education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN - 2005

WISKUNDE V2

HOëR GRAAD

OKTOBER/NOVEMBER 2005

Marks: 200

Time: 3 Hours

Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 1 inligtingblad en 6 diagramvelle.

INSTRUKSIES

1. Hierdie vraestel bestaan uit **9** vrae, 'n formuleblad en diagramvelle.
2. Gebruik die formuleblad om hierdie vraestel te beantwoord.
3. Maak die diagramvelle los van die vraestel en plaas dit in jou **ANTWOORDEBOEK.**
4. Die diagramme is nie volgens skaal geteken nie.
5. Beantwoord **AL** die vrae.
6. Nommer **AL** die antwoorde korrek en duidelik.
7. **AL** die nodige bewerkings moet getoon word.
8. Nieprogrammeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders vermeld.
9. Waar nodig, sal die aantal desimale syfers waartoe antwoorde afgerond moet word, in die vraag gemeld word.

ANALITIESE MEETKUNDE

LET WEL :	**– GEBRUIK ANALITIESE METODES IN HIERDIE AFDELING.** **– KONSTRUKSIE- EN METINGSMETODES MAG NIE GEBRUIK WORD NIE.**

VRAAG 1

1.1 A (– 2 ; 4) , B (– 6 ; 2) en C (3 ; p) is punte in die Cartesiese vlak.
Bereken die waarde van p as AB $\perp$ AC (5)

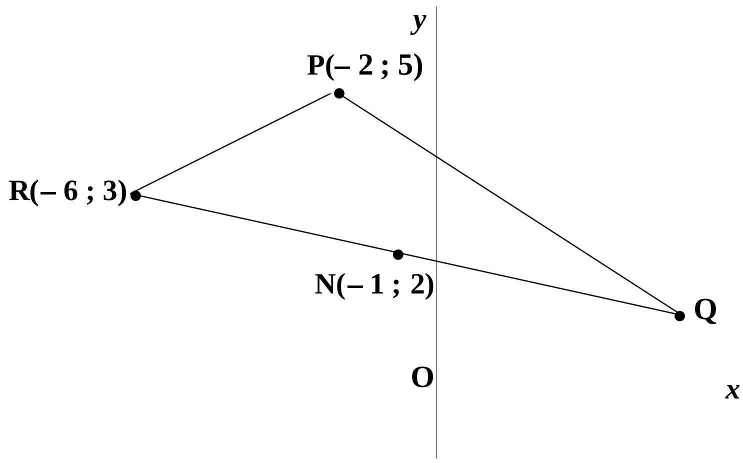
1.2 In die diagram langsaan is

P (–2 ; 5) , R (– 6 ; 3) en

Q die hoekpunte van ΔPRQ.

N (–1 ; 2) is die middelpunt

van RQ.



1.2.1 Bereken die grootte van $\hat{R}$, afgerond tot TWEE desimale syfers. (6)

1.2.2 Bepaal die vergelyking van PN. (4)

1.2.3 Bepaal die koördinate van L, die middelpunt van PQ. (5)

1.2.4 Bepaal die koördinate van A, die snypunt van die swaartelyne van ΔPRQ . (6)

[26]

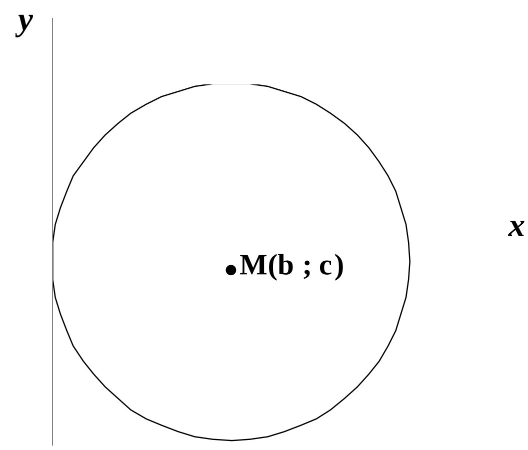
VRAAG 2

2.1 In die diagram langsaan raak 'n sirkel met middelpunt M (b ; c) die y-as by punt P, waar b en c heelgetalle is.

Punt Q (3 ; 1) lê op die sirkel .

M lê op die reguitlyn 2x + y = 4

[P en Q is nie op die diagram getoon nie]



2.1.1 Skryf die koördinate neer van P in terme van b of c . (2)

2.1.2 Bepaal die vergelyking van die sirkel in terme van b en c . (2)

2.1.3 Bepaal vervolgens die numeriese waardes van b en c . (8)

2.1.4 Bepaal vervolgens die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by Q . (2)

2.2 'n Sirkel met vergelyking $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ word gegee. P is 'n lokuspunt in die Cartesiese vlak sodat die lengte van die raaklyn getrek vanaf P na die sirkel gelyk is aan die lengte van die radius van die sirkel .

2.2.1 Bepaal :

(a) die lengte van die radius van die sirkel . (3)

(b) die vergelyking van die lokus van P . (4)

2.2.2 Beskryf die lokus verkry in VRAAG 2.2.1(b) volledig. (3)

[24]

TRIGONOMETRIE

VRAAG 3

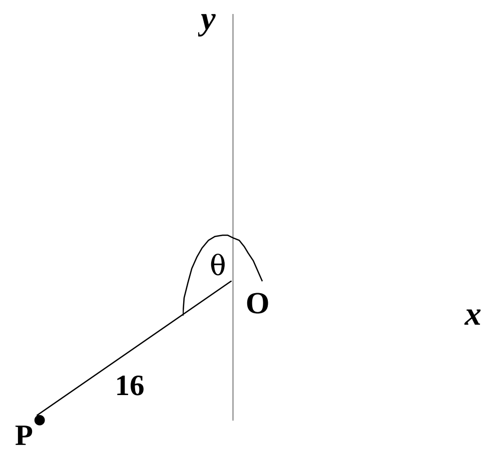
3.1 In die diagram langsaan

is P 'n punt in die Cartesiese vlak

sodat OP = 16 eenhede en die

grootte van die reflekshoek θ

is gelyk aan 200°.



Bepaal die koördinate van P, afgerond tot TWEE desimale syfers. (4)

3.2 As $\sin 54^\circ = p$, druk die volgende uit in terme van p, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

3.2.1 $\sin 594^\circ$ (2)

3.2.2 $\cos 18^\circ$ (6)

3.2.3 $$\frac{\tan 27^\circ + \cot 63^\circ}{1 + (\tan 207^\circ)(\cot 117^\circ)}$$ (6)

[18]

VRAAG 4

Gegee : $f(x) = \cos x - \frac{1}{2}$ en $g(x) = \sin(x + 30^\circ)$

4.1 Gebruik die assestelsel wat voorsien is op die diagramvel om sketsgrafieke van die krommes van f en g vir $x \in [-120^\circ ; 60^\circ]$ te teken. Toon duidelik alle afsnitte met die asse, koördinate van alle draaipunte en koördinate van alle eindpunte van albei krommes. (9)

4.2 Gebruik die grafieke geteken in VRAAG 4.1 om te bepaal vir watter waarde(s) van $x \in [-120^\circ ; 60^\circ]$ is:

4.2.1 $\cos(60^\circ - x) < 0$ (3)

4.2.2 $f(x) - g(x) > 0$ (2)

4.2.3 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$ ongedefinieer? (2)

[16]

VRAAG 5

5.1 5.1.1 Gee 'n uitdrukking vir $\cos(A + B)$ in terme van die sinusse en die kosinusse van A en B. (1)

5.1.2 Vervolgens of andersins, bewys **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar** dat

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$ (6)

5.2 Gegee die identiteit: $\cot 2x + \operatorname{cosec} 2x = \cot x$

5.2.1 Bewys die identiteit. (7)

5.2.2 Bepaal die waardes van x waarvoor die identiteit ongedefinieerd is. Gee die antwoord as 'n algemene oplossing. (5)

5. 3 Los die vergelyking op:

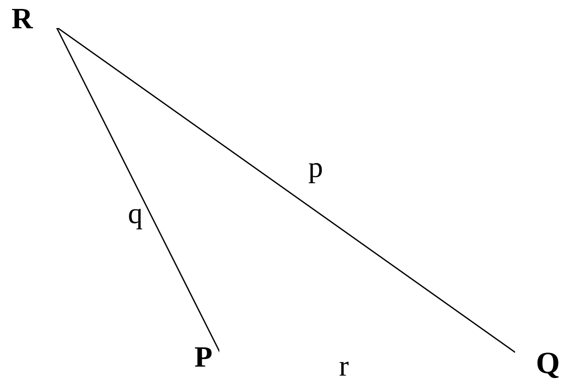
$$\sec^2 A - 3\tan A - 5 = 0, \quad \text{vir} \quad A \in [-90^\circ; 0^\circ]$$ (6)

[25]

VRAAG 6

6.1 Gegee ΔPQR met $\hat{P}$ stomp.

Gebruik die diagram op die diagramvel of teken die diagram oor in jou antwoordeboek om te bewys dat :



Area van $\Delta PQR = \frac{1}{2}(q)(r)\sin P$

(4)

6.2 In Δ LMN is LM = 5 eenhede, LN = $2x$ eenhede en MN = $3x$ eenhede.

6.2.1 Bewys dat $\cos L = \dfrac{5 - x^2}{4x}$ (4)

6.2.2 Gee die beperkings vir $\cos L$ as $\hat{L}$ stomp is. (2)

6.2.3 Is dit moontlik vir x om gelyk aan 6 te wees ? (1)

6.2.4 As $x = 3$, bereken die area van Δ LMN, afgerond tot EEN desimale syfer. (5)

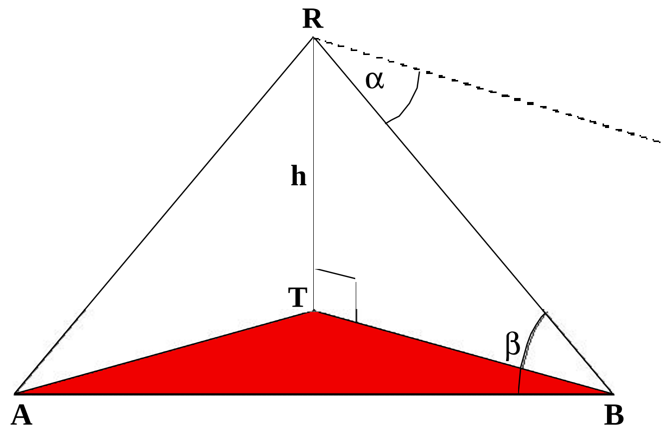
6.3 In die diagram langsaan, stel RT die hoogte van 'n vertikale toring voor, met T die voet van die toring.

A en B stel twee punte voor, ewe ver vanaf T en wat in dieselfde horisontale vlak as T lê.

Die hoogte van die toring is h .

Die dieptehoek van B vanaf R is α .

$R\hat{B}A = \beta$



6.3.1 Gee die grootte van $A\hat{R}B$ in terme van β . (1)

6.3.2 Bewys dat $AB = 2h.\cos\beta.\operatorname{cosec}\alpha$ (5)

6.3.3 Bereken die hoogte van die toring, afgerond tot die naaste eenheid, as $AB = 5{,}4$ eenhede, $\alpha = 51°$ en $\beta = 65°$ (3)

[25]

EUKLIDIESE MEETKUNDE

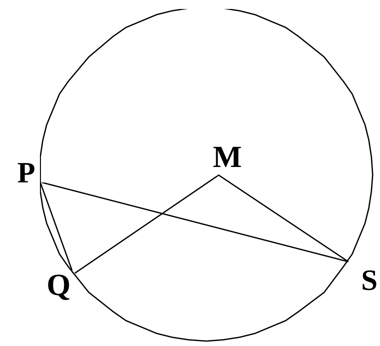
LET WEL:	**– DIAGRAMME VIR DIE BEWYS VAN TEORIE MAG OP DIE DIAGRAMVELLE GEBRUIK WORD, OF IN JOU ANTWOORDEBOEK OORGETEKEN WORD.** **– MAAK DIE DIAGRAMVELLE LOS VAN DIE VRAESTEL EN PLAAS DIT IN JOU ANTWOORDEBOEK.** **– GEE 'n REDE VIR ELKE BEWERING, TENSY ANDERS VERMELD.**

VRAAG 7

7.1 In die diagram langsaan is sirkel PQS geteken.

Gebruik die diagram op die diagramvel of teken die diagram oor in jou antwoordeboek om die stelling te bewys wat beweer dat:

As M die middelpunt van sirkel PQS is, dan is $\hat{M} = 2\hat{P}$



(6)

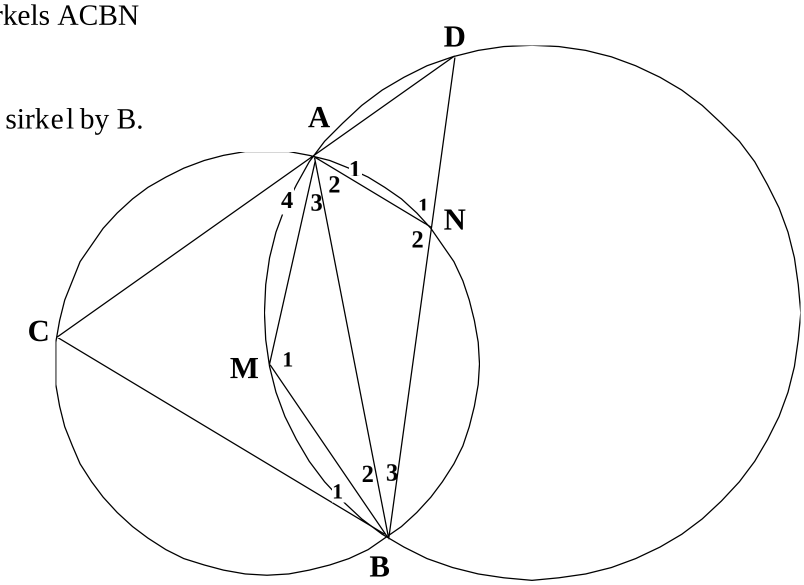
7.2 In die diagram langsaan sny sirkels ACBN en AMBD by A en B.

CB is 'n raaklyn aan die groter sirkel by B.

M is die middelpunt van die kleiner sirkel.

CAD en BND is reguitlyne.

Laat $\hat{A}_3 = x$



7.2.1 Bepaal die grootte van $\hat{D}$ in terme van x. (4)

7.2.2 Bewys dat:

(a) CB || AN (7)

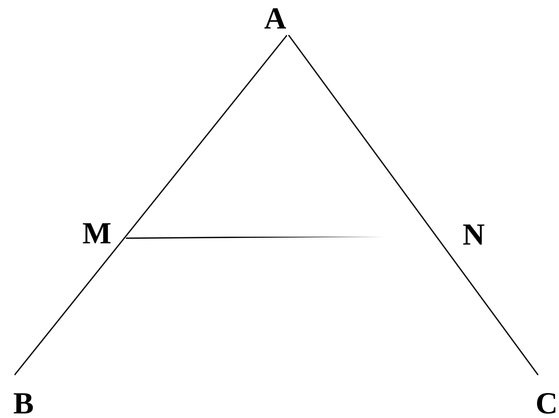
(b) AB is 'n raaklyn aan sirkel ADN . (4)

[21]

VRAAG 8

8.1 In die diagram langsaan is M en N onderskeidelik twee punte op AB en AC van ? ABC .

Gebruik die diagram op die diagramvel of teken die diagram oor in jou antwoordeboek om die stelling te bewys wat beweer dat:



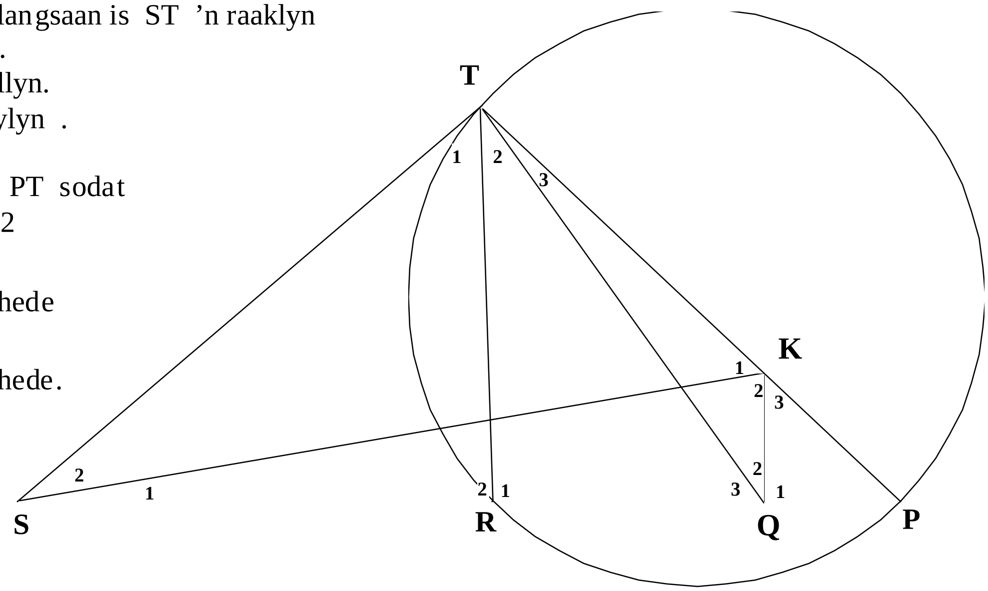
As $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$, dan is MN || BC . (7)

8.2 In die diagram langsaan is ST 'n raaklyn aan sirkel TRP.
PT is 'n middellyn.
SRQP is 'n snylyn .

K is 'n punt op PT sodat PK : KT = 1 : 2

PR = $\sqrt{18}$ eenhede

PQ = $\sqrt{2}$ eenhede.



8.2.1 Bewys dat:

(a) RT || QK (4)

(b) TKQS is 'n koordevierhoek. (5)

(c) Δ QRT ||| Δ KTS (4)

8.2.2 As PS = $\sqrt{32}$ eenhede, bereken met verstrek van redes en **sonder gebruik van 'n sakrekenaar,** die lengte van :

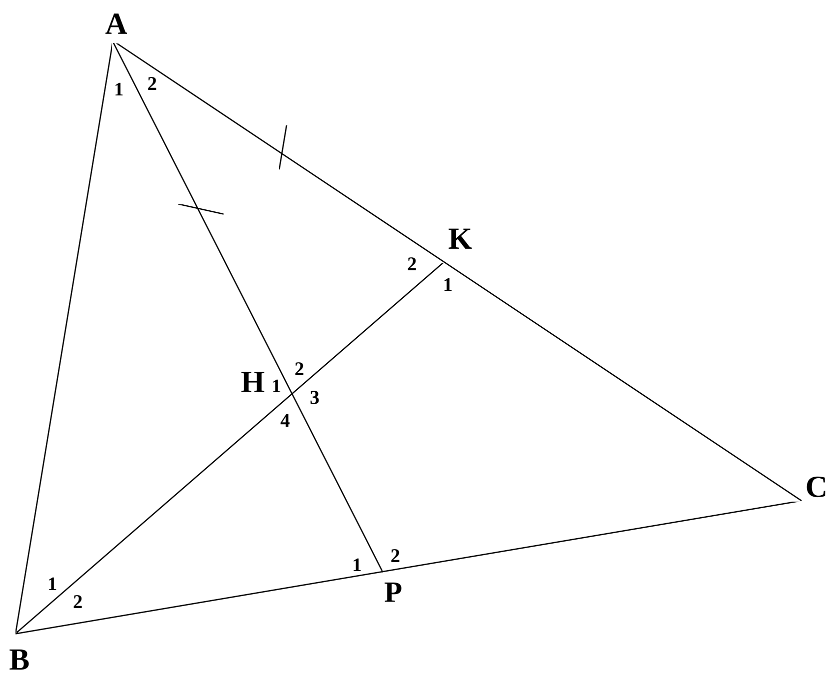
(a) ST (6)

(b) KT (5)

[31]

VRAAG 9

In die diagram hieronder word $A\hat{B}C$ gehalveer deur BK met K op AC. AP en BK sny by H met P op BC sodat AH = AK



9.1 Bewys dat $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AK}{KC}$ (7)

9.2 As dit verder gegee word dat AKPB is 'n koordevierhoek en dat H die middelpunt is van die ingeskrewe sirkel van ΔABC, bereken die grootte van $B\hat{A}C$, met verstrek van redes. (7)

[14]

TOTAAL: 200

---oooOooo---

Mathematics Formula Sheet (HG and SG)
Wiskunde Formuleblad (HG en SG)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T_n = a + (n-1)d \qquad S_n = \frac{n}{2}(a + T_n) \qquad S_n = \frac{n}{2}(a + l) \qquad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$T_n = a.r^{n-1} \qquad S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad (r \neq 1) \qquad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (r \neq 1)$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} \quad (|r| < 1)$$

$$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \qquad \text{OR / OF} \qquad A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan\theta$$

$$(x_3 ; y_3) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

In Δ ABC: $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \tfrac{1}{2} ab.\sin C$$