

**GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS**

**SENIORSERTIFIKAAT -EKSAMEN**

**OCTOBER / NOVEMBER 2005**  
**OKTOBER / NOVEMBER 2005**

**ADDISIONELE WISKUNDE HG**

**TYD: 3 uur**

**PUNTE: 400**

**INSTRUKSIES:**

- Hierdie vraestel bestaan uit VYF afdelings.
- Afdeling A is VERPLIGTEND.
- Beantwoord ook nog enige TWEE ander afdelings uit Afdelings B, C, D en E.
- Elke afdeling moet in ? **aparte antwoordboek beantwoord word en die betrokke afdeling moet duidelik op die buiteblad aangetoon word.** Plaas alle antwoordboeke in die antwoordboek vir Afdeling A voordat jy al die antwoordboeke saam inlewer.
- ? Diagramblad is aangeheg op bladsy 16 vir die beantwoording van Vraag 2.2. Haal dit af en plaas dit in jou antwoordboek.
- Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy daar anders aangedui word.
- Hierdie vraestel bestaan uit 19 bladsye. Statistiese tabelle en formuleblaaie kom voor op bladsye 17 tot 19.
- Alle noodsaaklike berekeninge moet duidelik getoon word.
- Alle hoeke is in radiale en antwoorde moet ook in radiale gegee word.
- Skryfwerk moet leesbaar wees.

**AFDELING A**  
**VERPLIGTEND**  
**CALCULUS**

**VRAAG 1**

1.1 Definieer die volgende begrippe volledig:

1.1.1 Die funksie  $f$  is kontinuu by die punt waar  $x = a$ . (6)

1.1.2 Die funksie  $f$  is differensieerbaar by  $x = a$ . (4)

1.2 Gegee die funksie

$$f(x) = \begin{cases} -x + \frac{\pi}{2} & \text{as } x < 0 \\ b \cos x & \text{as } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{as } x = 1 \\ (x-1)^2 & \text{as } x > 1 \end{cases}$$

1.2.1 Bespreek die kontinuiteit van  $f(x)$  vir die volgende waardes van  $x$ .  
Klassifiseer enige diskontinuiteite.

(a)  $x = 0$  (8)

(b)  $x = 1$  (8)

1.2.2 Bespreek die differensieerbaarheid van  $f(x)$  by  $x = 0$  (8)

[34]

## VRAAG 2

2.1 Bepaal sonder om 'n sakrekenaar te gebruik

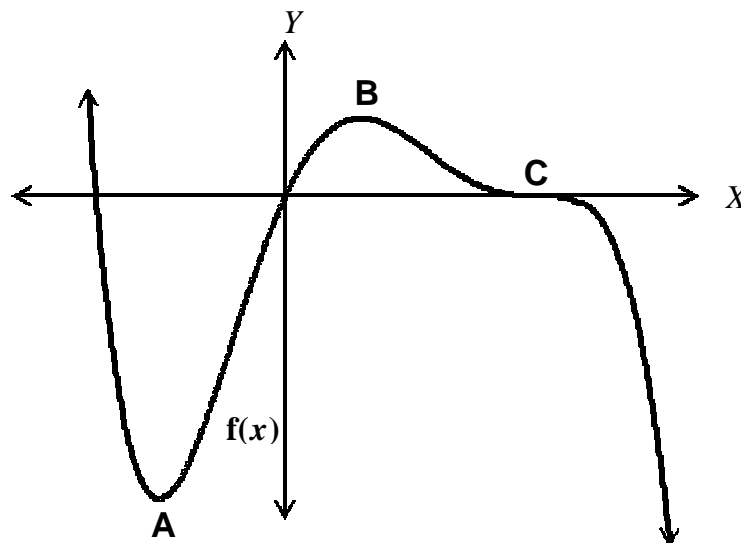
2.1.1  $\text{bg sin} \left( \frac{-\sqrt{3}}{2} \right)$  (4)

2.1.2  $\text{cos (bg cos } \sqrt{2})$  (2)

2.1.3  $\text{bg tan} \left( \cot \left( \frac{4\text{p}}{3} \right) \right)$  (6)

2.2 'n Sketsgrafiek van  $f(x)$  word gegee met die volgende eienskappe:

- $f(x)$  is kontinu
- Drie stasionêre punte kom voor by **A** (lokale minimum), **B** (lokale maksimum) en **C** (punt van infleksie).
- Drie nulpunte ( $x$ -afsnitte) kom voor by  $x = -1,5$ ;  $0$  en  $2$ .
- $f(x) \rightarrow -\infty$  as  $x \rightarrow \infty$ , en  $f(x) \rightarrow \infty$  as  $x \rightarrow -\infty$ .



**Gebruik die diagramblad wat op bladsy 16 voorsien is** en maak, op dieselfde assestelsel, 'n skets van  $f'(x)$ . Toon duidelik aan waar  $f'(x)$  'n maksimum, minimum of nulpunt het. Haal hierdie blad uit en plaas dit in jou antwoordboek. (10)

2.3 Bepaal die waarde van die volgende limiete, indien hulle bestaan :

$$2.3.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} \quad (8)$$

$$2.3.2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|} \quad (8)$$

**[38]**

### VRAAG 3

3.1 As  $f(x) = \sin x$  en  $g(x) = 2x - 3$

3.1.1 Bepaal  $(f \circ g)(x)$ . (2)

3.1.2 Toon aan dat  $D_x(f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - x^2 - 2}}$  (8)

3.1.3 Bereken vervolgens die waarde van  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{4}} \sqrt{3x - x^2 - 2} \, dx$  (8)

3.2 Bepaal  $\frac{d}{dx} (\sqrt{1-2x} \cdot \sec x^2)$  (10)

3.3 As  $f(x) = (1-2x)^n$ , bepaal  $f^{(n)}(x)$ , die  $n^{\text{de}}$  afgeleide van die funksie. (12)

**[40]**

### VRAAG 4

4.1 Gebruik die Newton-Raphson-metode om 'n positiewe oplossing te bepaal vir die vergelyking  $1 + x = 2 \tan x$  in die interval  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Gebruik 0,8 as beginwaarde en gee die antwoord korrek tot 3 desimale plekke. (12)

- 4.2 'n Krag,  $F$ , sleep 'n voorwerp met gewig  $W$  op 'n horisontale vlak. Die krag word op 'n tou, wat met die voorwerp verbind is, uitgeoefen. As die tou 'n hoek van  $\theta$  met die horisontaal vorm, word die grootte van die krag deur die volgende vergelyking voorgestel:

$$F(\theta) = \frac{aW}{a \sin \theta + \cos \theta}, \text{ waar } a \text{ en } W \text{ positiewe konstantes is.}$$

Toon aan dat  $F$  'n minimum sal wees wanneer  $\tan \theta = a$ . (12)  
[24]

### VRAAG 5

Bepaal die oppervlakte onder die kromme  $f(x) = -x^2 + 2x + 4$  tussen  $x = 0$  en  $x = 3$  deur gebruik te maak van  $n$  strokke van gelyke breedte, die Riemann-som, en laat dan  $n \rightarrow \infty$ . [20]

### VRAAG 6

Bepaal die volgende integrale:

6.1  $\int \cos 5x \sin 2x dx$  (10)

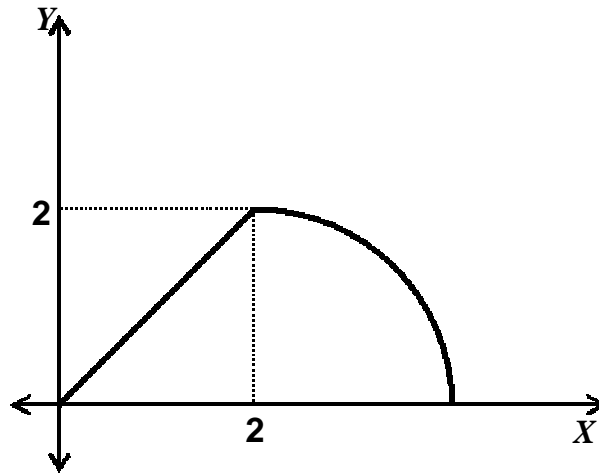
6.2  $\int \frac{x}{\sqrt{1-4x^4}} dx$  (8)

6.3  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3}{\sqrt{1-4x^4}} dx$  (Laat die antwoord in wortelvorm) (10)  
[28]

**VRAAG 7**

Die stuksge wyse funksie  $f(x)$ , hieronder geskets, is gedefinieer deur

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{as } 0 \leq x < 2 \\ \sqrt{4x - x^2} & \text{as } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



As  $f(x)$  om die  $x$  - as roteer, bereken die volume van die omwente lingsliggaam wat so ontstaan. Laat jou antwoord in terme van  $\pi$ .

[16]

**TOTAAL VIR AFDELING A: [200]**

Beantwoord enige TWEE van die volgende VIER afdelings.

AFDELING B  
WISKUNDE VAN FINANSIES

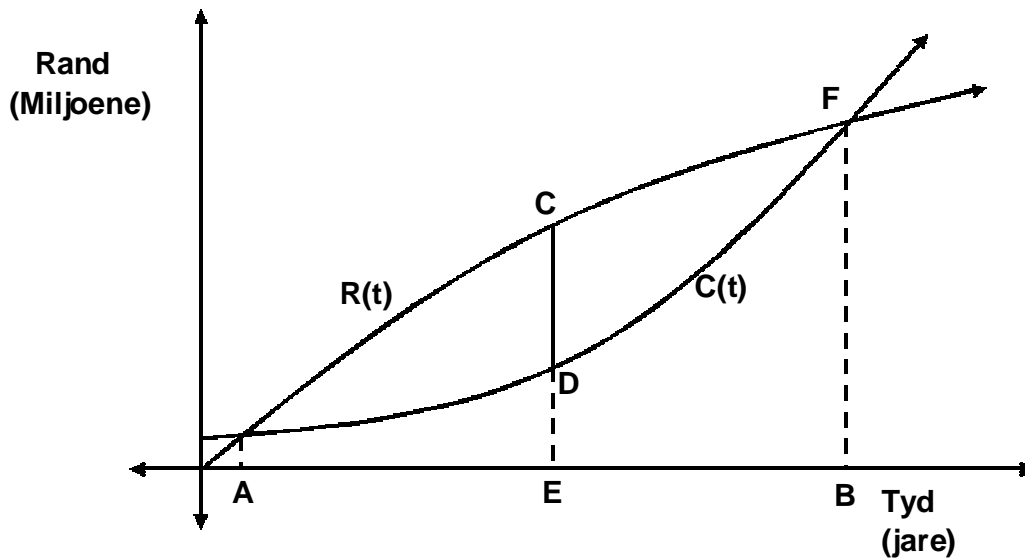
VRAAG 8

Die koste en inkomste funksies van 'n platinummyn word onderskeidelik gegee deur

$$C(t) = 0,05t^2 + 40$$

$$R(t) = -0,02t^2 + 7t \quad \text{waar } t \text{ die tyd is (in jare) wat die myn bedryf word en}$$

$C(t)$  en  $R(t)$  is in miljoene Rande. Die grafieke van  $C(t)$  en  $R(t)$  word hieronder gegee.



- 8.1 Wat stel die punt **A** voor? (2)
- 8.2 Wat stel die punt **B** voor? (2)
- 8.3 As **CD** 'n vertikale lyn êrens tussen **A** en **F** is, wat stel **CD** voor? (2)
- 8.4 Bepaal uitdrukkings vir die marginale koste  $C'(t)$  en marginale inkomste  $R'(t)$  en bepaal vervolgens die maksimum wins. (10)

[16]

### VRAAG 9

- 9.1 Bereken elk van die volgende en skryf dan neer watter belegging die voordeligste is.
- A: ? Bedrag  $x$  word belê teen ? enkelvoudige rentekoers van 12% per jaar vir 8 jaar.
- B: ? Bedrag  $x$  word belê teen ? saamgestelde rentekoers van 10% per jaar vir 8 jaar (10)
- 9.2 Watter saamgestelde rentekoers sal dieselfde bedrag oplewer as belegging A? Gee jou antwoord korrek tot 4 desimale plekke. (4)
- [14]

### VRAAG 10

Die Minister van Vervoer betaal ? deposito van R  $y$  op ? nuwe motor wat R764 346,00 kos. Hy neem ? lening uit by ? bank vir die balans en betaal dit af in 3 paaiemente ;

R  $y$  rand oor 2 jaar,  
R  $3y$  rand oor 5 jaar, en  
R  $5y$  rand oor 7 jaar.

Rente word betaal 17% kwartaalliks saamgestel vir die eerste 3 jaar en 19% halfjaarlik saamgestel vir die oorblywende 4 jaar. Hoeveel rand was sy deposito? [18]

### VRAAG 11

Vivaldi wil ? nuwe klankstelsel koop wat R4 700,00 kos. Hy word ? huurkooptransaksie aangebied waar die enkelvoudige rentekoers 10% per jaar is en die betalings maandeliks vereis word vir 3 jaar.

- 11.1 Bereken Vivaldi se maandelikse paaiemente tot die naaste sent. (8)
- 11.2 Na een jaar (d.i. 12 paaiemente), kom Vivaldi agter dat hy bankrot is. Hy skuld nog R4 073,33 . ? Bank kom ooreen om hom ? lening te gee vir hierdie bedrag op voorwaarde dat hy  $x$  rand per maand sal terugbetaal oor 4 jaar om die skuld te vereffen. Hy begin terugbetaal 5 maande nadat hierdie lening toegestaan is en moet 44 paaiemente maak. Die saamgestelde rente op die lening is 12% per jaar maandeliks saamgestel. Bereken  $x$  . (16)
- [24]



**VRAAG 12**

? Mediese sentrum het so pas ? x-straa lmasjien gekoop vir R3,5 miljoen.

12.1 Die sentrum het ? paar jaar gelede beg in spaar vir hierdie masjien. R60 000 is betaal aan die einde van elke 3 maande in ? rekening wat 9% rente per jaar, kwartaalliks saamgestel betaal. Hul laaste betaling was met die aankoop van die masjien. Bereken vir hoeveel maande hulle gespaar het om genoeg geld te hê vir die aankoop van die masjien. (12)

12.2 Oor 8 jaar van nou af sal die mediese sentrum die x-straa lmasjien moet vervang. Hulle wil nie graag ? ander lening uitneem hiervoor nie. Met inagneming van inflasie en waardevermindering, werk hulle uit dat hulle R3 705 104 sal nodig hê direk na die laaste betaling om die masjien te vervang. As die sentrum oor een maand met ? delgingsfonds begin om vir die nuwe masjien te betaal, wat sal die maandelikse paaiement wees (tot die naaste sent)? Die rentekoers is nou 9% p.j., maandeliks saamgestel. (8)

12.3 Net na die 80<sup>ste</sup> betaling van R26 492,25 in die rekening, breek die ou masjien en moet dit vervang word. ? Nuwe masjien kos op daardie tydstip R5 miljoen. Hulle het nie genoeg geld in die delgingsfonds om dit te koop nie en moet ? lening vir die balans uitneem. Bereken die grootte van hierdie lening. (8)  
[28]

**TOTAAL VIR AFDELING B: [100]**

**AFDELING C**  
**ANALITIESE MEE TKUNDE**

**VRAAG 13**

13.1 Twee lyne  $l_1$  en  $l_2$  word gedefinieer deur die vergelykings:

$$l_1: x - 2y + 3 = 0$$

$$l_2: 2x + 3y + 1 = 0$$

13.1.1 Bepaal die skerphoe k tussen  $l_1$  en  $l_2$ . Gee jou antwoord korrek tot 2 desimale plekke. (10)

13.1.2 Bepaal die punt **P** wat simmetries is t.o.v.  $(-2; 3)$  op die lyn  $l_1$ . (14)

13.2 Bepaal die vergelyking van die lyn wat gaan deur die snyding van  $3x - y = 4$  en  $x - 2y = 18$  en wat loodreg is op  $2x - 3y - 7 = 0$ . (12)  
[36]

**VRAAG 14**

14.1 Die vergelyking van 'n parabool is  $y - x^2 - 5x = 0$ . Bepaal die vergelyking van die raaklyn en die normaal by die punt op die parabool waar  $x = -2$ . (14)

14.2 'n Ellips word gedefinieer deur die vergelyking  $\frac{(x-3)^2}{81} + \frac{(y+4)^2}{121} = 1$ .

Bepaal die . . .

14.2.1 eksentrisiteit, (6)

14.2.2 fokaalpunte, (4)

14.2.3 riglyne en (6)

14.2.4 oppervlakte ingesluit deur die ellips. (4)

[34]

### VRAAG 15

Twee sirkels het die volgende vergelykings:

$$(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 100$$

$$(x + 7)^2 + (y - 8)^2 = 225$$

15.1 Toon aan dat die sirkels inwendig raak. (8)

15.2 Bepaal die vergelyking van die gemeenskaplike raaklyn. (8)

[16]

### VRAAG 16

16.1 Skryf die vergelyking van die vlak  $V$  parallel aan die vlak  $2x + 3y - z - 2 = 0$  neer as  $V$  die  $y$ -as sny by  $-4$ . (6)

16.2 Bepaal die loodregte afstand tussen die twee vlakke. (8)

[14]

**TOTAAL VIR AFDELING C: [100]**

## AFDELING D ALGEBRA

### VRAAG 17

17.1 Bewys die volgende bewering met behulp van Wiskundige induksie:

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ vir alle } a \text{ en } r \text{ in } \mathbf{R} \text{ met } r \neq 1 \text{ vir alle } n \in \mathbf{N}. \quad (14)$$

17.2 Rasionaaliseer die noemer van  $\frac{1}{a^2 - a + 2}$  as  $a = \sqrt[3]{-4}$ . (24)

[38]

### VRAAG 18

Ontbind die volgende in partiële breuke:

$$\frac{x^3 - 6x^2 + x}{x^4 - 1} \quad (18)$$

b.o.

### VRAAG 19

- 19.1 Stel Eisensteins Kriterium. (6)
- 19.2 Ontbind die volgende polinoom volledig in faktore oor  $\mathbb{Z}[x]$   
as  $3 + 2\sqrt{2}$  ? nu lpunt is:  $5x^5 - 32x^4 + 17x^3 + 8x^2 - 60x + 10$  (18)  
**[24]**

### VRAAG 20

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 4}$$

$f(x)$  het ? lokale minimum by ( 8,6 ; 19,1) en ? lokale maksimum by ( -0,6 ; 0,8 ).

- 20.1 Bepaal die sny punte met die  $x$ -as en  $y$ -as. (6)
- 20.2 Bepaal alle vertikale, horison tale en skuins asimptote van hierdie funksie. (6)
- 20.3 Maak ? netjiese skets van die grafiek van  $f(x)$ , en toon al die afsnitte, as imptote en draaipunte aan. (8)  
**[20]**

**TOTAAL VIR AFDELING D: [100]**

## AFDELING E STATISTIEK

### VRAAG 21

- 21.1 Op hoeveel verskillende maniere kan drie groen, vyf geel en agt rooi boeke gerangskik word op ? rak? (6)
- 21.2 ? Dosie "Smarties" bevat ? totaal van 28 "Smarties" waarvan ses blou is. As ek ses hiervan uithaal (ewekansig gekies), bepaal die waarskynlikheid dat drie blou sal wees. (6)
- 21.3 Hoeveel keer sal ek ? gewone dobbelsteentjie moet gooi om 95% seker te wees dat ek ten minste een ses sal kry? (10)
- 21.4 Mamre en Dlamini speel tafeltennis teen mekaar. Die eerste persoon wat twee keer wen, wen die wedstryd. Mamre het ? kans van 0,75 om ? keer te wen. Gebruik ? boomdiagram om die waarskynlikheid te bepaal dat Dlamini die wedstryd sal wen. (12)  
**[34]**

VRAAG 22

Die totale maandelikse reënval (in mm) vir twee dorpe **A** en **B** vir die eerste helfte van 2005 word hieronder gegee:

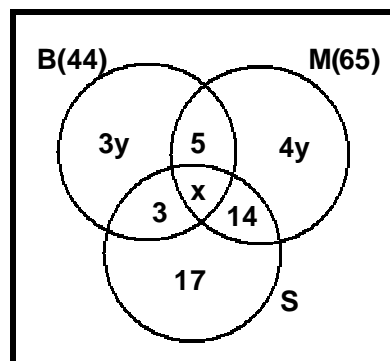
	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun
A	112	98	75	23	12	10
B	39	47	60	98	163	186

- 22.1 Wat is dorp **A** se gemiddelde maandelikse reënval vir die eerste helfte van 2005? (4)
- 22.2 Wat is die standaardafwyking van die lesings in Vraag 22.1? (2)
- 22.3 Dorp **B** se gemiddelde reënval was 99 mm en die standaardafwyking vir die data is 57 mm. Vergelyk dit met jou antwoorde verkry in Vrae 22.1 en 22.2 en skryf ? afleiding neer aangaande die gemiddeldes en ? afleiding aangaande die standaardafwykings. (4)

[10]

VRAAG 23

In Hlanganiphile Hoërskool is daar 120 Graad 12-leerders. ? Ondersoek word gedoen om te bepaal hoeveel van hulle neem die vakke Biologie, Wiskunde en Wetenskap. Die Venndiagram hieronder toon drie versamelings wat die aantal leerders aandui wat Biologie (B) (? totaal van 44); Wiskunde (M) (? totaal van 65) en Wetenskap (S) as vak neem.



- 23.1 Deur gebruik te maak van die getalle gegee in die Venndiagram, bepaal  $x$  en  $y$ . (8)
- 23.2 Skryf vervolgens neer . . .
- 23.2.1  $n(B \cap M' \cap S')$  (2)
- 23.2.2  $n(M \cap (B \cup S)')$  (2)

b.o.

- 23.2.3 die waarskynlikheid dat ? leerder wat ewekansig gekies word nie een van die vakke sal neem nie.

(4)  
[16]

#### VRAAG 24

Die waarskynlikheidsdigtheidsfunksie vir die lewensduur van ? sekere insek-spesie word gegee deur

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 + 3 & 0 \leq x \leq m \\ 16 & \text{elders} \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad \text{waar } x \text{ die ouderdom is van die insek in jare.}$$

Bepaal  $m$ , the maksimum lewensduur van hierdie insekte.

[10]

#### VRAAG 25

? Baie bekende padwed loop word jaarliks gehou in die dorp Baleka. In 2004 was die tye aangeteken deur al die deelnemers om die wedloop te voltooi nor maal versprei met ? gemiddelde van  $\mu = 90$  minute en standaardafwyking  $s$ .

- 25.1 As 80% van die deelnemers minder as 2 ure geneem het om die wedloop te voltooi, wat is die waarde van  $s$  tot die naaste minuut?

(10)

- 25.2 Die gesogte "Mvundla" toekennings word aan slegs die beste 5% van die deelnemers toegeken. Veronderstel dat  $s = 36$  minute is, bepaal die afsnytyd vir hierdie toekennings (tot die naaste minuut).

(10)

[20]

#### VRAAG 26

Daar word geglo dat 15% van die bevolking in Suid-Afrika blou oë het. As ? ewekansige steekproef van Suid-Afrikaners geneem word, hoe groot moet die steekproef wees, om 95% seker te wees dat ? beraaming verkry sal word binne 2%?

[10]

**TOTAAL VIR AFDELING E: [100]**

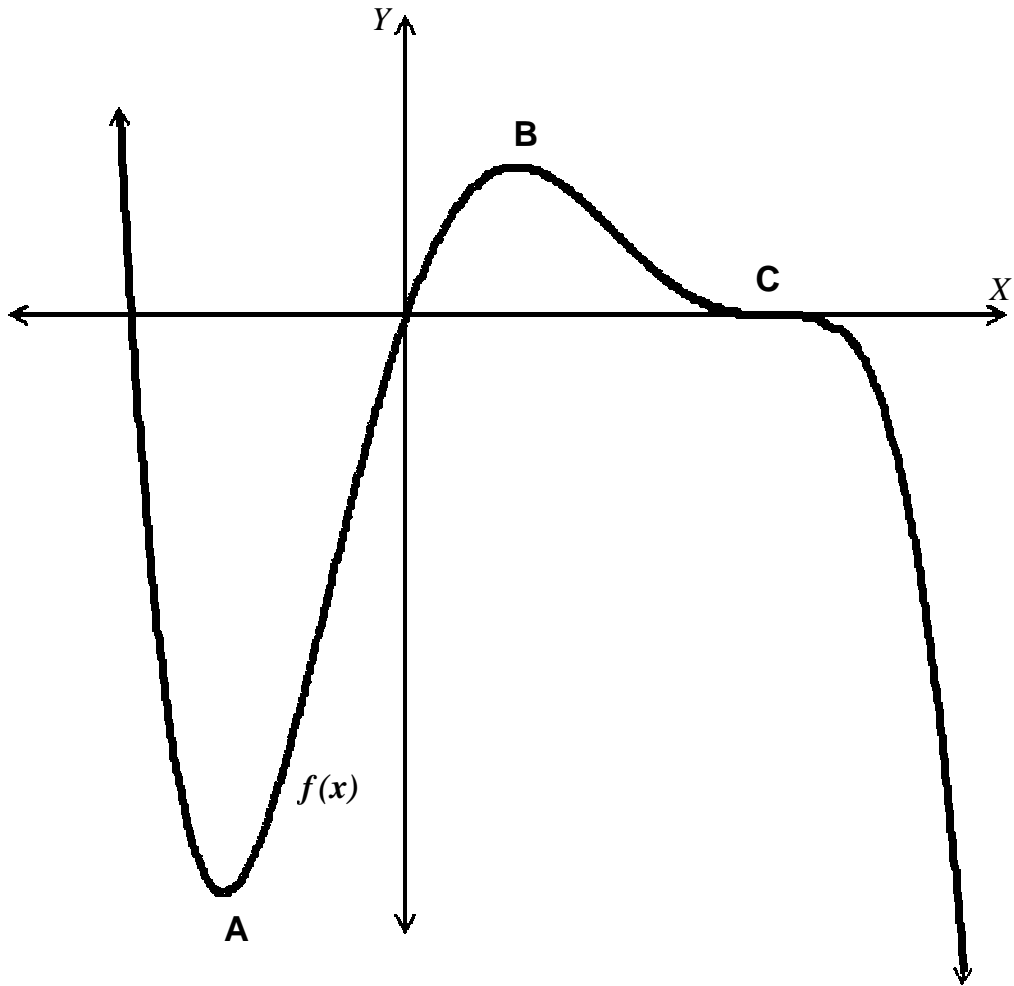
**TOTAAL: 400**

Diagram Sheet / *Diagramblad*

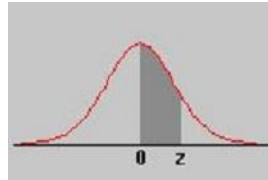
Examination number / *Eksamennommer*

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

QUESTION 2.2 / *VRAAG 2.2*



**Normal Distribution/ Normaalverspreiding**



$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-x^2/2} dx$$

<b>z</b>	<b>0.00</b>	<b>0.01</b>	<b>0.02</b>	<b>0.03</b>	<b>0.04</b>	<b>0.05</b>	<b>0.06</b>	<b>0.07</b>	<b>0.08</b>	<b>0.09</b>
<b>0.0</b>		0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
<b>0.1</b>	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
<b>0.2</b>	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
<b>0.3</b>	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
<b>0.4</b>	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
<b>0.5</b>	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
<b>0.6</b>	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
<b>0.7</b>	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
<b>0.8</b>	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
<b>0.9</b>	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
<b>1.0</b>	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
<b>1.1</b>	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
<b>1.2</b>	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
<b>1.3</b>	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
<b>1.4</b>	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
<b>1.5</b>	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
<b>1.6</b>	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
<b>1.7</b>	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
<b>1.8</b>	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
<b>1.9</b>	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
<b>2.0</b>	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
<b>2.1</b>	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
<b>2.2</b>	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
<b>2.3</b>	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
<b>2.4</b>	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
<b>2.5</b>	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
<b>2.6</b>	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
<b>2.7</b>	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
<b>2.8</b>	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
<b>2.9</b>	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
<b>3.0</b>	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990



**FORMULA SHEET/ FORMULEBLAD**

**Differential and Integral Calculus**

*Differensiaal- en Integraalrekenen*

$s = r\theta$

$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$   $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

$\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A+B) + \sin(A-B))$

$\sin A \cdot \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B))$

$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B))$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$\text{Riemann Sum} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$$

$F(x)$	$F'(x)$
$a \cdot x^n$	$na \cdot x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
$\arcsin x$ $\operatorname{bgsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$ $\operatorname{bgcos} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$ $\operatorname{bgtan} x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$f(x)$ $g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$ $[g(x)]^2$
$f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$

**Finance/ Finansies**

$F = P(1+i)^n$   $F = P(1-i)^n$

$F = P(1+in)$   $F = P(1-in)$

$$P = x \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$
 
$$F = x \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

**Analytical Geometry/ Analitiese Meetkunde**

$y = 4ax^2$

$yy_1 = 2a(x+x_1)$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

**Algebra**

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$a \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = -\frac{d}{a}$$

**Statistics / Statistiek**

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
 
$${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$P(X = x) = \binom{p}{x} \binom{N-p}{n-x} \binom{N}{n}$$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P\left(X - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < X + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$$

$$P\left(p - 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 0.95$$

Wiskun de For muleblad / Mathematics Formula Sheet

1.  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2.  $T_n = a + (n - 1)d$

3.  $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

4.  $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

5.  $T_n = ar^{n-1}$

6.  $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

7.  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

8.  $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$

9.  $A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

10.  $A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

11.  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

12.  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

13.  $y = mx + c$

14.  $y - y_1 = m(x - x_1)$

15.  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

16.  $m = \tan \theta$

17.  $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

18.  $y^2 + x^2 = r^2$

19.  $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$

20.  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

21.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

22.  $area \Delta ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$

23.  $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$

24.  $\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$

25.  $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

26.  $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

27.  $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

