



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2016

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine, 10 Meitheamh

Tráthnóna, 2:00 – 4:30

300 marc

Scrúduithe

Stampa an Ionaid

Iomlán reatha	
---------------	--

Don scrúdaitheoir	
Ceist	Marc
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Iomlán
Bónas
Móriomlán

Grád

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair **na naoi gceist** go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura dtaispeánann tú go soiléir an obair riachtanach go léir.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Ceist 2

(25 marc)

- (a) Faigh raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $|x - 4| \geq 2$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

- (b) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha:

$$x^2 + xy + 2y^2 = 4$$

$$2x + 3y = -1.$$

Ceist 3

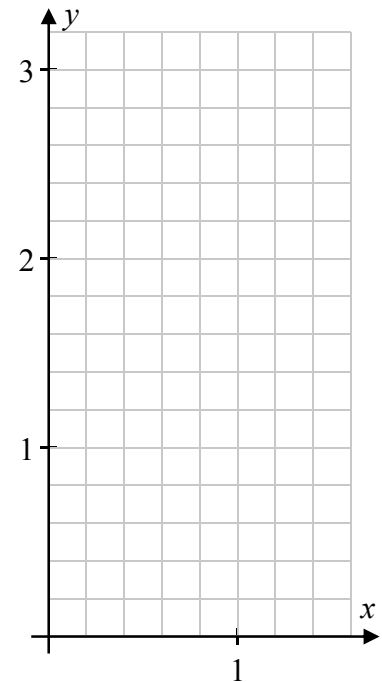
(25 marc)

- (a) (i) Tá $f(x) = \frac{2}{e^x}$ agus $g(x) = e^x - 1$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

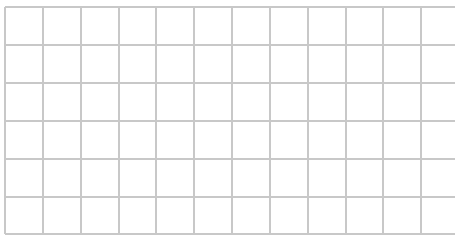
Comhlánaigh an tábla thíos. Bíodh na luachanna ceart go dtí dhá ionad deachúlacha nuair is gá.

x	0	0.5	1	$\ln(4)$
$f(x) = \frac{2}{e^x}$				
$g(x) = e^x - 1$				

- (ii) Bain úsáid as an tábla chun graf $f(x)$ agus $g(x)$ san fhearann $0 \leq x \leq \ln(4)$ a tharraingt ar an ngreille ar dheis. Lipéadaigh an dá ghraf go soiléir.



- (iii) Bain úsáid as do ghraif chun meastachán a dhéanamh ar an luach ar x a fhágann go bhfuil $f(x) = g(x)$.



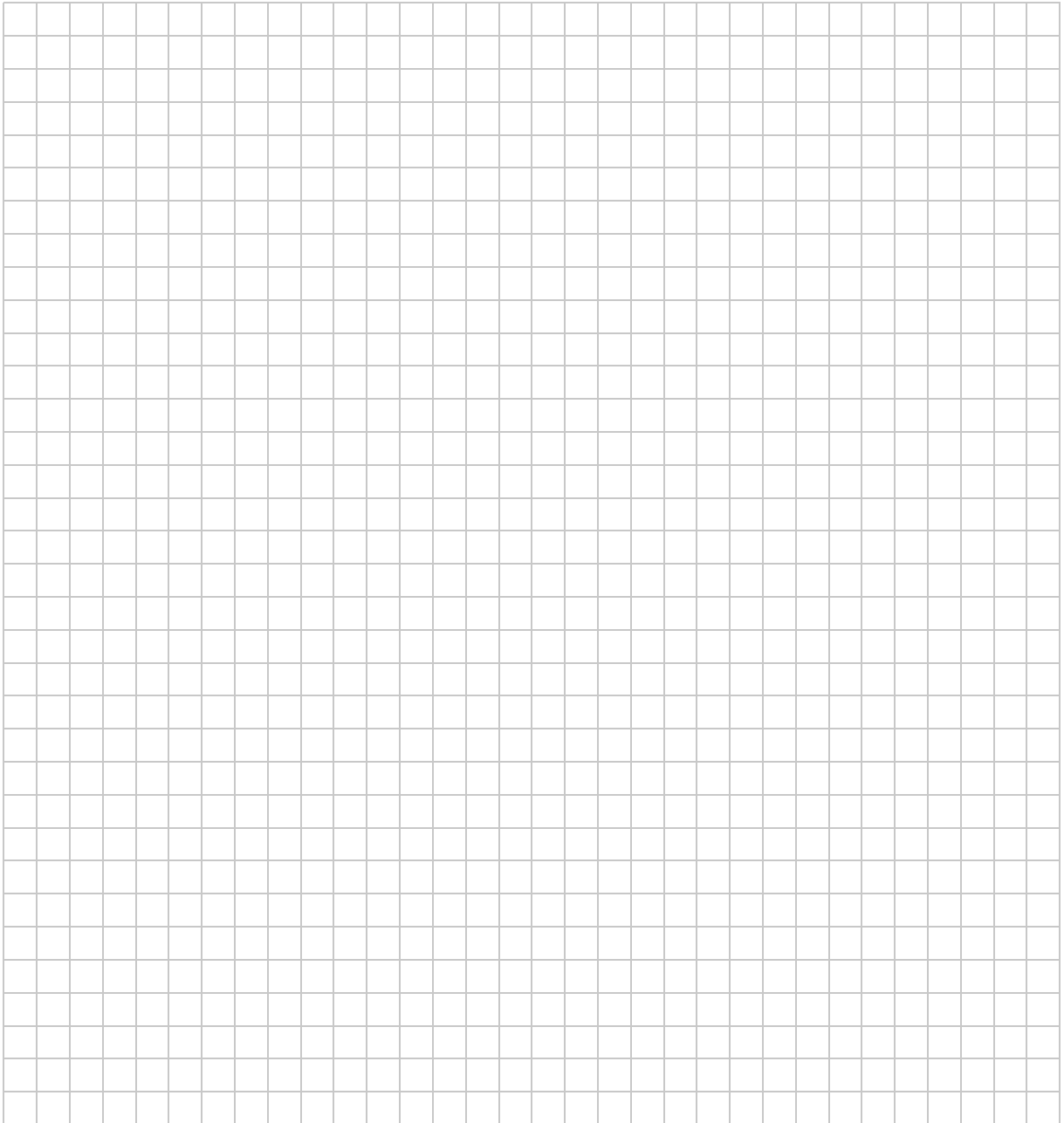
- (b) Bain úsáid as an ailgéabar chun $f(x) = g(x)$ a réiteach.

Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

Ceist 4

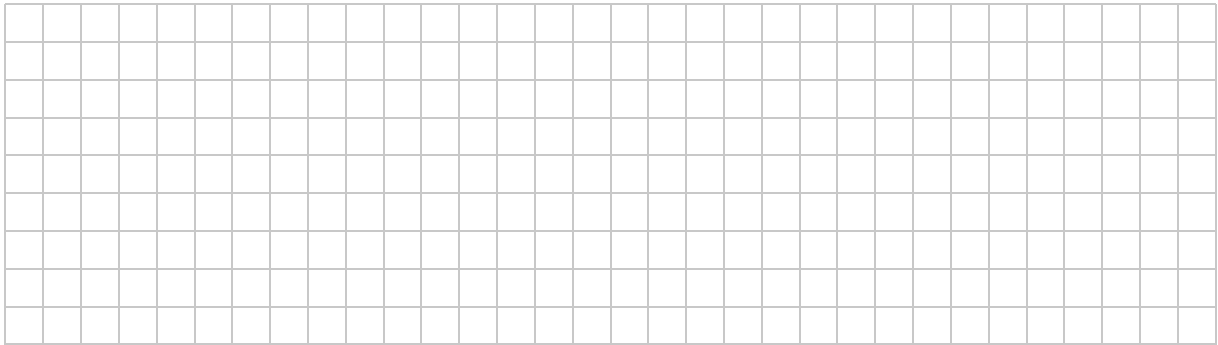
(25 marc)

- (a) Agus ionduchtú á úsáid agat, cruthaigh go bhfuil $8^n - 1$ inroinnte ar 7 i gcás gach $n \in \mathbb{N}$.

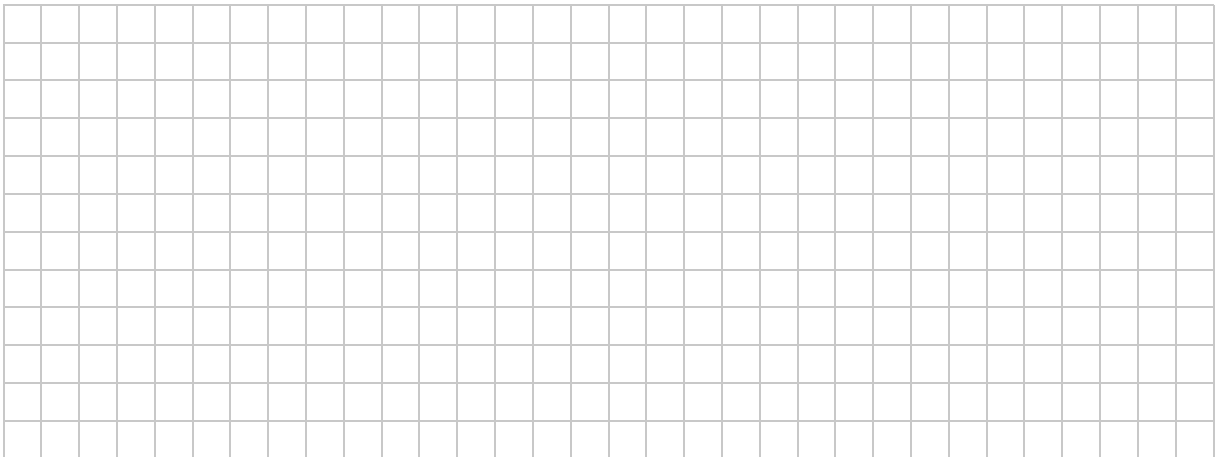


(b) Glac leis go bhfuil $\log_a 2 = p$ agus $\log_a 3 = q$, áit a bhfuil $a > 0$, agus scríobh gach ceann díobh seo a leanas i dtéarmaí p agus q :

(i) $\log_a \frac{8}{3}$



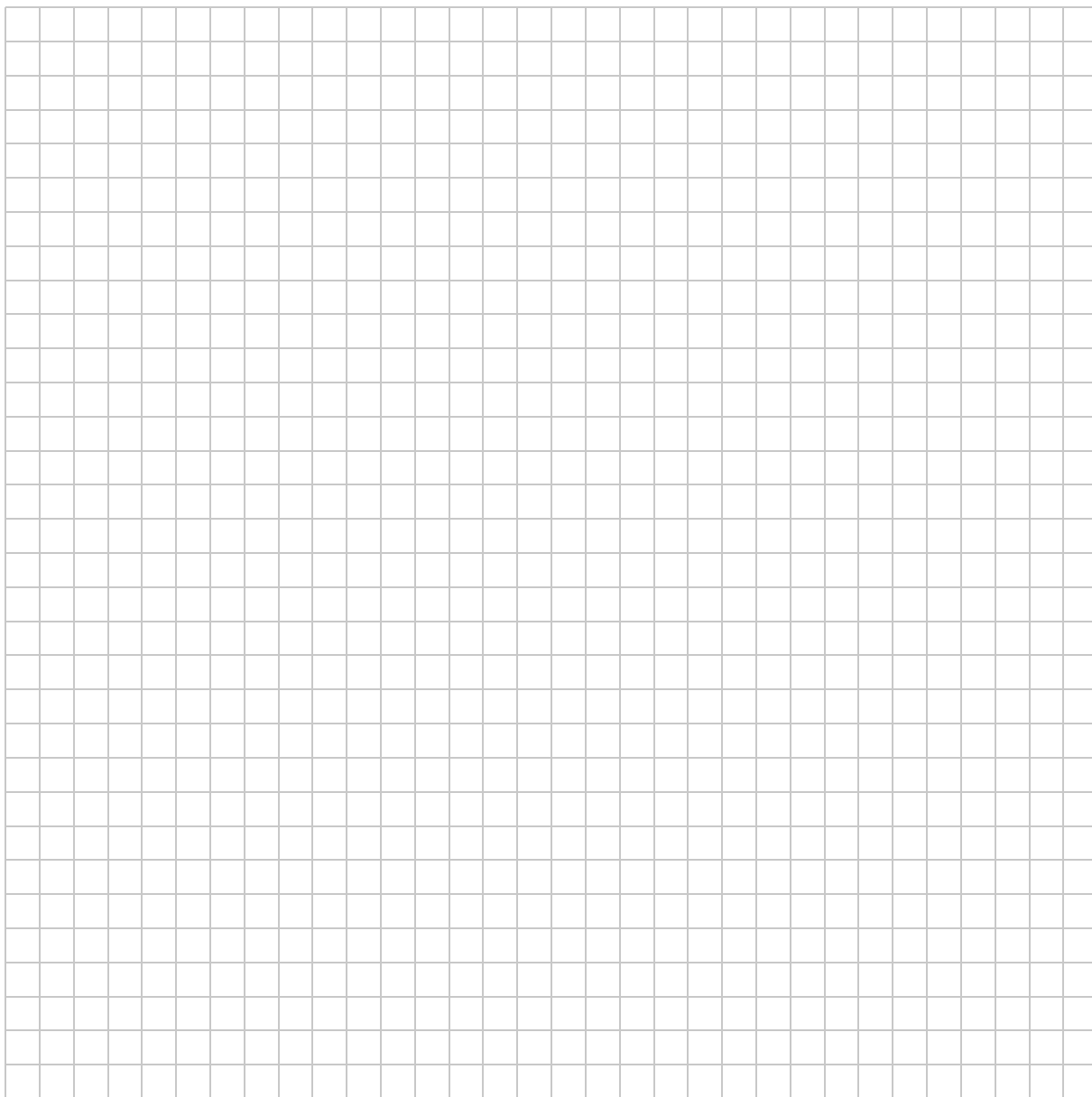
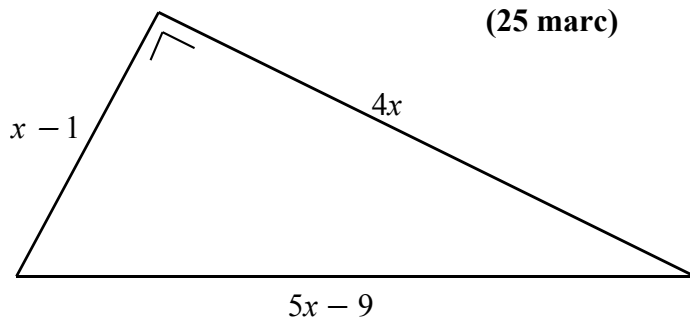
(ii) $\log_a \frac{9a^2}{16}$



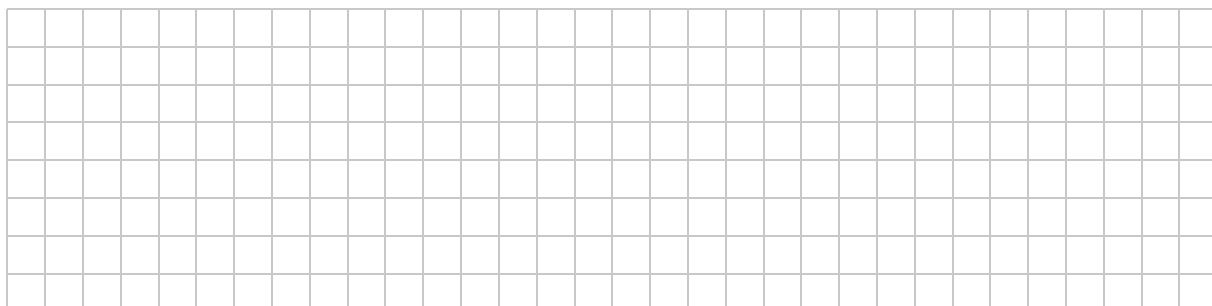
Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

Ceist 5**(25 marc)**

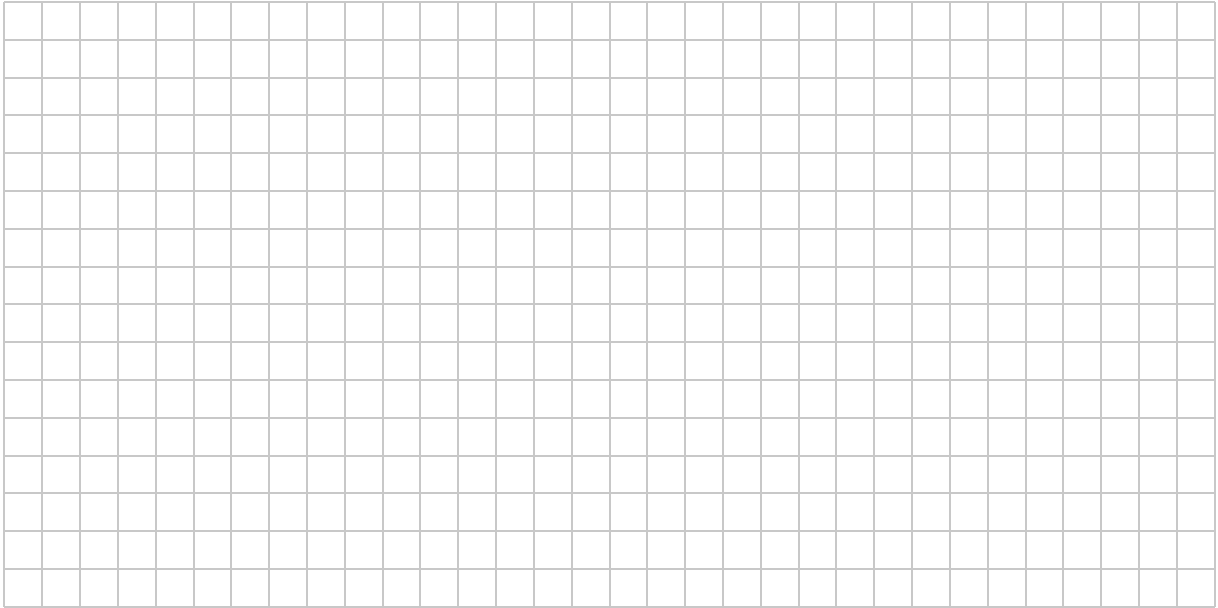
- (a) (i) Tugtar fad na sleasa ar thriantán dronuilleach leis na sloinn $x - 1$, $4x$, agus $5x - 9$, mar a thaispeántar sa léaráid. Faigh luach x .



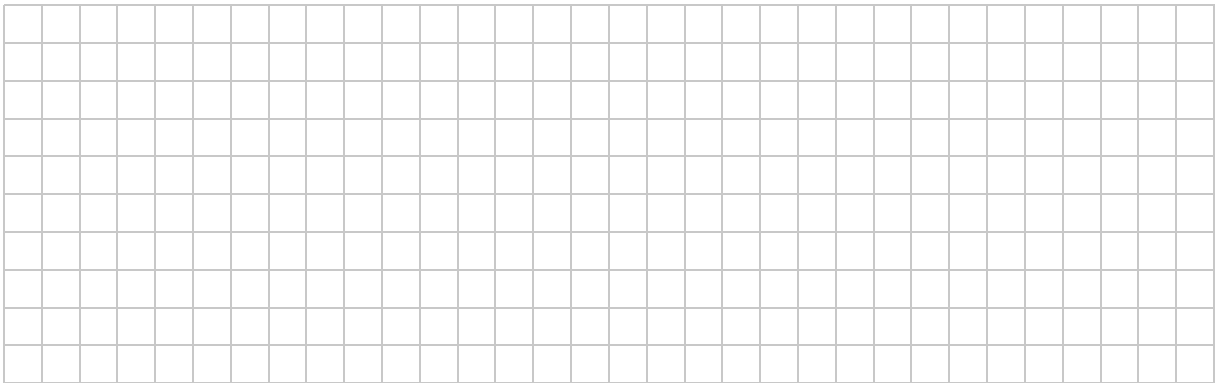
- (ii) Fíoraigh, leis an luach seo ar x , gur triarach píotagarásach iad fad na sleasa ar an triantán thuas.



(b) (i) Léirigh gur feidhm inteilgeach í $f(x) = 3x - 2$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.



(ii) Glac leis go bhfuil $f(x) = 3x - 2$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$, agus faigh foirmle le haghaidh f^{-1} , feidhm inbhéarta f . Taispeáin do chuid oibre.

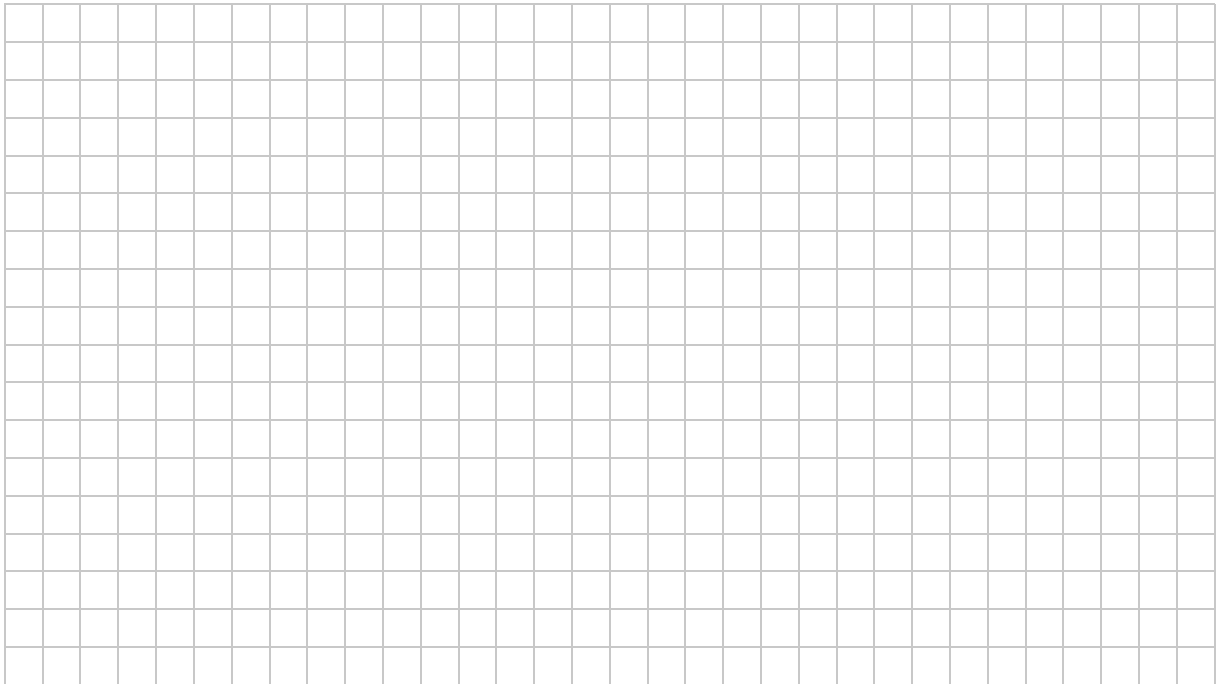


Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

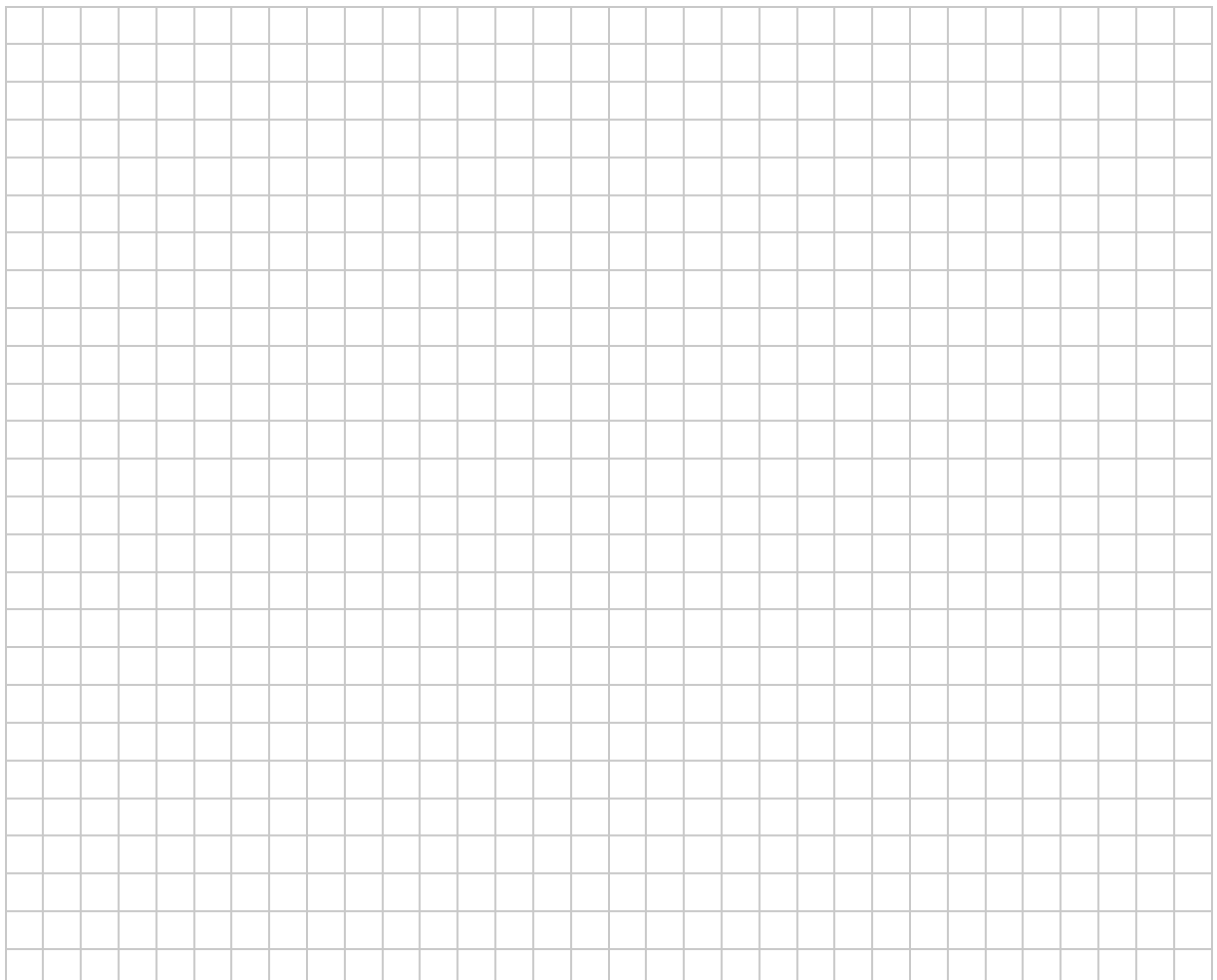
Ceist 6

(25 marc)

(a) Difreáil an fheidhm $(2x + 4)^2$ ó bhunphrionsabail, i leith x .

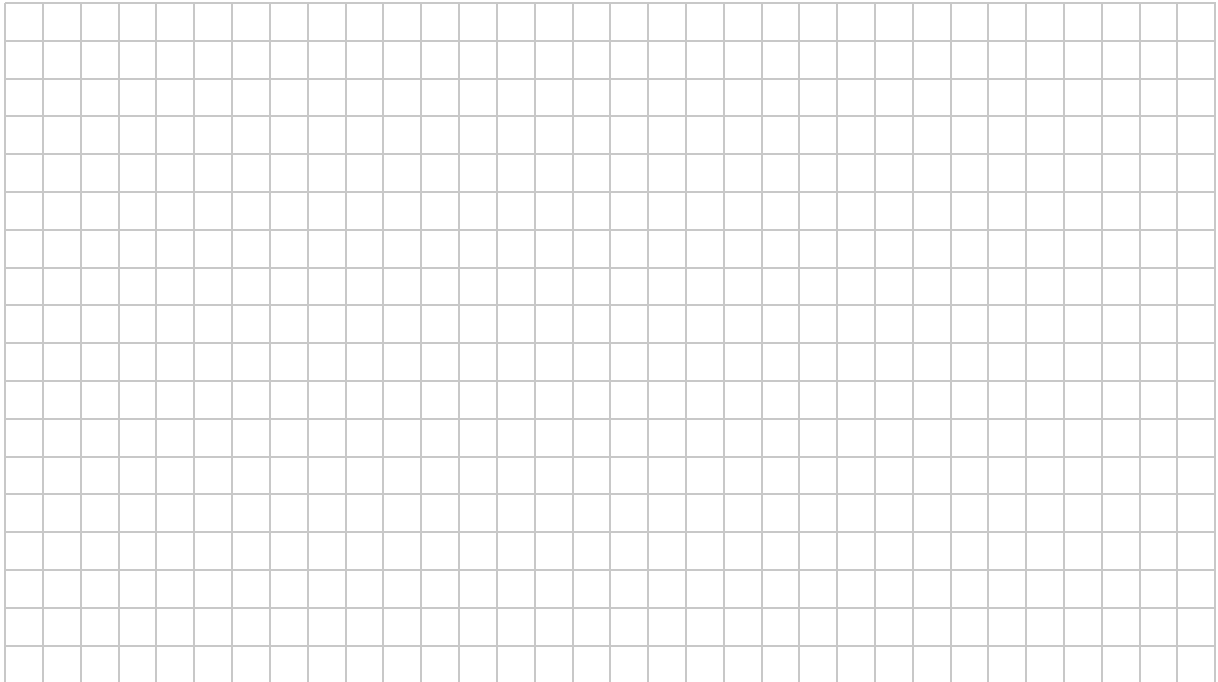


(b) (i) Má tá $y = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, faigh $\frac{dy}{dx}$.



(ii) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar $y = x \sin \left(\frac{1}{x} \right)$, nuair atá $x = \frac{4}{\pi}$.

Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.



Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

Freagair na trí cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 7

(40 marc)

- (a) (i) Déantar liathróid sféarúil aclaíochta a theannadh le haer ar ráta 250 cm^3 sa soicind. Faigh an ráta ar a bhfuil an ga ag méadú nuair is é ga na liathróide ná 20 cm. Bíodh do fhreagra i dtéarmaí π .

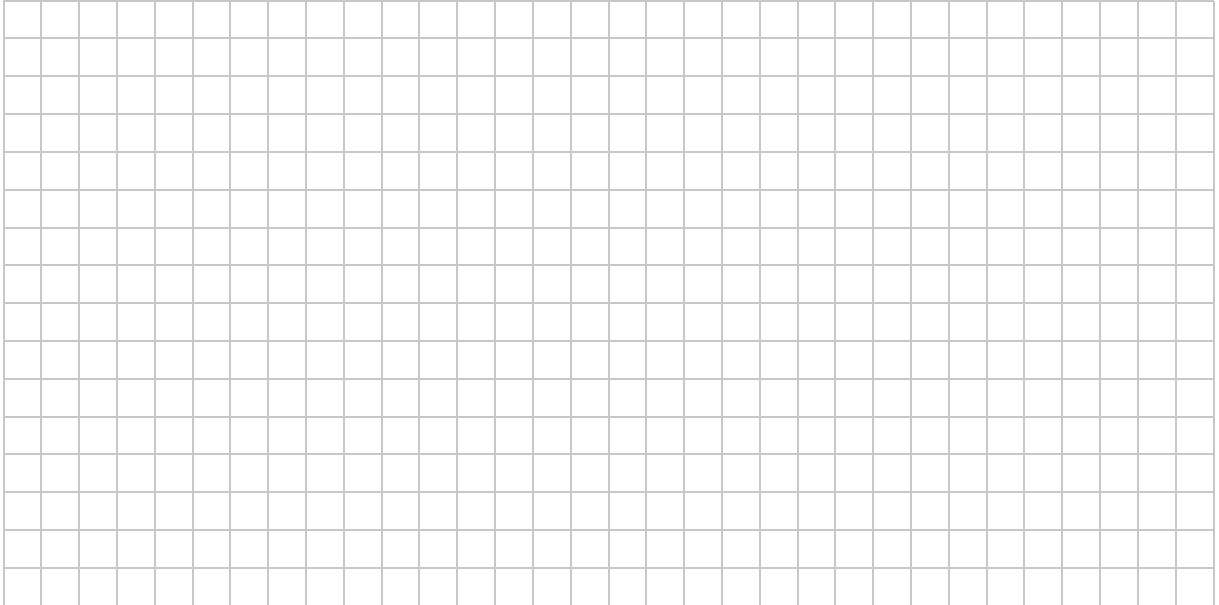
- (ii) Faigh an ráta ar a bhfuil achar dromchla na liathróide ag méadú nuair is é ga na liathróide ná 20 cm.

- (b) Déantar an liathróid theannta a chiceáil suas san aer ó phointe O ar an talamh. Má thógtar O mar an bunphointe, cuireann $(x, f(x))$ síos go neasach ar an gconair a leanann an liathróid san aer, áit a bhfuil

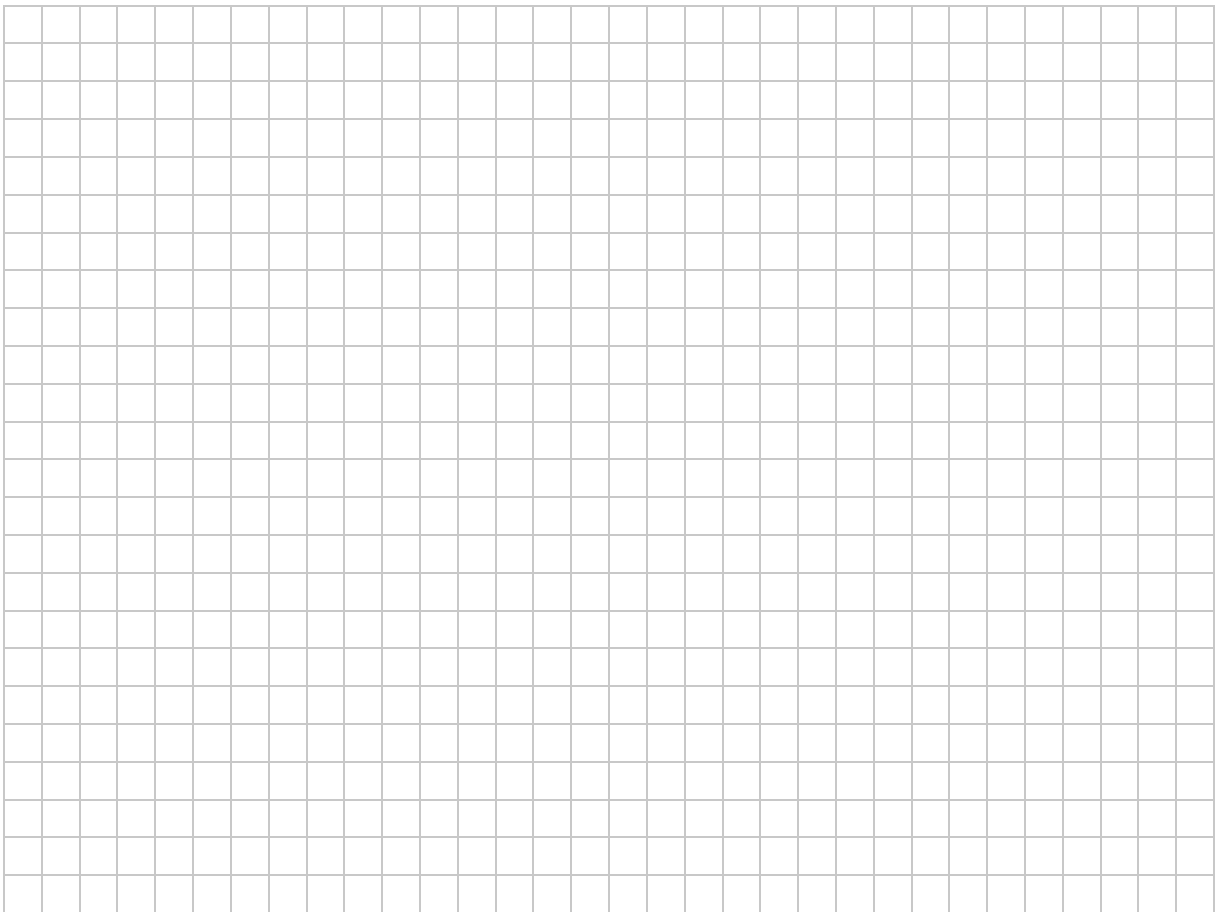
$$f(x) = -x^2 + 10x$$

agus nuair a thomhaistear x agus $f(x)$ araon ina méadair.

- (i) Faigh luachanna x nuair atá an liathróid ar an talamh.



- (ii) Faigh meánairde na liathróide os cionn na talún, i rith an eatrainmh ón uair a dhéantar í a chiceáil go dtí go mbuaileann sí an talamh arís.

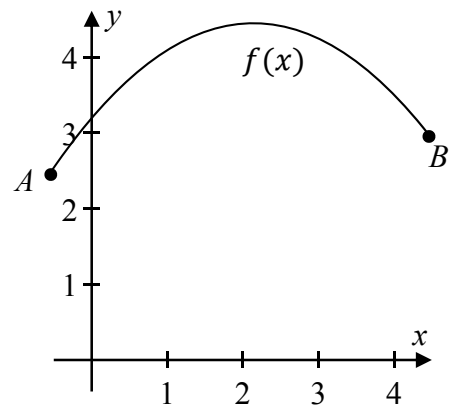


Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

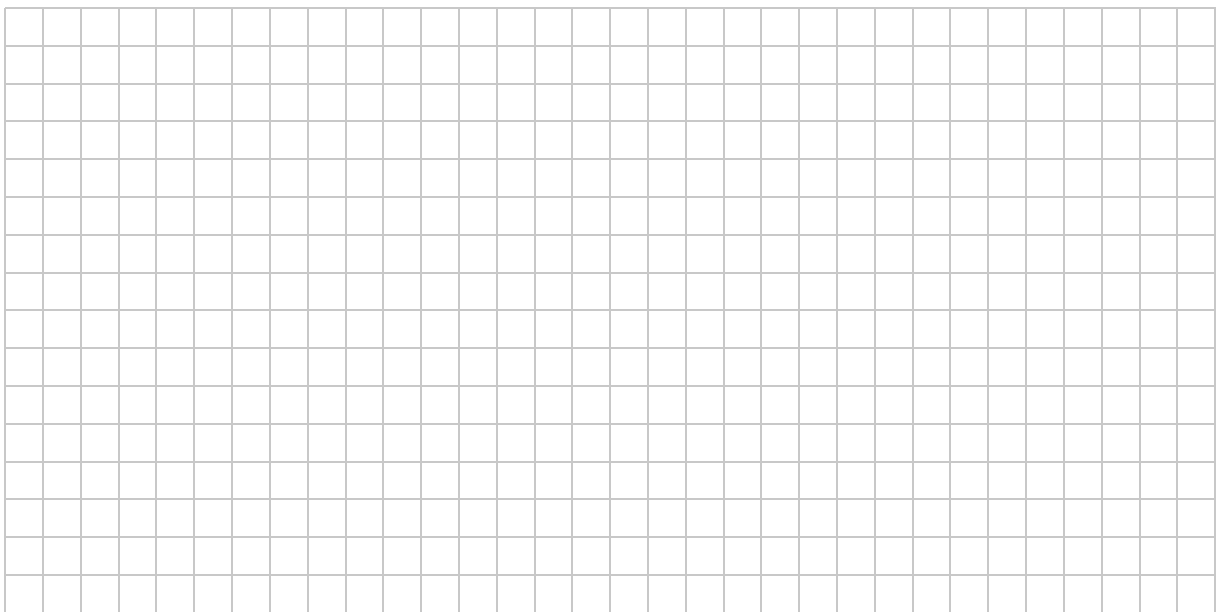
Ceist 8

(55 marc)

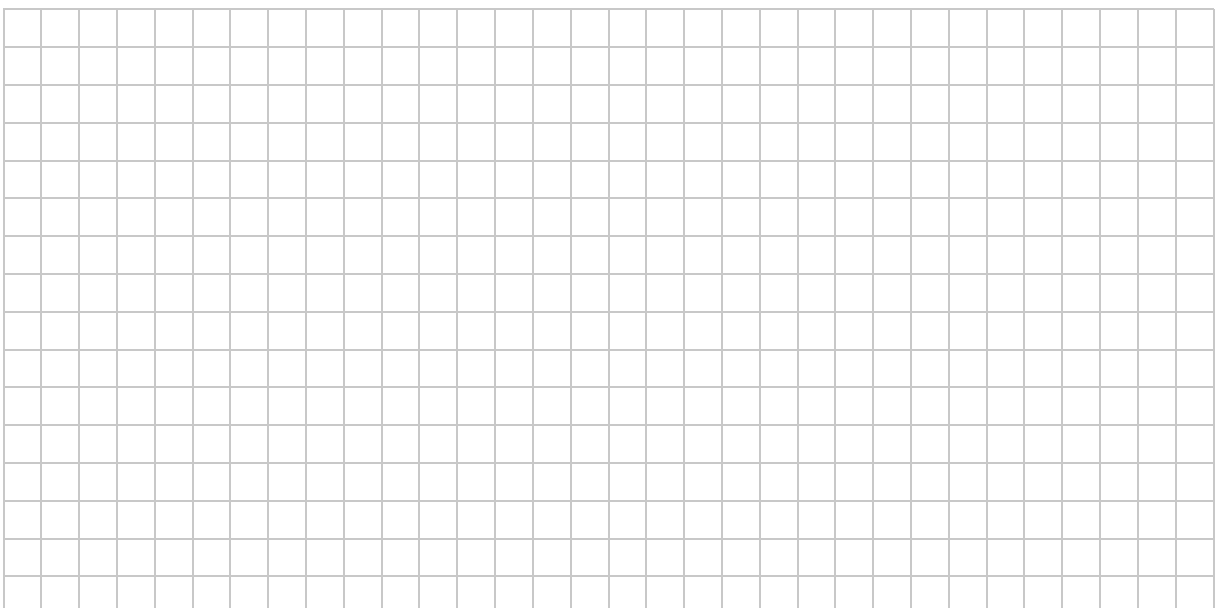
- (a) Sa léaráid taispeántar an chéad iarracht a rinne Sorcha ar an gciseán i gcluiche cispheile. D'fhág an liathróid a lámha ag A agus chuaigh sí isteach sa chiseán ag B . Agus an plána comhordanáideach á úsáid le $A(-0.5, 2.565)$ agus $B(4.5, 3.05)$, is é cothromóid na conaire a rinne lárphointe na liathróide ná
- $$f(x) = -0.274x^2 + 1.193x + 3.23$$
- nuair a thomhaistear x agus $f(x)$ araon ina méadair.



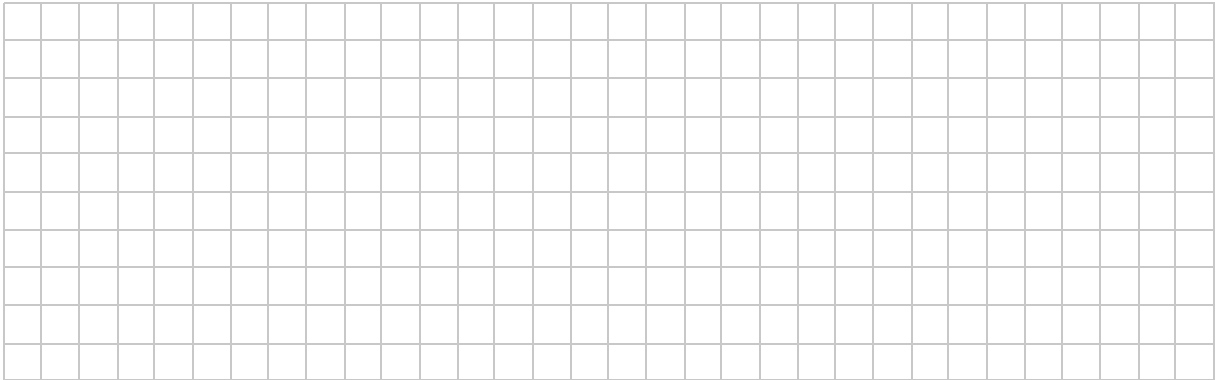
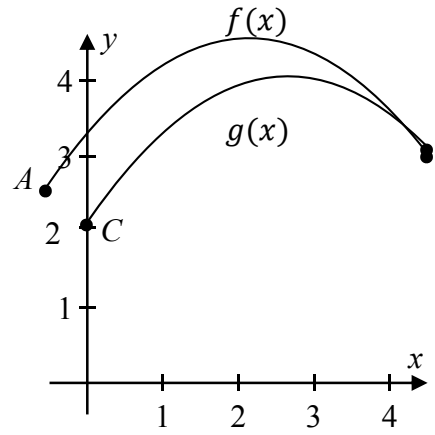
- (i) Faigh an uasairde a shroicheann lárphointe na liathróide, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.



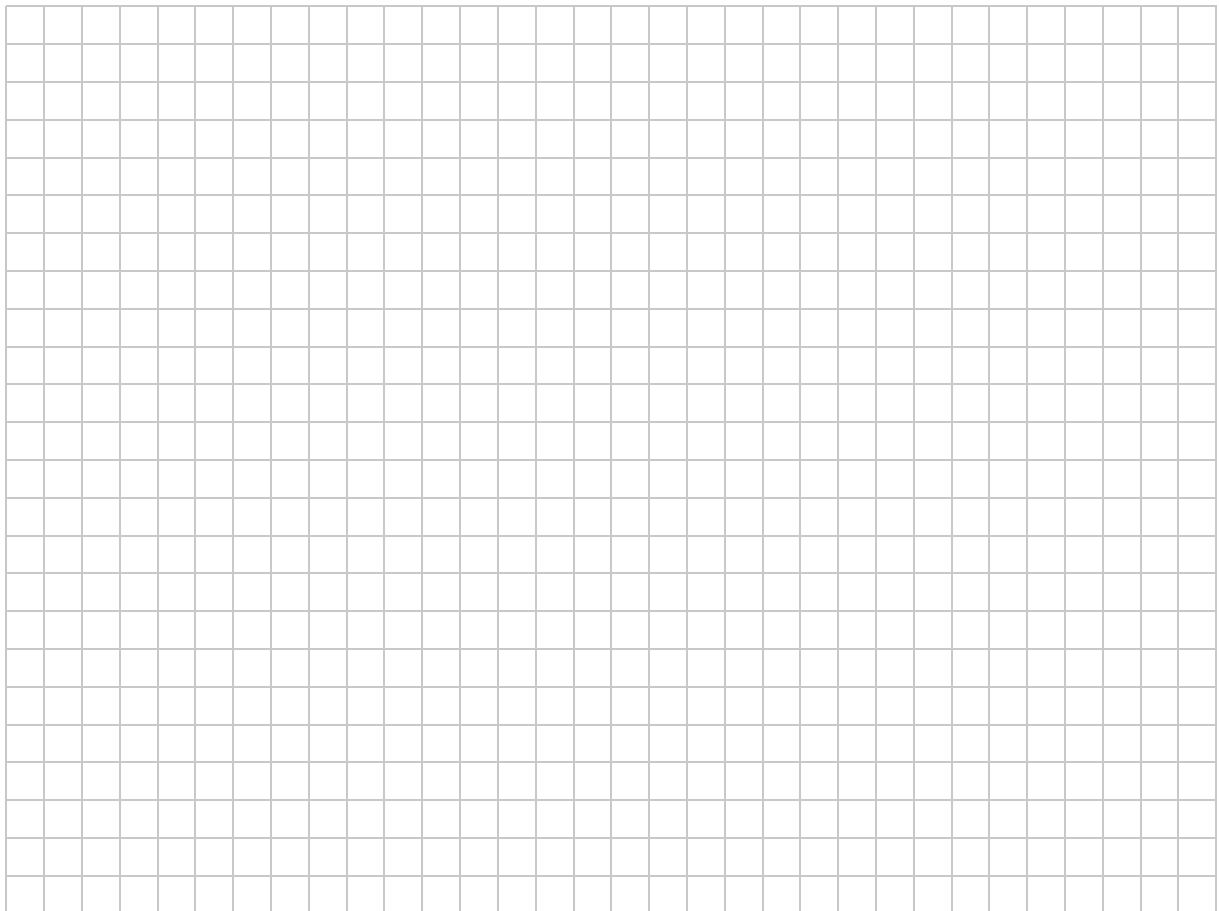
- (ii) Faigh an ghéaruillinn leis an gcothromán san áit a ndeachaigh an liathróid isteach sa chiseán. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.



- (iii) Chaith Sorcha an liathróid an dara huair. Lean an caitheamh seo conair na parabóile $g(x)$ mar a thaispeántar. D'fhág an liathróid lámha Shorcha ag an bpointe $C(0, 2)$. Tá an graf $y = g(x)$ ina íomhá den ghraf $y = f(x)$ faoi aistriú a mhapálann A ar C . Bain úsáid as an toradh ó pháirt **a(i)** chun a thaispeáint gur shroich lárphointe na liathróide seo a uasairde ag an bpointe $(2.677, 3.964)$, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

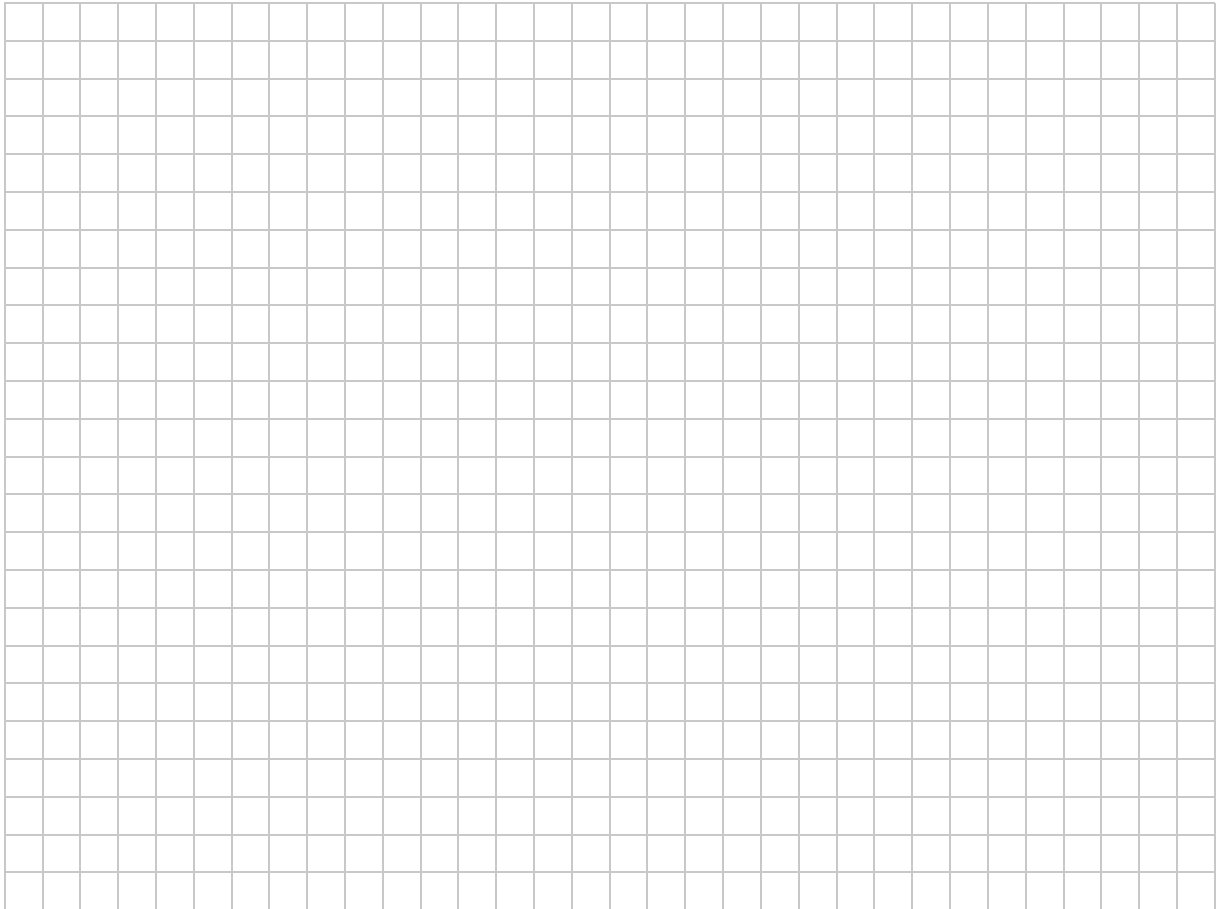


- (iv) Uaidh sin, no ar slí eile, faigh cothromóid na parabóile $g(x)$.



Roimhe	Ich	Reatha

- (iii) Úsáidtear an fhoirmle chéanna chun na pointí a ríomh sa rás 800 m agus sa rás 200 m sa heaptatlan, ach bíonn tairisigh dhifriúla in úsáid.
Rith Jessica an rás 800 m in 2 nóiméad agus 1·84 soicind, rud a thuill 1087 pointe.
Má tá $a = 0·11193$ agus $b = 254$ don rás 800 m, faigh luach c sa mhír seo, ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.



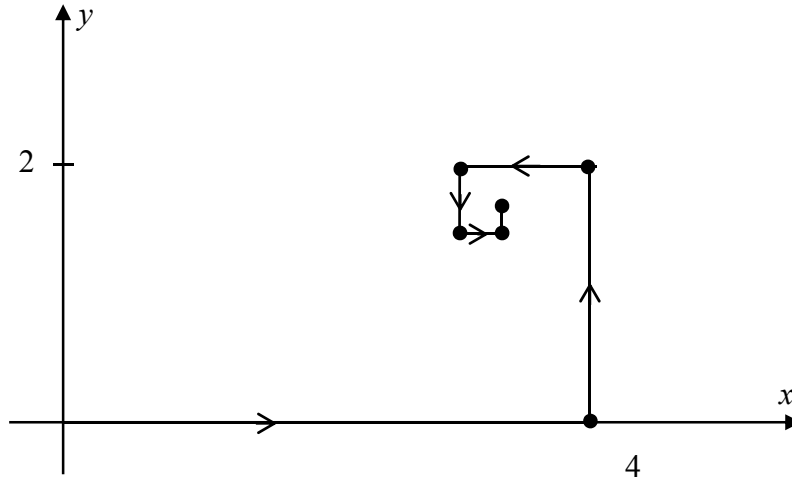
Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

Ceist 9

(55 marc)

- (a) Sa chéad céim de phatrún, gluaiseann pointe 4 aonad ón mbunphointe sa treo deimhneach feadh na x -aise. Sa dara céim, casann sé ar clé agus gluaiseann sé 2 aonad comhthreomhar leis an y -ais. Sa tríú céim, casann sé ar clé agus gluaiseann sé 1 aonad amháin comhthreomhar leis an x -ais.

I ngach céim, tar éis na chéad chéime, casann an pointe ar clé agus gluaiseann sé leath an fhaid a ghluais sé sa chéim roimhe sin, mar a thaispeántar.

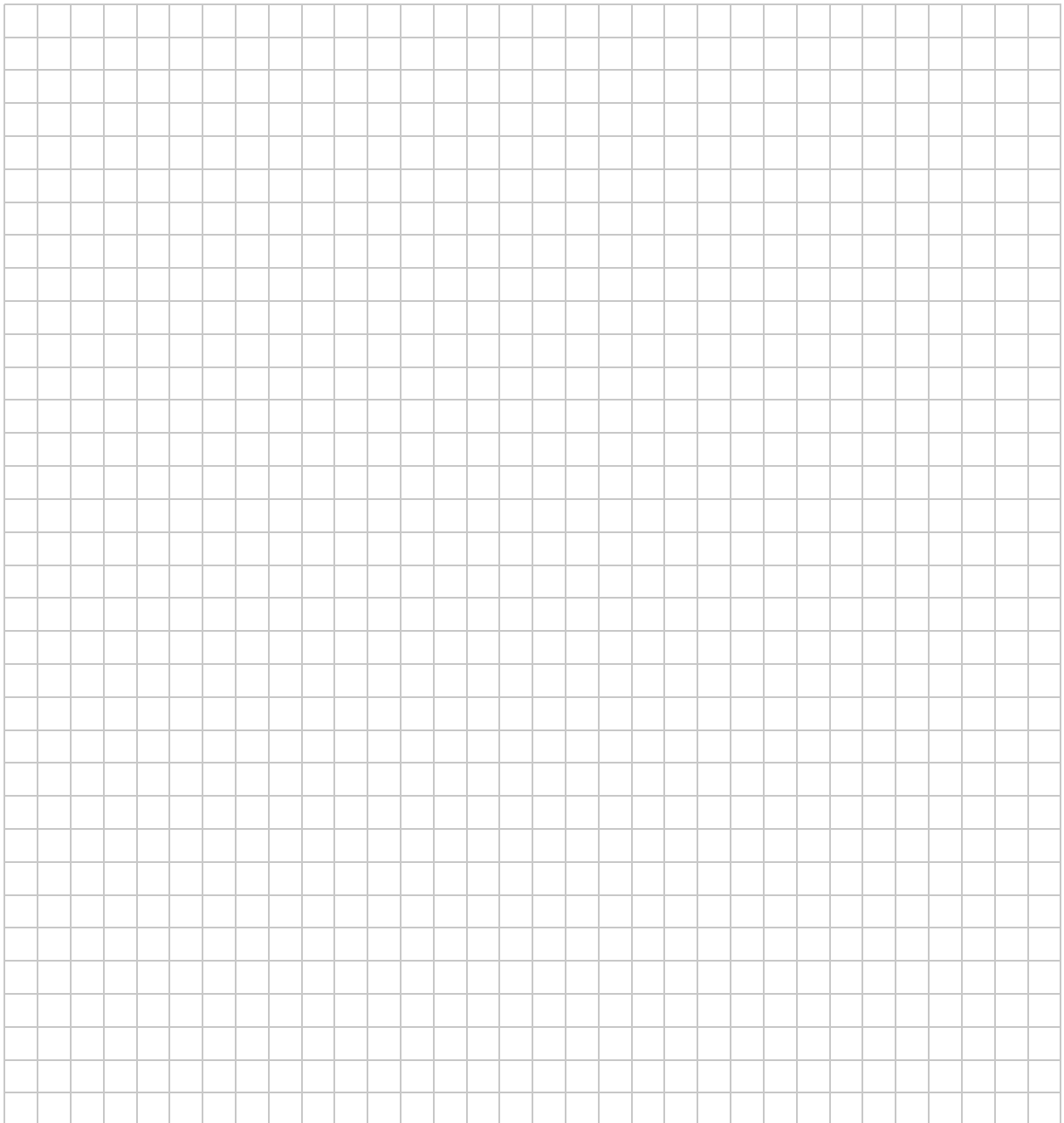


- (i) Cé mhéad céim atá déanta ag an bpointe nuair is é an fad iomlán a thastil sé ar a chonair ná 7.9375 aonad?

- (ii) Faigh an t-uasfhad is féidir leis an bpointe gluaiseacht ar a chonair, má leanann sé an patrún seo gan chríoich.

- (iii) Comhlánaigh an dara líne sa tábla thíos chun na hathruithe ar an x -chomhordanáid a thaispeáint na chéad naoi n -uaire a ghluaiseann an pointe chuig suíomh nua. Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh x -chomhordanáid agus y -chomhordanáid an tsuímh dheiridh a bhfuil an pointe ag tarraingt air, má leanann sé an patrún seo gan chríoch.

Céim	1ú	2ú	3ú	4ú	5ú	6ú	7ú	8ú	9ú
Athrú ar x	+4	0	-1						
Athrú ar y									



Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

(b) Tagann beach fhireann as ubh neamhthoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann aige ach níl tuismitheoir fireann aige. Tagann beach bhaineann as ubh thoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann agus tuismitheoir fireann aici.

(i) Sa léaráid seo a leanas, taispeántar na sinsir atá ag beach fhireann áirithe. G_1 a thugaimid ar a ghlúin sin agus téann an léaráid siar go dtí G_4 . Lean ar aghaidh leis an léaráid go dtí G_5 .

G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
			Baineann	
		Baineann		
Fireann	→ Baineann		Fireann	
		Fireann	→ Baineann	

(ii) Is féidir líon na sinsear atá ag an mbeach seo i ngach glúin a ríomh leis an bhfoirmle

$$G_{n+2} = G_{n+1} + G_n,$$

áit a bhfuil $G_1 = 1$ agus $G_2 = 1$, mar atá sa léaráid.

Bain úsáid as an bhfoirmle seo chun líon na sinsear in G_6 agus in G_7 a ríomh.

G_6		G_7			
<table border="1" style="width: 100%; height: 60px;"> <tr> <td style="width: 50%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 45%;"></td> </tr> </table>					

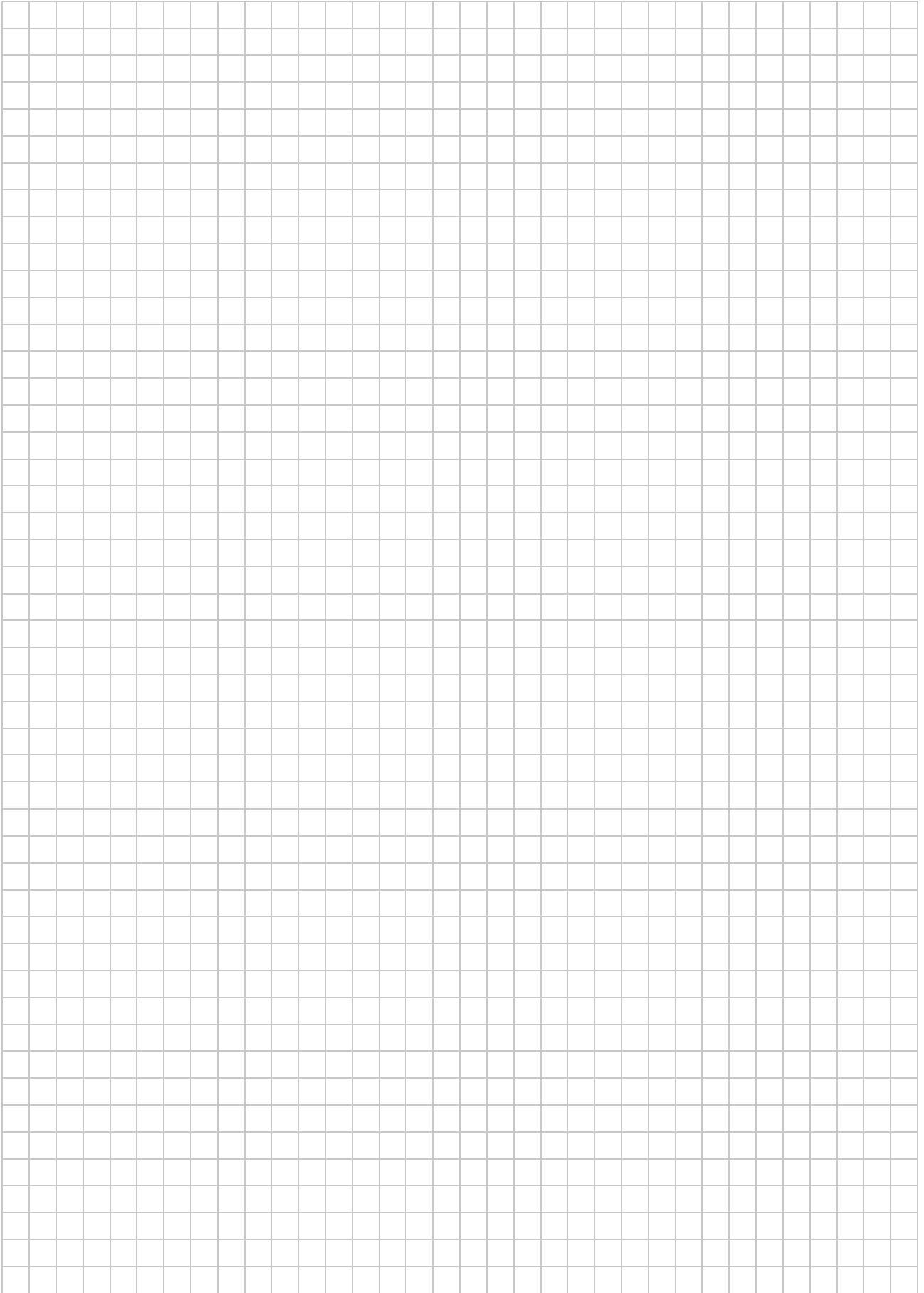
(iii) Is féidir líon na sinsear i ngach glúin a ríomh leis an bhfoirmle seo freisin:

$$G_n = \frac{(1 + \sqrt{5})^n - (1 - \sqrt{5})^n}{2^n \sqrt{5}}.$$

Bain úsáid as an bhfoirmle seo chun líon na sinsear in G_3 a dheimhniú.

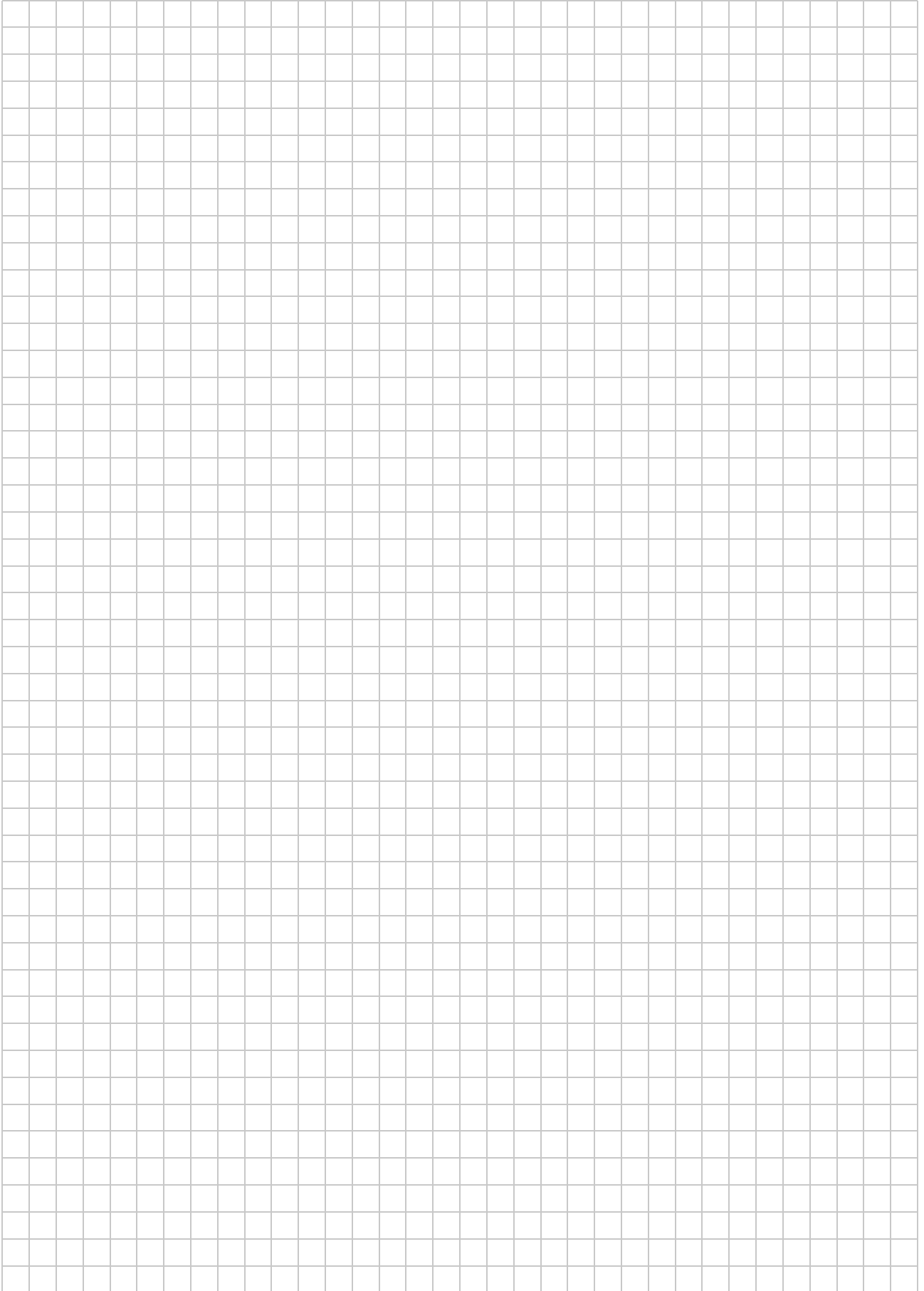
--	--	--

Bain úsáid as an leathanach seo le haghaidh obair bhreise.

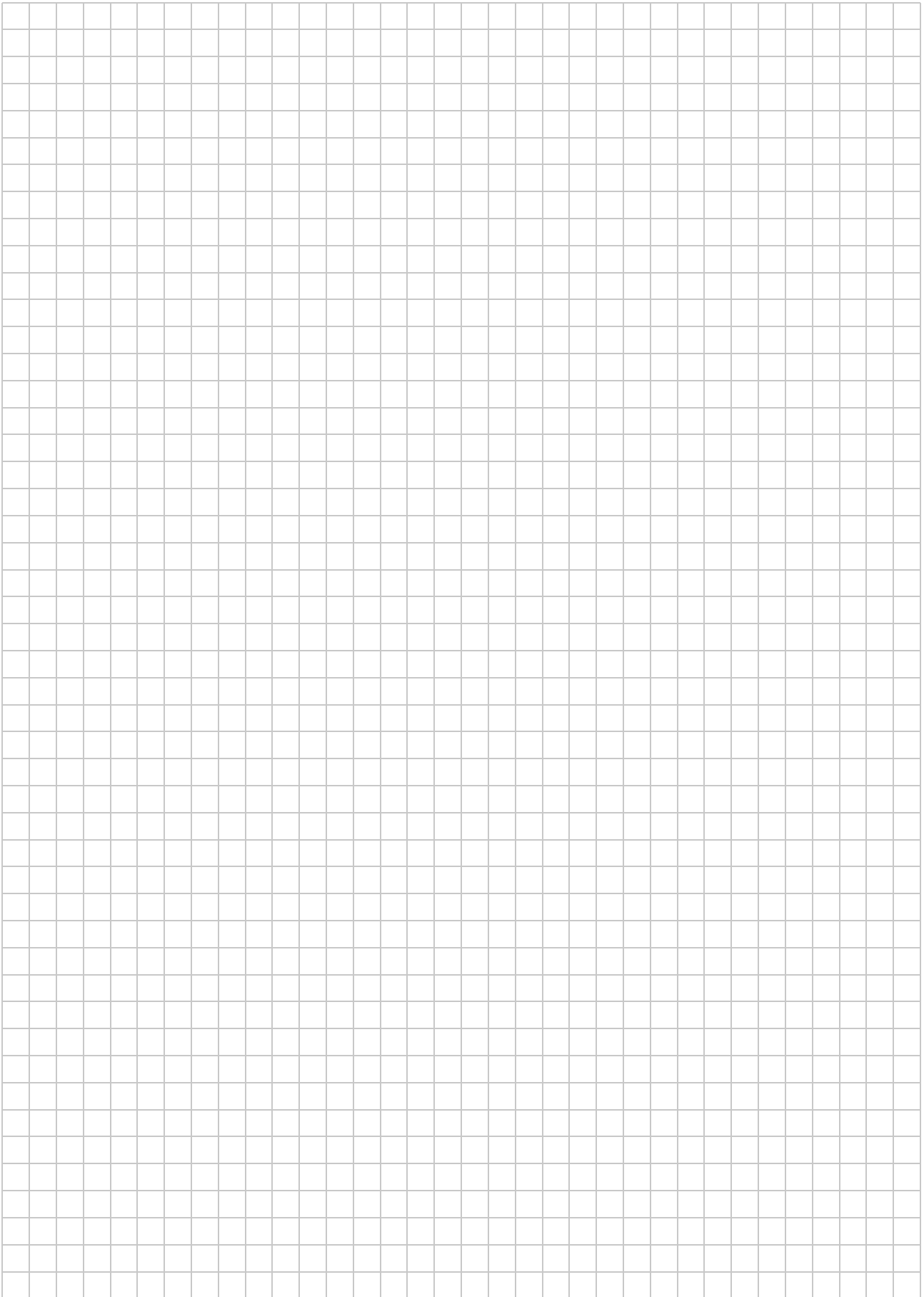


Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------

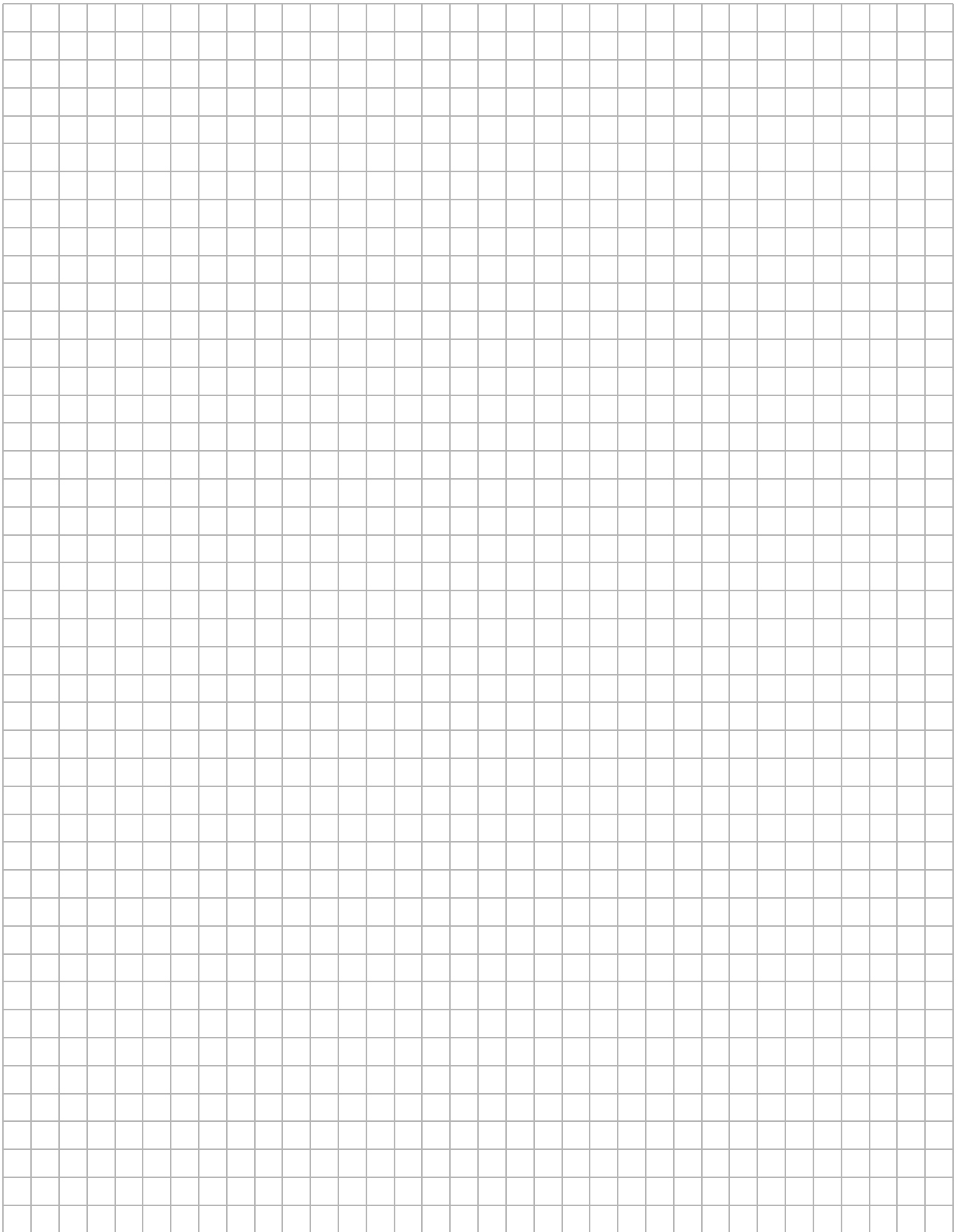
Bain úsáid as an leathanach seo le haghaidh obair bhreise.



Bain úsáid as an leathanach seo le haghaidh obair bhreise.



Roimhe	Ich	Reatha
--------	-----	--------



An Ardeistiméireacht, 2016 – Ardleibhéal

Matamaitic – Páipéar 1

Dé hAoine, 10 Meitheamh

Tráthnóna, 2:00 – 4:30