlynfoon is p rand per maand en vir 'n selfoon q rand per maand. Die maatskappy het 'n begroting van op die meeste R960 per maand beskikbaar om sulke kontrakkoste te betaal.

8.1 Maak gebruik van die grafiek om die waardes van n, j, m, p en q te bepaal. (8)

8.2 Die maandelikse koste van oproepe is R500 per landlynfoon en R700 per selfoon. Skryf 'n vergelyking neer wat die totale maandelikse koste vir oproepe (C) in terme van x en y uitdruk. (1)

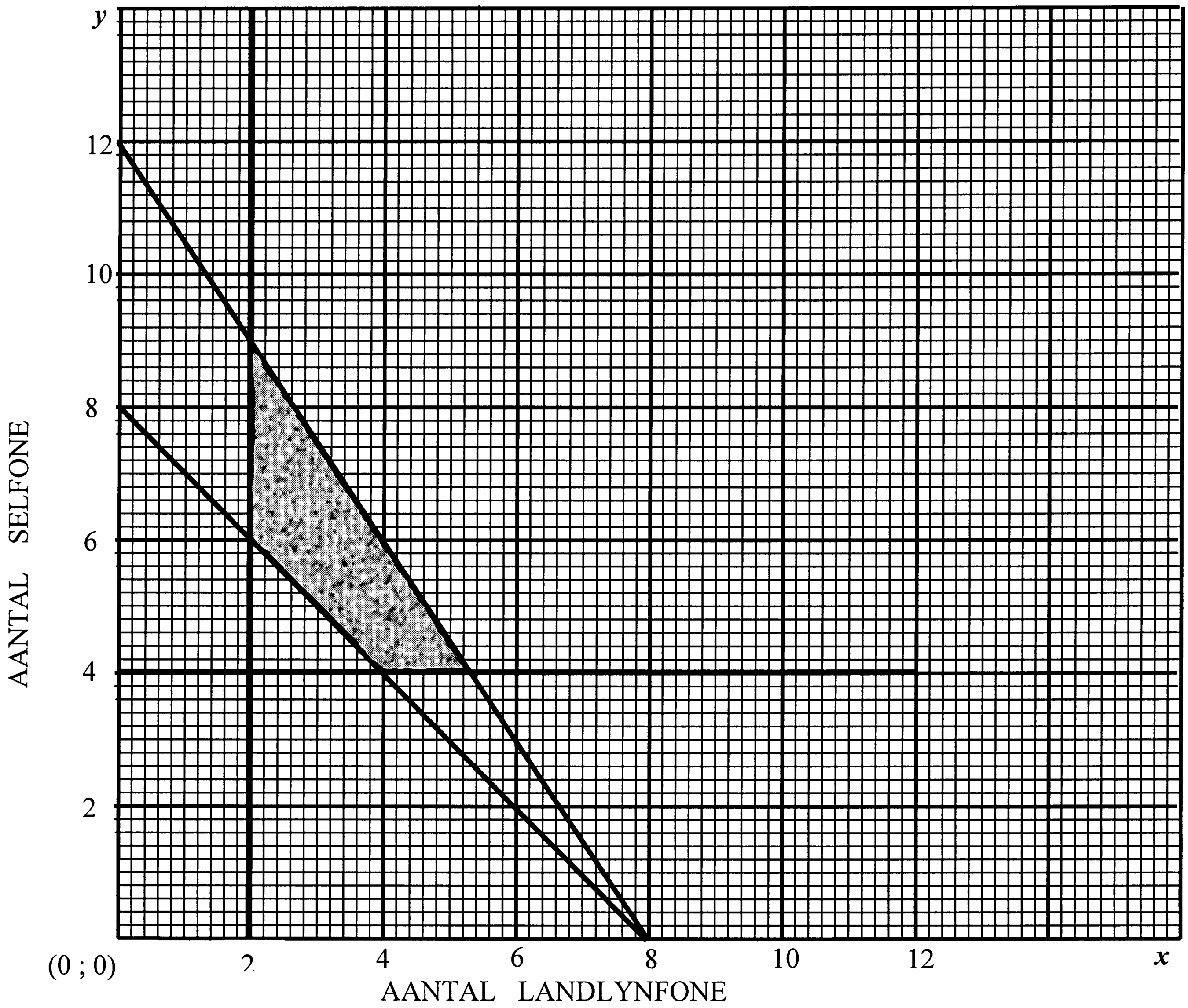
8.3 As die doelwit is om die maandelikse oproepkoste te minimeer, bepaal die waardes van x en y waarvoor C 'n minimum is. (4)

8.4 Die doelwit verander en die maatskappy wil nou die gebruik van selfone maksimeer. Bepaal hoeveel telefone van elke soort gebruik moet word om hierdie doelwit te bereik. (3)

[16]

TOTAAL: 200

GRAFIEKPAPIER VIR VRAAG 8



Mathematics Formula Sheet (HG en SG)
Wiskunde Formuleblad (HG en SG)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T_n = a + (n-1)d \qquad S_n = \frac{n}{2}\left(a + T_n\right) \quad \text{or/of} \quad S_n = \frac{n}{2}\left(a + l\right)$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + \left(n-1\right)d\right]$$

$$T_n = ar^{n-1} \qquad S_n = \frac{a\left(1 - r^n\right)}{1 - r} \ (r \neq 1) \qquad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1} \ (r \neq 1)$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} \quad (|r| < 1)$$

$$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \quad \text{or/of} \quad A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan\theta$$

$$(x_3; y_3) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$