



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN - 2005

WISKUNDE V1

HOËR GRAAD

OKTOBER/NOVEMBER 2005

Punte: 200

Tyd: 3 Uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 1 bladsy grafiekpapier en 1 inligtingsblad.



INSTRUKSIES

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word:

1. Hierdie vraestel bestaan uit **8** vrae. Beantwoord **AL** die vrae.
2. Toon duidelik **AL** die berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.
3. 'n Goedgekeurde sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot **TWEE** desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.
5. Die aangehegte grafiekpapier moet slegs vir **VRAAG 8** gebruik word.
6. Nommer die antwoorde **PRESIES** soos die vrae genummer is.
7. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en om jou werk netjies aan te bied.
9. 'n Inligtingsblad met formules is ingesluit aan die einde van die vraestel.



VRAAG 11.1 Los op vir x :

1.1.1 $6 - x = 2\sqrt{x + 2}$ (6)

1.1.2 $\frac{-3}{(x+1)(x-3)} < 0$ (3)

1.2 Gegee: $(x - 3)(5x^2 - x - 2) = 0$ 1.2.1 Skryf 'n rasionale waarde van x neer wat die vergelyking bevredig. (1)

1.2.2 Bereken die irrasionale wortels van die vergelyking (afgerond tot TWEE desimale plekke). (6)

1.3 Gegee: $A(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 2x}$ 1.3.1 Vir watter waardes van x is $A(x)$ ongedefinieer? (3)1.3.2 Bereken die waardes van k waarvoor $\frac{2x^2 + 1}{x^2 - 2x} = k$ reële wortels het. (9)1.3.3 Wat is die waardeversameling van die funksie A ? (1)1.4 Los op vir x en y :

1.4.1 $|x - 2| \leq 5$ (4)

1.4.2 $|y - 2| = 1$ (3)

1.5 Bepaal die maksimum waarde van $|x - y|$, as x en y oplossings is vir beide VRAAG 1.4.1 en VRAAG 1.4.2. (2)**[38]**

VRAAG 2

2.1 Gegee: $f(x) = -2(x-3)^2 + 8$

2.1.1 Skryf die koördinate neer van die draaipunt van die grafiek van f . (2)2.1.2 Teken 'n sketsgrafiek van f . Toon duidelik die koördinate van die draaipunt sowel as die afsnitte met die asse. (7)2.1.3 Skets **sonder enige verdere berekeninge**, op 'n ander assestelsel die grafiek van $y = f(x-2)$. Toon net die koördinate van die draaipunt. (2)

2.2 Gegee: $h(x) = \frac{4}{x}$

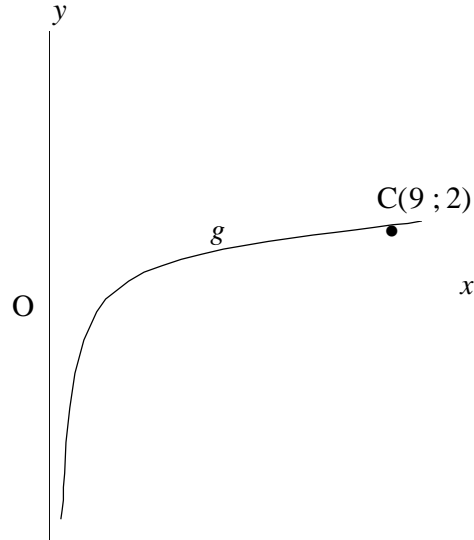
2.2.1 Teken 'n sketsgrafiek van h . (2)2.2.2 Verduidelik waarom h en h^{-1} dieselfde funksie is. (3)2.2.3 Bepaal die waardes van m waarvoor die grafiek van $y = mx$ die grafiek van h sny. (3)2.2.4 Skryf die koördinate neer van die sny-punte van die reguitlyn $y = x$ met die grafiek van h . (2)**[21]****VRAAG 3**3.1 Bewys die Resstelling wat meld dat as 'n veelterm $p(x)$ deur $(x-a)$ gedeel word totdat die res onafhanklik van x is, dan is die res gelyk aan $p(a)$. (4)

3.2 Los op vir x : $4x^3 - 4x^2 - 7x - 2 = 0$ (8)

[12]

VRAAG 4

- 4.1 Die sketsgrafiek hieronder toon die kromme van $g(x) = \log_a x$.
Die kromme gaan deur $C(9; 2)$.



- 4.1.1 Bereken die waarde van a . (3)
- 4.1.2 Gee die vergelyking van die funksie h wat simmetries is aan g met betrekking tot die x -as. (1)
- 4.1.3 Vir watter waarde van x is $g(x) = h(x)$? (2)
- 4.1.4 Gebruik die grafiek om vir x op te los: $\log_a x \leq 2$ (3)
- 4.2 Vereenvoudig tot 'n enkel getal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

$$\left(\frac{5}{4^{-1} - 9^{-1}} \right)^2 + \log_3 9^{2,12} \quad (6)$$

- 4.3 Los op vir x **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

4.3.1 $x\sqrt{3} = \frac{20}{\sqrt{6}}$ (Let wel: $\sqrt{2} = 1,414$) (4)

4.3.2 $10^{2x} = 5(2^{2x}) + 120(4^x)$ (5)

4.3.3 $2\log_4 x + \log_x 64 = 5$ (8)



- 4.4 Die sterkte x van die aardbewing wat die onlangse tsunami ramp veroorsaak het, is met behulp van die Richterskaal as $\log x = 8,5$ gemeet. Drie maande later was daar 'n ander aardbewing en sy sterkte was gemeet as $\log y = 5,1$. Vergelyk die sterktes van die aardbewings deur die verhouding $\frac{x}{y}$ te bereken. Rond die antwoord af tot TWEE desimale plekke.

(4)
[36]**VRAAG 5**

- 5.1 Die gemene verskil van 'n rekenkundige ry is 3. Bereken die waardes van n waarvoor die n^{de} term van die ry 93 is en die som van die eerste n terme 975 is. (9)

- 5.2 Gegee die meekundige reeks:

$$54 + 18 + 6 + \dots + 54\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

- 5.2.1 Toon dat die som van die eerste n terme gegee word deur $81 - 81\left(\frac{1}{3}\right)^n$. (3)

- 5.2.2 Bereken die kleinste waarde van n waarvoor die som van die eerste n terme groter as 80,99 is. (7)

- 5.2.3 Wat nader $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ soos $n \rightarrow \infty$? (1)

- 5.2.4 Bepaal die waarde van $\sum_{k=1}^{\infty} 54\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$, deur gebruik te maak van VRAE 5.2.1 en 5.2.3 of op 'n ander wyse. (2)

- 5.3 'n Nuwe sokkerkompetisie word beplan om belangstelling in die 2010 Wêreldbeker aan te wakker.

Hierdie kompetisie sal vereis dat elk van 8 spanne een keer teen elke ander span speel.



- 5.3.1 Bereken die aantal wedstryde wat in die kompetisie gespeel moet word. (3)

- 5.3.2 Bepaal 'n formule in terme van n vir die aantal wedstryde wat benodig word as elk van n spanne een keer teen mekaar moet speel. (4)

[29]



VRAAG 6

6.1 Bereken: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{1-x}$ (2)

6.2 Gegee: $f(x) = 2x^2 - x$

6.2.1 Gebruik **die definisie van die afgeleide** om $f'(x)$ te bereken. (6)

6.2.2 Bereken vervolgens die koördinate van die punt waar die gradiënt van die raaklyn aan die grafiek van f gelyk is aan 7. (4)

6.3 As $xy - 5 = \sqrt{x^3}$, bepaal $\frac{dy}{dx}$. (5)

6.4 Gegee: $g(x) = (x^{-2} + x^2)^2$. Bereken $g'(2)$. (4)

[21]**VRAAG 7**

7.1 Die grafiek van 'n derdegraadse funksie f het draaipunte by $A(-1; p)$ en $B(2; q)$. Die funksie f het die volgende eienskappe:

$$f'(x) > 0 \text{ vir } x < -1 \text{ of } x > 2$$

$$f'(x) < 0 \text{ vir } -1 < x < 2$$

$$f(2) > 0$$

7.1.1 Teken 'n netjiese sketsgrafiek van f . Dui duidelik punte A en B op die skets aan. (Dit is nie nodig om die x - en y - afsnitte te toon nie). (4)

7.1.2 Gebruik die grafiek om af te lei hoeveel wortels $f(x) = 0$ het. (1)

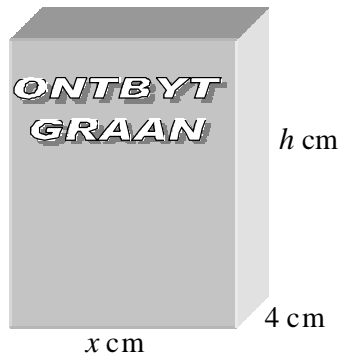
7.1.3 As $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$, bereken die waardes van b en c . (7)



- 7.2 Ten einde die temperatuur in 'n kamer vanaf $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ te verminder, word 'n verkoelingstelsel vir 10 minute in werking ges tel. Die kamertemperatuur, T na t minute word in $^{\circ}\text{C}$ gegee deur die formule:

$$T = 28 - 0,008t^3 - 0,16t \quad \text{met } t \in [0 ; 10]$$

- 7.2.1 Teen watter tempo (afgerond tot TWEE desimale plekke) daal die temperatuur as $t = 4$ minute? (4)
- 7.2.2 Bereken die laags te kamertemperatuur wat bereik word tydens die 10 minute waartydens die verkoelingstelsel in werking is. (4)
- 7.3 'n Graankoshouer het die vorm van 'n reghoekige prisma soos in die diagram hieronder aangetoon. Die houer het 'n volume van 480 cm^3 , 'n breedte van 4 cm en 'n lengte van $x\text{ cm}$.



- 7.3.1 Toon aan dat die totale buite oppervlakte van die houer (in cm^2) gegee word deur:
 $A = 8x + 960x^{-1} + 240$ (5)
- 7.3.2 Bepaal die waarde van x waarvoor die totale buite oppervlakte 'n minimum is. Rond die antwoord af tot die naaste cm. (5)
- [30]**



VRAAG 8

Om aan die vereistes van 'n gespesialiseerde dieet te voldoen, word 'n maaltyd voorberei deur twee tipes graankos, *Vuka* en *Molo*, te meng. Die mengsel moet x pakkies *Vuka* graan en y pakkies *Molo* graan bevat. Die maaltyd vereis ten minste 15 g proteïene en ten minste 72 g koolhidrate. Elke pakkie *Vuka* graan bevat 4 g proteïene en 16 g koolhidrate. Elke pakkie *Molo* graan bevat 3 g proteïene en 24 g koolhidrate. Daar is hoogstens 5 pakkies graankos beskikbaar. Die gangbare gebied is op die aangehegte grafiekpapier gearseer.

8.1 Skryf die beperkingsongelykhede neer. (6)

8.2 As *Vuka* graan R6 per pakkie kos en *Molo* graan ook R6 per pakkie kos, gebruik die grafiek om te bepaal hoeveel pakkies van elke tipe graankos gebruik moet word vir die mengsel om bostaande beperkings in elk van die volgende gevalle te bevredig:

8.2.1 Die totale koste is 'n minimum. (4)

8.2.2 Die totale koste is 'n maksimum (gee alle moontlikhede). (3)

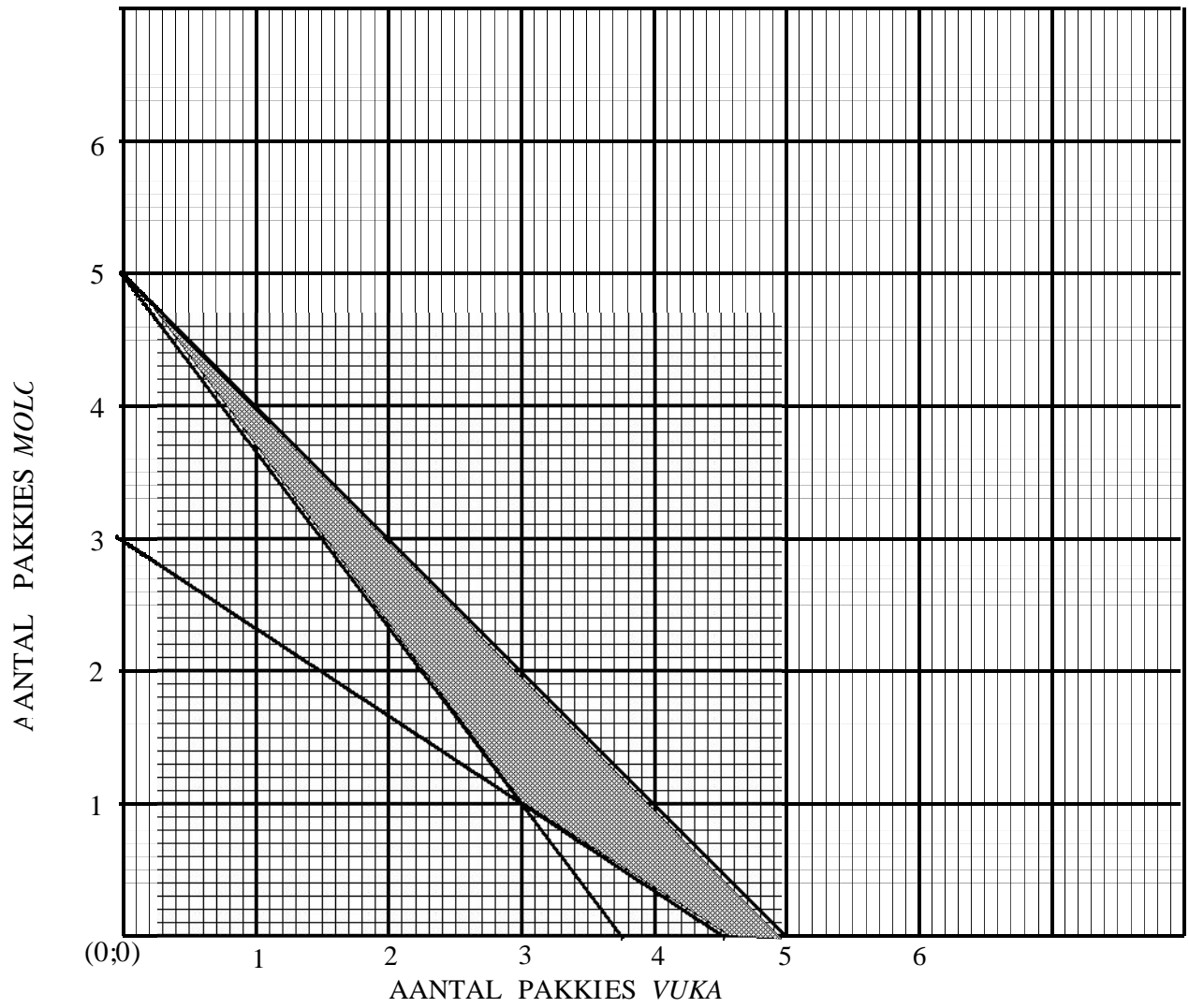
[13]

TOTAAL: 200

---0000000---



GRAFIEKPAPIER VIR VRAAG 8



Mathematics Formula Sheet (HG and SG)
Wiskunde Formuleblad (HG en SG)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T_n = a + (n - 1)d \quad S_n = \frac{n}{2}(a + T_n) \quad \text{or / of} \quad S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1} \quad S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad (r \neq 1) \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (r \neq 1)$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} \quad (|r| < 1)$$

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n \quad \text{or / of} \quad A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x_3; y_3) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

