

GAUTENGSE DEPAR TEME NT VAN ONDERWYS

SENIO RSE RTIFIKAAT -EKSAMEN

ADDIS IONELE WISKUN DE HG

TYD: 3 uur

PUNTE: 400

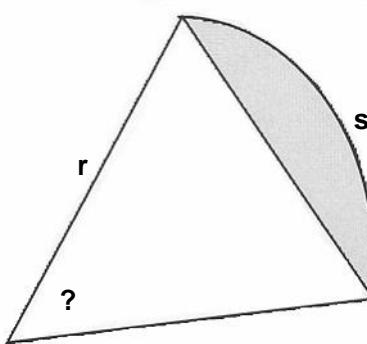
INSTRUKSIES :

- Hierdie vraestel bestaan uit VYF afdelings.
 - Afdeling A is VERPLIGTEND.
 - Beantwoord ook nog enige TWEE ander afde lings uit Afdelings B, C, D en E.
 - Elke afdeling moet in ? aparte antwoordboek beantwoord word en die betrokke afdeling moet duidelik op die buiteblad aange toon word. Plaas alle antwoordboeke in die antwoor dboek vir Afde ling A voordat jy dit inlewer.
 - Nie-programmeer bare sakrekenaars mag gebruik word, tensy daar anders aange duï word.
 - Hierdie vraestel bestaan uit 17 bladsye. Statistiese tabelle en ? formuleb lad kom onderske ide lik voor op b ladsye 15, 16 en 17.
 - Alle no odsaklike berekeninge moet duidelik getoon word.
 - Alle hoekse is in radiale en antwoorde moet ook in radiale gegee word.
 - Skryfwerk moet leesbaar wees.
-
-

**AFDELING A
VERPLIGTEND
CALCULUS**

VRAAG 1

- 1.1 Die sektor van die sirkel in die skets het ? boog lengte $s = \frac{3\pi}{2}$ en radius $r = 3$.



Bepaal

- 1.1.1 die hoek ?. (2)
- 1.1.2 die oppervlakte van die sektor. (2)
- 1.1.3 die oppervlakte van die deel van die sektor wat gearseer is. (6)
[10]

VRAAG 2

2.1 $f : x \rightarrow bg \sin x - p/4$

- 2.1.1 Bepaal die waarde versameling van $f(x)$ (4)
- 2.1.2 Skets die grafiek van $f(x)$ (6)

2.2 Doen hierdie vraag sonder die gebruik van ? sakrekenaar. Bepaal

$$2.2.1 \quad bg \sin\left(\cos \frac{7\pi}{6}\right) \quad (6)$$

$$2.2.2 \quad bg \cos\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right) \quad (8)$$

$$2.2.3 \quad \cos\left(2bg \tan \frac{5}{12}\right) \quad (10)$$

[34]

VRAAG 3

$$f(x) = \begin{cases} |x - 2| & \text{as } x > 0 \\ 3 & \text{as } x = 0 \\ 2x + 2 & \text{as } x < 0 \end{cases}$$

3.1 Bepaal of f kontinu is by $x = 0$, en motiveer volledig. Indien nie kontinu nie, noem die tipe diskontinuitet. (8)

3.2 Bepaal of f differensieerbaar is by $x = 0$ (2)

3.3 Aanvaar die funksie is kontinu by $x = 2$. Bepaal, met motivering, of f differensieerbaar is by $x = 2$, deur van algebraïese metodes gebruik te maak. Motiveer volledig, maar dit is nie nodig om vanaf eerste beginsels te werk nie. (8)
[18]

VRAAG 4

Bepaal die volgende limiete, indien moontlik:

$$4.1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad (8)$$

$$4.2 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 3x + 2}}{9x - 5} \quad (6)$$

[14]

VRAAG 5

Gegewe die funksie $f(x) = 2x^2 + 1$, bepaal die oppervlakte onder die grafiek van $f(x)$ en bo die X-as tussen $x = 0$ en $x = 2$. Gebruik die tegniek om die oppervlakte te benader deur n stroke van gelyke breedte en die Riemann-som te bepaal vir die oppervlakte van hierdie reghoeke. Laat dan $n = 8$.

[18]

VRAAG 6

6.1 $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$. Moet nie vir $f(x)$ vereenvoudig nie en bepaal $f'(x)$. Vereenvoudig die antwoord tot slegs een trigonometriese verhouding.

(8)

6.2 Bepaal die volgende afgeleides:

$$6.2.1 \quad f' \left(\frac{\pi}{6} \right) \text{ as } f(x) = \frac{\tan x}{\sec^2 x - 1} \quad (12)$$

$$6.2.2 \quad \frac{dy}{dx} \text{ as } y = (\ln \cos(2x+1))^3 \quad (6)$$

6.3 As $f(x) = (1+x^2)^3$ toon aan dat $f''(x) = 6(x^2+1)(1+5x^2)$

(10)

[36]

VRAAG 7

Bepaal die volgende integrale:

$$7.1 \quad \int_2^6 \frac{3dx}{\sqrt{2x-3}} \quad (10)$$

$$7.2 \quad \int \sin(x+1)\sin(3x-2)dx \quad (10)$$

[20]

VRAG 8

Die funksies $f(x) = \text{bg tan } x$ en sy afgeleide $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ sny in die punt A.

8.1 Om punt A met Newton se Metode te bepaal, word ? funksie

$$g(x) = \frac{1}{1+x^2} - \text{bg tan } x = 0 \text{ gebruik. Toon aan dat } g'(x) = \frac{-1(x+1)^2}{(1+x^2)^2} \quad (10)$$

8.2 Newton se formule om punt A te vind is:

$$a_{n+1} = b + \frac{(1+b^2) - (1+b^2)^2 bg \tan b}{(b+1)^2} \text{ waar } b = a_n$$

Bepaal die x -koördinaat van punt A korrek tot 3 desimale plekke. Neem $a_0 = 1$ (8)
[18]

VRAAG 9

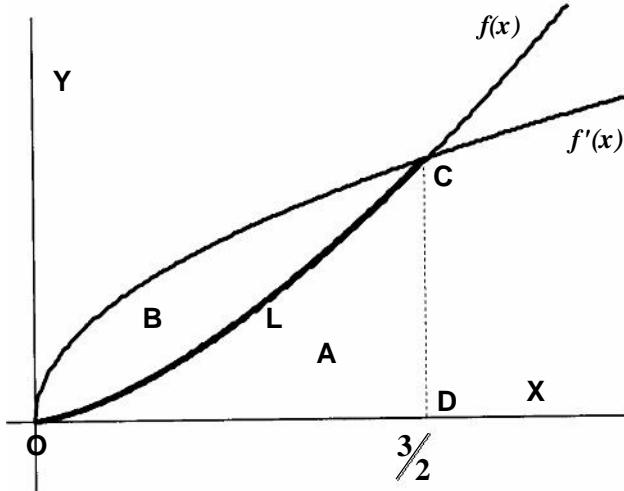
Gee alle antwoorde in hierdie vraag korrek tot 3 desimale plekke.

Die lengte, L , van ? kurwe $f(x)$ tussen $x = a$ en $x = b$ word gegee deur die formule

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

- 9.1 Gebruik hierdie formule om die lengte, L , te vind van die kromme $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ tussen $x = 0$ en $x = \frac{3}{2}$. (Gee jou antwoord korrek tot drie desimale plekke). (12)

- 9.2 Gegee hieronder is die skets van $f(x)$ met die deel bereken in Vraag 9.1 vetgedruk.



- 9.2.1 Bepaal die omtrek van oppervlakte A , dit is $L + OD + CD$, as $L = 1,969$. (6)

- 9.2.2 Die kromme van $f'(x)$ word ook getoon. Bereken die volume van die omwentelingsliggaam wat gevorm word as die oppervlakte tussen die twee krommes, B , om die x -as roteer. (14)
[32]

TOTAAL VIR AFDELING A: [200]

Beantwoord enige **TWEE** van die volgende **VIER** afdelings.

AFDELING B
WISKUNDE VAN FINANSIES

**GEE ALLE ANTWOORDE KORREK TOT DIE NAASTE SENT, WAAR VAN
TOEPASSING.**

VRAAG 10

Die totale kostefunksie om x houttafels te vervaardig is $C(x) = \frac{200x^2 + 150x + 80}{x + 1}$

10.1 Bepaal:

10.1.1 Die marginale kostefunksie (6)

10.1.2 Die marginale koste as $x = 10$ (4)

10.2 Bepaal die gemiddelde koste om die eerste 10 tafels te vervaardig. (8)

[18]

VRAAG 11

Aan die einde van 2005 het 'n maatskappy R20 000 in 'n rekening wat 13,5% rente per jaar betaal, maande liks saamgestel.

Gedurende 2006 word die volgende transaksies deur die maatskappy gedoen. (Elke transaksie word aan die einde van die maand gedoen.)

- Maand 1 : Depon eer R5 000
- Maand 4 : Onttrek Rx
- Maand 6 : Depon eer R2x
- Maand 8 : Depon eer R12 000
- Maand 9 : Onttrek R3x

Aan die einde van 2006 sal die saldo in die maatskappy se rekening R31 308,34 wees.

11.1 Stel die inligting hierbo voor op 'n tydlyn. (4)

11.2 Bereken x . (12)
[16]

VRAAG 12

120 gereelde betalings van R1 000 word gemaak aan die begin van elke maand in ? rekening wat rente teen 12% per jaar, kwartaalliks saamgestel, verdien vir ? volle 10 jaar. Betalings beg in dade lik.

- 12.1 Toon aan dat die effektiewe maandelikse rentekoers $\frac{i^{(12)}}{12} = 0,0099$ is. (6)
- 12.2 Bereken die totale waarde van die annuïteit aan die einde van die 10 jaar periode. (12)
[18]

VRAAG 13

Mnr. Ngwenya neem ? verband van R350 000 uit om te help betaal vir sy nuwe huis. Die verband is terugbetaalbaar in maandelikse paaiemende oor ? periode van 20 jaar teen ? rentekoers van 16% per jaar maande liks saamgestel.

- 13.1 Bereken sy maandelikse paaiement as terugbetaalings begin aan die einde van die eerste maand. (12)
- 13.2 Na 10 jaar kry mnr. Ngwenya ? bank wat hom ? beter ooreenkoms aanbied. Hy besluit daarom om sy uitstaande balans te bereken en ? lening gelykstaande aan die bedrag uit te neem by die nuwe bank. Wat is hierdie uitstaande balans onmiddellik na die 120^{ste} betaling indien sy paaiement R4 869,40 was? (12)
- 13.3 Gesteel dat hy ? bedrag van R 290 700,00 by die nuwe bank leen teen 15% rente kwartaalliks saamgestel. Hy kom ooreen om kwartaalliks paaiemente van R20 000 te betaal. Hoeveel paaiemente sal hy moet betaal? Hy betaal die eerste paaiement aan die einde van die eerste kwartaal. (14)
- 13.4 Bereken die finale 22^{ste} paaiement, wat minder as R20 000 sal wees. (10)
[48]

TOTAAL VIR AFDELING B: [100]

AFDELING C
ANALITIESE MEE TKUNDE

VRAAG 14

Twee sirkels met vergelykings $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$ en $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ sny mekaar.

14.1 Bereken die vergelyking van die gemeenskaplike koord. (6)

14.2 Bereken die lengte van die gemeenskaplike koord. (18)

[24]

VRAAG 15

15.1 Bepaal die vergelyking van ? parabool met riglyn $x = -a$ en fokus $(a; 0)$. (8)

15.2 Bepaal nou die vergelyking van ? parabool met fokus $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ en riglyn $2x + 1 = 0$. (2)

15.3 Bepaal die vergelykings van die raaklyn aan en die normaal op die parabool $y^2 = 16x$ by die punt $(1; 4)$. (12)

[22]

VRAAG 16

Gegee: punte $A(6; 4; 3)$; $B(2; 6; 7)$; $C(-2; 2; 5)$ en $D(2; 0; 1)$

16.1 Bewys dat ABCD ? vierkant is. (14)

16.2 As P die punt $(1; 9; 6)$ is, bepaal die vergelyking van die lyn l_1 met rigting normaal tot die vlak P_1 . (6)

16.3 Bepaal die punt Q , die snypunt van die lyn l_1 en die vlak P_1 . (6)

[26]

VRAAG 17

- 17.1 Bepaal die parametriese vergelykings van die lyn l_1 deur $A(1; 0; 3)$ en $B(0; -1; 4)$. (6)
- 17.2 Bepaal of daar ? snypunt is tussen die lyn l_1 , en die lyn l_2 met parametriese vergelykings $x = 2 + s$, $y = 1 + 2s$ en $z = 3 + s$. (14)
- 17.3 Bepaal die afstand van punt $A(1; 0; 3)$ na die plat vlak P_2 met vergelyking $3x - 2y + z = 7$. (6)
- 17.4 Wat steel hierdie afstand voor in terme van die lyne l_1 en l_2 ? (2)
[28]

TOTAAL VIR AFDELING C: [100]**AFDELING D
ALGEBRA****VRAAG 18**

- 18.1 Ontbind $\frac{11x^2 + 3x - 1}{2x^3 + x^2}$ in parsiële breuke. (14)
- 18.2 $f(x) = x^3 + 12x^2 + 4x - 6$ met nulpunte **a**, **b** en **c**. Bepaal die polinoom in $\mathbb{Z}[x]$ met nulpunte $\frac{abc}{6}$, $\frac{a+b+c}{ab+ac+bc}$ en -3. (14)
- 18.3 Gebruik wiskundige induksie en bewys dat $\log x + 2\log x + 3\log x + \dots + n\log x = \frac{n}{2} \log x^{n+1}$ vir alle natuurlike getalle $n \in N$. (20)
[48]

VRAAG 19

- 19.1 19.1.1 Bepaal die **GGD** van $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$ en $x^3 + x^2 + x + 1$. (6)
- 19.1.2 Gebruik die **GGD**, of andersins, faktoriseer $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$ volledig in $\mathbf{Z}[x]$. (8)
- 19.2 Ontbind $f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 6x - 1$ in lineêre faktore in $\mathbf{R}[x]$, as gegee word dat $-1 + \sqrt{2}$? nulpunt van $f(x)$ is. (18)
[32]

VRAAG 20

$$f(x) = \frac{5x}{x^2 + 5}$$

Die funksief is kontinu vir alle $x \in \mathbf{R}$ en die grafiek sny die **X**-as en die **Y**-as by die oorsprong. Die grafiek het ? horisontale asymptoot by $y = 0$.

- 20.1 Toon duidelik aan dat $f'(x) = \frac{-5(x^2 - 5)}{(x^2 + 5)^2}$ (6)
- 20.2 Bepaal die koördinate van die stationêre punte van die grafiek van $y = f(x)$. (8)
- 20.3 Skets die grafiek van $y = f(x)$. (6)
[20]

TOTAAL VIR AFDELING D: [100]

AFDELING E
STATISTIEK

Antwoord de moet korrek tot vier desimale syfers gegee word indien nodig.

VRAAG 21

Die waarskynlikheid dat die son sa 1 skyn is $\frac{4}{7}$, in welke geval daar geen kans op reën is nie. Indien dit bewolk is, is die waarskynlikheid dat dit sal reën $\frac{4}{11}$. Indien dit nie reën nie, sal die sokker-oefening beslis plaasvind. Indien dit reën, is die waarskynlikheid dat die sokker-oefening sal plaasvind $\frac{11}{28}$.

- 21.1 Teken ? boomdiagram om die situasie voor te stel. (8)
- 21.2 Bepaal die waarskynlikheid dat die sokker-oefening nie sal plaasvind nie. (6)
[14]

VRAAG 22

Die syfers 2;3;4;4;4;5 word gegee.

- 22.1 Hoeveel 6-syfer-getalle kan gevorm word uit die gegewe syfers? (6)
- 22.2 Wat is die waarskynlikheid dat ? ewekansig gegenereerde getal wat uit hierdie syfers bestaan grootter as 400 000 sal wees? (8)
[14]

VRAAG 23

- 23.1 Bepaal hoe groot ? groep moet wees, sodat daar 45 kombinasies van 2 daaruit gekies kan word. Dis is ${}_nC_2 = 45$. (${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$) (6)
- 23.2 Daar is 11 wit en 9 swart balle in ? blou sak. ? Persoon trek 9 balle, een na die ander. Bepaal die waarskynlikheid dat 5 van hierdie balle wit sal wees indien
- 23.2.1 die balle teruggeplaas word na elke trekking. (8)
- 23.2.2 die balle nie teruggeplaas word na elke trekking nie. (8)
[22]

VRAAG 24

By ? plaaslike rolprentteater is dit bekend dat 54 persent van die kykers springmielies koop, 67 persent koop ? koeldranks, 23 persent koop lekkers en ? koeldrank, 34 persent koop springmielies en ? koeldrank, 28 persent koop springmielies en lekkers en 16 persent koop lekkers, springmielies en ? koeldrank. Slegs 1 persent koop nijs nie.

- 24.1 Stel die gegewe situasie voor met ? Venn-diagram, waarop jy al die gegewe inligting aandui. (10)
- 24.2 Watter persentasie kykers sal slegs lekkers koop? (4)
[14]

VRAAG 25

? Ondersoek is gedoen na die verkeer wat oor ? sekere brugry in ? 12-uur periode. Die digtheid van voertuie was normaal verdeel met ? gemiddelde van 123 voertuie per minuut en standaardafwyking van 7 voertuie per minuut.

- 25.1 Bereken die waarskynlikheid dat, in enige minuut, tussen 110 en 120 voertuie oor die brug sal ry. (12)
- 25.2 "Spitstyd" word gedefinieer as die periode(s) waarin daar meer as n voertuie per minuut oor die brugry. Bepaal n as $P(X > n) = 0,0123$. (10)
[22]

VRAAG 26

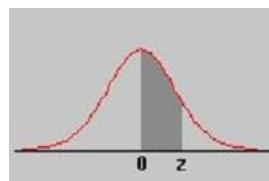
Polisierekords toon aan dat ? groot persentasie van tienerbesuurders betrokke in motorongelukke onder die invloed van drank was. Vyftig tieners wat betrokke was in ongelukke is ewekansig gekies en daar is gevind dat 44 van hulle onder die invloed van drank was.

- 26.1 Bepaal ? puntberekening, p , vir die verhouding van tienerbesuurders wat betrokke was in ongelukke en wat onder die invloed van drank was. (4)
- 26.2 Bepaal ? 96%-vertrouensinterval vir die verhouding van tienerbesuurders wat betrokke was in ongelukke en wat onder die invloed van drank bestuur het. (10)
[14]

TOTAAL VIR AFDELING E: [100]

TOTAAL: 400

Normal Distribution/ Normaalverdeling



$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0		0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990	0.4990

FORMULA SHEET/ FORMULEBLAD
Differential and Integral Calculus
Differensiaal- en Integraalrekene

$$s = r\theta \quad A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A+B) + \sin(A-B))$$

$$\sin A \cdot \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B))$$

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B))$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$\text{Riemann Sum} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$$

$F(x)$	$F'(x)$
$a \cdot x^n$	$n a x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
$\arcsin x$ $\operatorname{bg} \sin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$ $\operatorname{bg} \cos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$ $\operatorname{bg} \tan x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$f(x)$ $g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$ $[g(x)]^2$
$f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Finance/ Finansies

$$F = P(1+i)^n \quad F = P(1-i)^n$$

$$F = P(1+in) \quad F = P(1-in)$$

$$P = x \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad F = x \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Analytical Geometry/ Analitiese Meetkunde

$$y = 4ax^2 \quad yy_1 = 2a(x+x_1)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

Algebra

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha \beta = \frac{c}{a} \quad \alpha \beta + \beta \gamma + \alpha \gamma = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = -\frac{d}{a}$$

Statistics / Statistiek

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad {}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$P(X = x) = \binom{p}{x} \binom{N-p}{n-x}$$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(X - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < X + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0.95$$

$$P\left(p - 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 0.95$$

Mathematics Formula Sheet / Wiskund e Formuleblad

1.
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2.
$$T_n = a + (n - 1)d$$

3.
$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

4.
$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

5.
$$T_n = ar^{n-1}$$

6.
$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

7.
$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

8.
$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

9.
$$A = P(1 + \frac{r}{100})^n$$

10.
$$A = P(1 - \frac{r}{100})^n$$

11.
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

12.
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

13.
$$y = mx + c$$

14.
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

15.
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

16.
$$m = \tan \theta$$

17.
$$(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$$

18.
$$y^2 + x^2 = r^2$$

19.
$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

20.
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

21.
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

22.
$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

23.
$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

24.
$$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

25.
$$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

26.
$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

27.
$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$