



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2015

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

Matamaitic

Ardleibhéal

Nóta do mhúinteoirí agus do scoláirí faoi úsáid na scéimeanna marcála foilsithe

Níl na scéimeanna marcála a fhoilsíonn Coimisiún na Scrúduithe Stáit ceaptha lena n-úsáid mar cháipéisí astu féin. Is áis riachtanach iad ag scrúdaitheoirí a théann faoi oiliúint i léirléamh agus i gcur i bhfeidhm ceart na scéime. Mar chuid den oiliúint sin, as measc rudaí eile, déantar samplaí d'obair na scoláirí a mharcáil agus déantar plé ar na marcanna a bhronntar, mar mhaithe le cur i bhfeidhm ceart na scéime a shoiléiriú. Déanann Scrúdaitheoirí Comhairleacha monatóireacht ar obair na scrúdaitheoirí ina dhiaidh sin le cinntiú go gcuirtear an scéim mharcála i bhfeidhm go comhleanúnach agus go beacht. Bíonn an Príomhscrúdaitheoir i bhfeighil an phróisis agus is gnách go mbíonn Príomhscrúdaitheoir Comhairleach ag cuidiú leis. Is é an Príomhscrúdaitheoir an t-údarás deiridh i dtaca le cé acu a cuireadh an scéim mharcála i bhfeidhm i gceart ar aon phíosa d'obair iarrthóra nó nár cuireadh.

Is cáipéisí oibre na scéimeanna marcála. Cé go n-ullmhaítear dréachtscéim mharcála roimh an scrúdú, ní chuirtear bailchríoch uirthi go dtí go gcuireann scrúdaitheoirí i bhfeidhm ar obair iarrthóirí í agus go dtí go mbailítear agus go meastar an t-aiseolas ó na scrúdaitheoirí uile, i bhfianaise raon iomlán na bhfreagraí a thug na hiarrthóirí, leibhéal foriomlán deacrachta an scrúdaithe agus an ghá le comhleanúnachas caighdeán a choimeád ó bhliain go bliain. Aistriúchán ar an scéim chríochnaithe atá sa cháipéisí fhoilsithe seo, mar a cuireadh i bhfeidhm ar obair na n-iarrthóirí uile í.

Is cóir a nótáil i gcás scéimeanna ina bhfuil freagraí nó réitigh eiseamláireacha nach bhfuil sé i gceist a chur in iúl go bhfuil na freagraí ná na réitigh sin uileghabhálach. D'fhéadfadh sé go bhfuil leaganacha éagsúla nó malartacha ann a bheadh inghlactha freisin. Ní mór do na scrúdaitheoirí tuillteanas gach freagra a mheas agus téann siad i gcomhairle lena Scrúdaitheoirí Comhairleacha nuair a bhíonn amhras orthu.

Scéimeanna Marcála san am atá le teacht

Ní cóir talamh slán a dhéanamh d'aon rud a bhaineann le scéimeanna marcála san am atá le teacht bunaithe ar scéimeanna a bhí ann cheana. Cé go mbíonn na bunphrionsabail mheasúnachta mar an gcéanna, is féidir go mbeadh athrú ar shonraí marcála cineál áirithe ceiste i gcomhthéacs na páirte a bheadh ag an gceist sin sa scrúdú foriomlán bliain áirithe ar bith. Bíonn sé de fhreagracht ar an bPríomhscrúdaitheoir bliain áirithe ar bith a dhéanamh amach cén tslí is fearr a chinnteoidh go measfar obair na n-iarrthóirí go cothrom agus go cruinn, agus go gcoimeádfar caighdeán comhleanúnach measúnachta ó bhliain go bliain. Dá réir sin, d'fhéadfadh gnéithe de struchtúr, de mhionsonraí agus de chur i bhfeidhm na scéime marcála in ábhar áirithe athrú ó bhliain go bliain gan rabhadh.

Páipéar 1

Réitigh Shamplacha	3
Scéim mharcála	21
Struchtúr na scéime marcála	21
Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm	22
Nótaí mionsonraithe marcála	23

Páipéar 2

Réitigh Shamplacha	33
Scéim mharcála	52
Struchtúr na scéime marcála	52
Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm	53
Nótaí mionsonraithe marcála	54
Marcanna breise as ucht freagairt trí Ghaeilge	63



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2015

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine, 5 Meitheamh Tráthnóna, 2:00 – 4:30

300 marc

Réitigh Shamplacha – Páipéar 1

Tabhair do d'aire: níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugtar na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

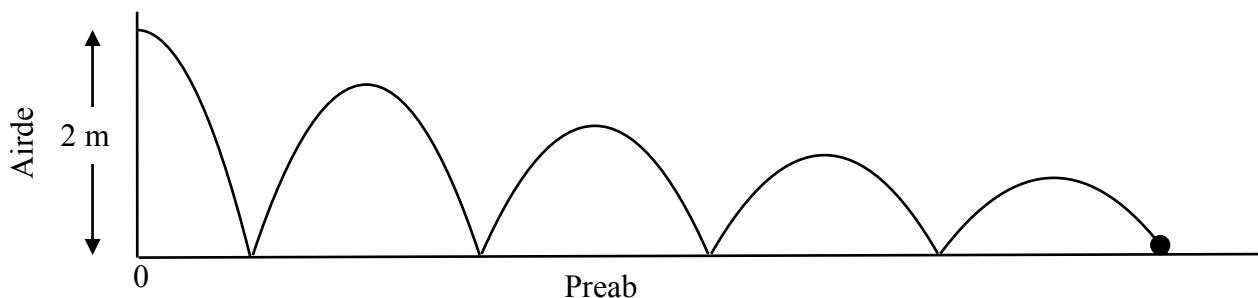
Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Freagair na sé cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 1**(25 marc)**

Chaith Máire liathróid ar thalamh réidh ó airde 2 m. Gach uair a bhuail an liathróid an talamh phreab sí ar ais go dtí $\frac{3}{4}$ den airde a phreab sí roimhe sin, mar a thaispeántar.



- (a) Comhlánaigh an tábla thíos chun a thaispeáint, i bhfoirm codáin, an airde a shroich an liathróid i ngach ceann de na chéad cheithre phreab.

Preab	0	1	2	3	4
Airde (m)	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{81}{128}$

- (b) Faigh, ina mhéadair, an fad ceartingearach iomlán (suas agus síos) a bhí gluaiste ag an liathróid nuair a bhuail sí an talamh den 5ú huair. Bíodh do freagra i bhfoirm codáin.

$$2 + 2\left(\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \frac{27}{32} + \frac{81}{128}\right) = 2 + 2\left(\frac{525}{128}\right) = \frac{653}{64} = 10\frac{13}{64} \text{ m}$$

Nó

$$\begin{aligned} 2 + 2\left(\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \frac{27}{32} + \frac{81}{128}\right) &= 2 + 2S_4 \\ &= 2 + 2\left(\frac{\frac{3}{2}(1 - (\frac{3}{4})^4)}{1 - \frac{3}{4}}}\right) \\ &= 2 + \frac{525}{64} = \frac{653}{64} = 10\frac{13}{64} \text{ m} \end{aligned}$$

- (c) Dá leanfadh an liathróid uirthi ag preabadh gan stad, faigh, ina mhéadair, an fad ceartingearach iomlán a ghluaisfeadh sí.

$$\begin{aligned}2 + 2\left(\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \dots\right) &= 2 + 2\left(\frac{a}{1-r}\right) \\ &= 2 + 2\left(\frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{3}{4}}\right) \\ &= 2 + 12 = 14 \text{ m}\end{aligned}$$

Ceist 2**(25 marc)**Réitigh an chothromóid $x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0$.Scríobh aon réiteach éagóimheasta san fhoirm $a + b\sqrt{c}$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$$

$$f(1) = 1^3 - 3(1)^2 - 9 + 11 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ (réiteach)}$$

$$(x - 1) \text{ (fachtóir)}$$

$$\begin{array}{r}
 x-1 \overline{) \begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 9x + 11 \\ x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - 9x + 11 \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -11x + 11 \\ -11x + 11 \\ \hline 0 \end{array} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (x-1)(x^2 + Ax - 11) &= x^3 - 3x^2 - 9x + 11 \\
 \Rightarrow x^3 + Ax^2 - x - x^2 - Ax + 11 &= x^3 - 3x^2 - 9x + 11 \\
 \Rightarrow A - 1 &= -3 \\
 \Rightarrow A &= -2
 \end{aligned}$$

Nó

	x^2	$-2x$	-11
x	x^3	$-2x^2$	$-11x$
-1	$-x^2$	$2x$	11

Uaidh sin, is é an fachtóir eile na $x^2 - 2x - 11$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-11)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{2 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{3}$$

Réitigh: $\{1, 1 + 2\sqrt{3}, 1 - 2\sqrt{3}\}$

Ceist 3**(25 marc)**Bíodh $f(x) = -x^2 + 12x - 27$, $x \in \mathbb{R}$.**(a) (i)** Comhlánaigh Tábla 1 thíos.

Tábla 1							
x	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	0	5	8	9	8	5	0

(ii) Bain úsáid as Tábla 1 agus as an rial thraipéasóideach agus faigh neas-achar an réigiúin atá cuimsithe idir graf f agus an x -ais.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{h}{2} [y_1 + y_n + 2(y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1})] \\
 &= \frac{1}{2} [0 + 0 + 2(5 + 8 + 9 + 8 + 5)] \\
 &= 35 \text{ aonad cearnach}
 \end{aligned}$$

(b) (i) Faigh $\int_3^9 f(x) dx$.

$$\begin{aligned}
 &\int_3^9 (-x^2 + 12x - 27) dx \\
 &= \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} - 27x \right]_3^9 \\
 &= (-243 + 486 - 243) - (-9 + 54 - 81) \\
 &= 36
 \end{aligned}$$

(ii) Bain úsáid as do fhreagraí thuas chun an earráid chéatadánach i do neastachán den achar a fháil, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

$$\frac{1}{36} \times 100 = 2.8\%$$

Ceist 4

(25 marc)

- (a) Is uimhreacha coimpléascacha iad z_1, z_2 agus z_3 sa chaoi go bhfuil $\frac{2}{z_1} = \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$, $z_2 = 2 + 3i$ agus $z_3 = 3 - 2i$, áit a bhfuil $i^2 = -1$. Scríobh z_1 san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} \frac{2}{z_1} &= \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} = \frac{1}{2+3i} + \frac{1}{3-2i} \\ &= \frac{3-2i+2+3i}{(2+3i)(3-2i)} = \frac{5+i}{12+5i} \\ \Rightarrow \frac{z_1}{2} &= \frac{12+5i}{5+i} \\ &= \frac{12+5i}{5+i} \times \frac{5-i}{5-i} \\ &= \frac{65+13i}{26} \\ \Rightarrow z_1 &= 5+i \end{aligned}$$

Nó

$$\begin{aligned} \frac{1}{2+3i} &= \frac{1}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{2-3i}{4+9} = \frac{2-3i}{13} \\ \frac{1}{3-2i} &= \frac{1}{3-2i} \cdot \frac{3+2i}{3+2i} = \frac{3+2i}{4+9} = \frac{3+2i}{13} \\ \frac{1}{2+3i} + \frac{1}{3-2i} &= \frac{2-3i}{13} + \frac{3+2i}{13} = \frac{5-i}{13} \\ \frac{2}{z_1} &= \frac{5-i}{13} \end{aligned}$$

Bíodh $z_1 = a + bi$

$$\frac{2}{a+bi} = \frac{5-i}{13}$$

$$26 = (5-i)(a+bi)$$

$$26 + (0)i = 5a + 5bi - ai + b$$

$$26 + (0)i = (5a+b) + (-a+5b)i$$

$$\Rightarrow 5a + b = 26 \dots(i) \text{ agus } -a + 5b = 0 \dots(ii)$$

$$(i): \quad 5a + b = 26$$

$$(ii): \quad \frac{-5a + 25b = 0}{26b = 26}$$

$$b = 1$$

$$\text{Ó (ii): } 5b = a$$

$$\Rightarrow a = 5$$

$$z_1 = 5 + i$$

- (b) Bíodh ω ina uimhir choimpléascach, áit a bhfuil $\omega^n = 1$, $\omega \neq 1$, agus $S = 1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1}$. Bain úsáid as an bhfoirmle le haghaidh suim sraithe iolraíche críochna chun luach S a scríobh san fhoirm is simplí.

$$S = 1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1}$$

$$a = 1, \quad r = \omega = \sqrt[n]{1}$$

$$S = \frac{1(1 - \omega^n)}{1 - \omega} = \frac{1(1 - 1)}{1 - \omega} = 0$$

Ceist 5**(25 marc)**

(a) Réitigh an chothromóid $x = \sqrt{x+6}$, $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{x+6} \\ \Rightarrow x^2 &= x+6 \\ \Rightarrow x^2 - x - 6 &= 0 \\ \Rightarrow (x+2)(x-3) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -2, \quad x = 3 \\ x = -2: \quad -2 &\neq \sqrt{-2+6} = \sqrt{4} = 2 \quad \times \\ x = 3: \quad 3 &= \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3 \quad \checkmark\end{aligned}$$

(b) Dífreáil $x - \sqrt{x+6}$ i leith x .

$$\begin{aligned}f(x) &= x - \sqrt{x+6} = x - (x+6)^{\frac{1}{2}} \\ f'(x) &= 1 - \frac{1}{2}(x+6)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+6}}\end{aligned}$$

(c) Faigh comhordanáidí pointe casaidh na feidhme $y = x - \sqrt{x+6}$, $x \geq -6$.

$$\begin{aligned}f'(x) = 0 &\Rightarrow 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+6}} = 0 \\ &\Rightarrow 2\sqrt{x+6} = 1 \\ &\Rightarrow x+6 = \frac{1}{4} \\ &\Rightarrow x = -5\frac{3}{4} \\ f(-5\frac{3}{4}) &= -5\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{1}{4}} = -6\frac{1}{4} \\ &(-5\frac{3}{4}, -6\frac{1}{4})\end{aligned}$$

Ceist 6**(25 marc)**

- (a) Tá iasacht á socrú ag Donncha agus tá dhá théarma aisíocaíochta dhifriúla á scrúdú aige.
- (i) Gearrfaidh Banc A ráta 0.35% úis in aghaidh na míosa air. Faigh, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha, an ráta céatadánach bliantúil (APR) atá coibhéiseach le ráta 0.35% úis in aghaidh na míosa.

$$F = P(1+i)^t = 1(1+0.0035)^{12} = 1.042818$$
$$\Rightarrow i = 4.28\%$$

- (ii) Gearrfaidh Banc B ráta air atá coibhéiseach le APR 4.5%. Faigh, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha, an ráta úis míosúil atá coibhéiseach le APR 4.5%.

$$F = P(1+i)^t$$
$$1.045 = 1(1+i)^{12}$$
$$1+i = \sqrt[12]{1.045} = 1.0036748$$
$$\Rightarrow i = 0.367\%$$

- (b) Fuair Donncha iasacht €80 000 ó Banc A ar ráta 0.35% úis in aghaidh na míosa. Fanfaidh an ráta seasta ar feadh théarma na hiasachta. Tá an iasacht le íoc ar ais ina haisíocaíochtaí cothroma míosúla go ceann deich mbliana. Tá an chéad aisíocaíocht dlite mí amháin tar éis eisiúint na hiasachta. Ríomh, ceart go dtí an euro is gaire, méid gach aisíocaíochta míosúla.

$$\begin{aligned}
 A &= P \left[\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1} \right] \\
 &= 80000 \left[\frac{0.0035(1.0035)^{120}}{(1.0035)^{120} - 1} \right] \\
 &= 80000 \left[\frac{0.00532296}{0.520846} \right] \\
 &= 817.59 = \text{€}818
 \end{aligned}$$

Nó

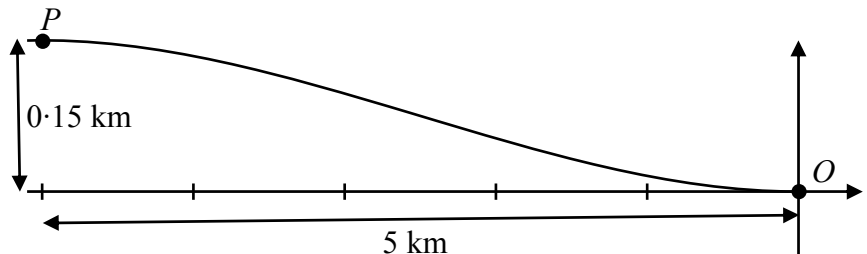
$$\begin{aligned}
 80000 &= \frac{A}{1.0035} + \frac{A}{1.0035^2} + \dots + \frac{A}{1.0035^{120}} \\
 &= A \left[\frac{1}{1.0035} + \frac{A}{1.0035^2} + \dots + \frac{A}{1.0035^{120}} \right] \\
 &= A \left[\frac{\frac{1}{1.0035} \left(1 - \left(\frac{1}{1.0035} \right)^{120} \right)}{1 - \frac{1}{1.0035}} \right] \\
 &= A \left[\frac{0.342471198}{0.0035} \right] \\
 &= A [97.8489137] \\
 A &= 817.58 = \text{€}818
 \end{aligned}$$

Freagair na trí cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 7

(50 marc)

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P , 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O . Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O .



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0.0024x^3 + 0.018x^2 + cx + d$, $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(a) (i) Taispeáin go bhfuil $d = 0$.

$$f(x) = 0.0024x^3 + 0.018x^2 + cx + d$$

$$f(0) = 0 + 0 + 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$$

(ii) Is é P an pointe $(-5, 0.15)$. Bain úsáid as an eolas sin le taispeáint go bhfuil $c = 0$, nó déan ar slí eile é.

$$f(x) = 0.0024x^3 + 0.018x^2 + cx$$

$$f(-5) = 0.0024(-5)^3 + 0.018(-5)^2 + c(-5) = 0.15$$

$$\Rightarrow 0.15 - 5c = 0.15 \Rightarrow c = 0$$

Nó

Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O . $\Rightarrow f'(x) = 0$ nuair $x = 0$

$$f'(x) = 0.0072x^2 + 0.036x + c$$

$$f'(0) = 0 + 0 + c = 0$$

$$\Rightarrow c = 0$$

(b) (i) Faigh luach $f'(x)$, díorthach $f(x)$, nuair atá $x = -4$.

$$f(x) = 0.0024x^3 + 0.018x^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 0.0072x^2 + 0.036x$$

$$f'(-4) = 0.0072(-4)^2 + 0.036(-4)$$

$$= -0.0288$$

- (ii) Bain úsáid as do fhreagra ar (b) (i) thuas chun an uillinn ar a bhfuil an t-eitleán ag teacht anuas a fháil nuair atá sé 4 km on bpointe tuirlingthe. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

$$\tan \theta = f'(x) = -0.0288 \Rightarrow \theta = 178.3503^\circ$$

$$\text{An uillinn ar a bhfuil an t-eitleán ag teacht anuas } \alpha = 1.6497^\circ = 2^\circ$$

- (c) Taispeáin gurb é $(-2.5, 0.075)$ pointe athchasaídh an chuair $y = f(x)$.

$$f'(x) = 0.0072x^2 + 0.036x$$

$$f''(x) = 0.0144x + 0.036 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2.5$$

$$f(x) = 0.0024x^3 + 0.018x^2$$

$$f(-2.5) = 0.0024(-2.5)^3 + 0.018(-2.5)^2$$

$$= -0.0375 + 0.1125 = 0.075$$

$$(-2.5, 0.075)$$

- (d) (i) Má tá (x, y) ina pointe ar an gcuar $y = f(x)$, fíoraigh go bhfuil $(-x-5, -y+0.15)$ ina pointe ar $y = f(x)$ freisin.

$$f(x) = 0.0024x^3 + 0.018x^2$$

$$f(-x-5) = 0.0024(-x-5)^3 + 0.018(-x-5)^2$$

$$= 0.0024(-x^3 - 15x^2 - 75x - 125) + 0.018(x^2 + 10x + 25)$$

$$= -0.0024x^3 - 0.018x^2 + 0x + 0.15$$

$$= -y + 0.15$$

- (ii) Faigh íomhá $(-x-5, -y+0.15)$ faoi shiméadracht i bpointe an athchasaídh.

$$\text{Pointe : } (-x-5, -y+0.15)$$

$$\text{Pointe athchasaídh: } (-2.5, 0.075)$$

$$\text{Athrú í luach } x: (-2.5) - (-x-5) = x + 2.5$$

$$\text{Athrú í luach } y: 0.075 - (-y+0.15) = y - 0.075$$

Íomhá an pointe athchasaídh :

$$\text{Luach } x: -2.5 + (x + 2.5) = x$$

$$\text{Luach } y: 0.075 + (y - 0.075) = y$$

$$\Rightarrow \text{is é } (x, y) \text{ an íomhá}$$

Nó

Bíodh (x, y) mar an íomhá.

$$\left(\frac{-x-5+x}{2}, \frac{-y+0.15+y}{2} \right) = (-2.5, 0.075), \text{ pointe an athchasaídh}$$

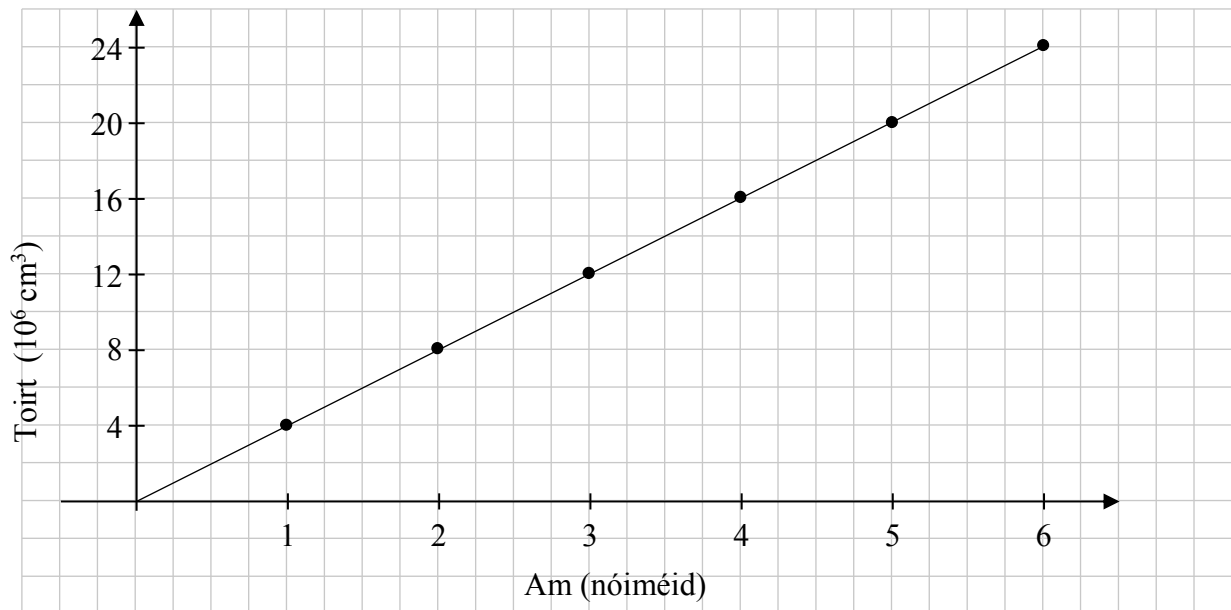
Ceist 8**(50 marc)**

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta $4 \times 10^6 \text{ cm}^3$ sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

- (a) (i) Comhlánaigh an tábla thíos chun toirt iomlán na hola ar an uisce tar éis gach ceann de na chéad 6 nóiméad den doirteadh ola a thaispeáint.

Am (nóiméid)	1	2	3	4	5	6
Toirt (10^6 cm^3)	4	8	12	16	20	24

- (ii) Tarraing graf chun toirt na hola ar an uisce sna chéad 6 nóiméad a thaispeáint.



- (iii) Scríobh cothromóid le haghaidh $V(t)$, toirt na hola ar an uisce, ina cm^3 , tar eis t nóiméad.

Líne: fána 4×10^6 ag dul tríd $(0, 0)$.

$$V(t) = (4 \times 10^6) t$$

- (b) Déanann an ola dhoirte leo ola (*oil slick*) ciorclach a bhfuil tiús **1 mhilliméadar amháin** ann.

- (i) Scríobh cothromóid le haghaidh thoirt na hola sa leo, ina cm^3 , nuair is é r cm an ga.

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi r^2 (0.1) \\ &= 0.1 \pi r^2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- (ii) Faigh an ráta, ina cm sa nóiméad, ar a bhfuil ga an leo ola ag méadú nuair is é 50 m an ga.

$$\frac{dV}{dt} = 4 \times 10^6 \text{ cm}^3 \text{ sa nóiméad}$$

$$V = \pi r^2 h \text{ áit } h = 0.1 \text{ cm}$$

$$\frac{dV}{dr} = 2\pi r h$$

$$\frac{dV}{dr} = 0.2\pi r$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dV} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{0.2\pi r} \times 4 \times 10^6$$

$$= \frac{4 \times 10^6}{0.2\pi(5000)} = 1273.3 \text{ cm sa nóiméad}$$

- (c) Taispeáin go bhfuil achar an uisce atá clúdaithe ag an leo ola, ag méadú ar ráta tairiseach $4 \times 10^7 \text{ cm}^2$ sa nóiméad.

$$A = \pi r^2 \Rightarrow \frac{dA}{dr} = 2\pi r$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dr} \frac{dr}{dt} = 2\pi r \frac{4 \times 10^6}{0.2\pi r} = 4 \times 10^7 \text{ cm}^2 \text{ sa nóiméad}$$

Nó

$$\pi r^2 (0.1) = (4 \times 10^6) t$$

$$\Rightarrow A = \pi r^2 = (4 \times 10^7) t$$

$$\frac{dA}{dt} = 4 \times 10^7$$

- (d) Tá an talamh is cóngaraí 1 km ón bpointe inar thosaigh an doirteadh ola. Faigh amach cá fhad a thógfaidh sé go dtí go sroichfidh an leo ola an talamh. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an uair an chloig is gaire.

$$A = \pi r^2 = \pi(10^5)^2 = \pi 10^{10} \text{ cm}^2$$

$$t = \frac{\pi 10^{10}}{4 \times 10^7} = \frac{\pi 10^3}{4} = 785.398 \text{ nóiméid}$$

$$= 13.09 = 13 \text{ uair an cloig}$$

Ceist 9**(50 marc)**

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ ina raidiain.

- (a) Faigh fad an lae i nGaillimh ar 5 Meitheamh (76 lá tar éis 21 Márta). Bíodh do fhreagra ina uaireanta agus ina nóiméid, ceart go dtí an nóiméad is gaire.

$$\begin{aligned} f(t) &= 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) \\ f(76) &= 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365} \times 76\right) \\ &= 12 \cdot 25 + 4 \cdot 587 = 16 \cdot 837 = 16 \text{ uair an cloig agus } 50 \text{ nóiméid} \end{aligned}$$

- (b) Faigh dáta amháin ar a mbíonn an lá tuairim is 15 uair an chloig ar fad i nGaillimh.

$$\begin{aligned} f(t) &= 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) = 15 \\ \Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) &= 0 \cdot 578947 \\ \Rightarrow \frac{2\pi}{365}t &= 0 \cdot 6174371 \\ \Rightarrow t &= 35 \cdot 87 \\ &36 \text{ lá tar eis Marta } 21 = \text{Aibreán } 26. \end{aligned}$$

- (c) Faigh $f'(t)$, díorthach $f(t)$.

$$\begin{aligned} f(t) &= 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) \\ f'(t) &= 4 \cdot 75 \times \frac{2\pi}{365} \cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) \\ &= \frac{9 \cdot 5\pi}{365} \cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) \end{aligned}$$

- (d) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh fad an lae is faide i nGaillimh.

Tá $f(t)$ ina uasluach nuair is é $\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ uasluach 1.

$$t = 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 = 17 \text{ uair an cloig}$$

Nó

$$f'(t) = 0 \Rightarrow \frac{9 \cdot 5\pi}{365} \cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{365}t = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{365}{4} = 91 \cdot 25$$

$$f(91 \cdot 25) = 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365} \times 91 \cdot 25\right)$$

$$= 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\frac{\pi}{2}$$

$$= 17 \text{ uair an cloig}$$

- (e) Bain úsáid as an tsuimeáil chun meánfhad an lae i nGaillimh le linn na sé mhí ó 21 Márta go dtí 21 Mean Fómhair (184 lá) a fháil. Bíodh do fhreagra ina uaireanta agus ina nóiméid, ceart go dtí an nóiméad is gaire.

$$\begin{aligned} \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx &= \frac{1}{184} \int_0^{184} \left(12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) \right) dt \\ &= \frac{1}{184} \left[12 \cdot 25t - 4 \cdot 75 \times \frac{365}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) \right]_0^{184} \\ &= \frac{1}{184} [(2254 + 275 \cdot 843) - (0 - 275 \cdot 934)] \\ &= \frac{1}{184} [2805 \cdot 777] \\ &= 15 \cdot 24879 \\ &= 15 \text{ uair an cloig agus } 15 \text{ nóiméid} \end{aligned}$$

Scéim mharcála – Páipéar 1, Roinn A agus Roinn B

Struchtúr na scéime marcála

Déantar freagraí na n-iarrthóirí a mharcáil de réir scálaí éagsúla, ag brath ar na cineálacha freagra a bhfuiltear ag súil leo. I gcás scálaí a bhfuil an lipéad A orthu, roinntear freagraí na n-iarrthóirí ina dhá gcatagóir (ceart agus mícheart). I gcás scálaí a bhfuil an lipéad B orthu, roinntear na freagraí ina trí ghrúpa (ceart, ceart i bpáirt, agus mícheart), agus mar sin de. Tá achoimre le fáil sa tábla seo a leanas ar na scálaí agus ar na marcanna a leanann astu:

Lipéad an scála	A	B	C	D	E
Líon na gcatagóirí	2	3	4	5	6
Scála 5 marc	0, 5	0, 2, 5	0, 2, 4, 5		
Scála 10 marc	0, 10	0, 5, 10	0, 4, 8, 10	0, 2, 5, 8, 10	
Scála 15 marc	0, 15	0, 7, 15	0, 5, 10, 15	0, 4, 7, 11, 15	
Scála 20 marc	0, 20	0, 10, 20	0, 7, 13, 20	0, 5, 10, 15, 20	
Scála 25 marc	0, 25	0, 12, 25	0, 8, 17, 25	0, 6, 12, 19, 25	0, 5, 10, 15, 20, 25

Tugtar tuairisceoir ginearálta anseo thíos le haghaidh gach pointe ar gach scála. Más gá, tá treoracha níos sonraí le fáil sa scéim féin maidir leis an tslí chun na scálaí a léiriú i gcomhthéacs gach ceiste.

Scálaí marcála – tuairisceoirí leibhéil

A-scálaí (dhá chatagóir)

- freagra mícheart
- freagra ceart

B-scálaí (trí chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra ceart i bpáirt
- freagra ceart

C-scálaí (ceithre chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

D-scálaí (cúig chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- tuairim is an leathchuid den fhreagra ceart
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

E-scálaí (sé chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- beagnach leathchuid den fhreagra ceart
- níos mó ná an leathchuid den fhreagra ceart
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar slánú mícheart, ina bhfágtar aonaid ar lár nó ina ndéantar míléamh nach róshimplíonn an obair nó ina ndéantar earráid uimhríochta nach róshimplíonn an obair, féadfar marc a thabhairt atá aon marc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine. Dá bhrí sin, mar shampla, i *scála 10C*, féadfar 9 marc a thabhairt.

Ar fud na scéime, léirigh earráidí uimhríochta le *.

Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm

Roinn A

Ceist 1	
(a)	5C
(b)	10C
(c)	10C
Ceist 2	
	25E
Ceist 3	
(a)	15D
(b)	10C
Ceist 4	
(a)	15D
(b)	10C
Ceist 5	
(a)	10C
(b)	5B
(c)	10C
Ceist 6	
(a)(i)+(ii)	10C
(b)	15C

Roinn B

Ceist 7	
(a)(i)	5B
(a)(ii)	5B
(b)(i)	10C
(b)(ii)	5B
(c)	10D
(d)(i)	5C
(d)(ii)	10C
Ceist 8	
(a)(i)	5B
(a)(ii)	5B
(a)(iii)	5B
(b)(i)	5B
(b)(ii)	10D
(c)	10C
(d)	10C
Ceist 9	
(a)	10C
(b)	10C
(c)	10B
(d)	10D
(e)	10D

Nótaí mionsonraithe marcála

TABHAIR FAOI DEARA: I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar slánú mícheart, ina bhfághtar aonaid ar lár nó ina ndéantar míléamh nach róshimplíonn an obair nó ina ndéantar earráid uimhríochta nach róshimplíonn an obair, féadfar marc a thabhairt atá aon mharc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine.

Ná gearrtar pionós slánaithe agus aonad ach uair amháin i ngach cuid (a), (b), (c) etc.
Ar fud na scéime, léirigh earráidí uimhríochta le *.

Roinn A

Ceist 1

- (a) Scála 5C (0, 2, 4, 5)
Páirtchreidiúint íseal:
- Téarma ar bith atá ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Dhá théarma ar bith atá ceart

Tabhair faoi deara: Má roinntear ar $\frac{3}{4}$ – páirtchreidiúint ard ar a mhéad.

Na luachanna deachúlacha i gceart - páirtchreidiúint ard ar a mhéad.

- (b) Scála 10C (0, 4, 8, 10) – **TABHAIR FAOI DEARA:** dhá réiteach
An chéad réiteach
Páirtchreidiúint íseal:
- Léirítear suimiú téarmaí

Páirtchreidiúint ard:

- Aithnítear an fad dúbailte tar éis na chéad phreibe
- Suim gach ardaithe nó gach titime

nó

An dara réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- Léirítear suimiú téarmaí
- Léirítear Seicheamh Iolraíoch

Páirtchreidiúint ard:

- Foirmle Seichimh Iolraíoch atá ceart le hionadú ceart

- (c) Scála 10C (0, 4, 8, 10)
Páirtchreidiúint íseal:
- Aithnítear an tsuim go dtí an éigríoch
 - S_{∞} foirmle

Páirtchreidiúint ard

- Foirmle cheart le hionadú ceart
- Suim gach ardaithe nó gach titime

Ceist 2

(a) Scála 25E (0, 5, 10, 15, 20, 25)

Páirtchreidiúint íseal:

- Iarracht fréamh a fháil, i.e. $f(1)$, $f(-1)$, etc.

Páirtchreidiúint mheánach íseal:

- Faightear fréamh amháin i gceart
- x^2 tar éis roinnt ar fhachtóir mícheart
- Freagraí cearta i bhfoirm deachúlacha ón áireamhán, le hobair nó gan obair

Páirtchreidiúint mheánach ard:

- Déantar iarracht ar roinnt agus faightear x^2 ar a laghad ar bith

Páirtchreidiúint ard:

- Tar éis cothromóid chearnach a fháil gan aon iarmhar, comhlánaítear foirmle chearnach
- $1 \pm \sqrt{12}$

Tabhair faoi deara: Má bhíonn iarmhar ann tar éis na roinnte, ní féidir ach 15 mharc ar a mhéad a bhronnadh.

Ceist 3

(a)(i) agus (ii) le chéile

Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15)

Páirtchreidiúint íseal:

- Luach amháin ar bith atá ceart
- Scríobhtar foirmle

Páirtchreidiúint mheánach:

- Tábla ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Foirmle cheart do riail thraipéasóideach, agus ionadú ceart éigin le $h = 1$
- Tábla mícheart ar fad ach curtha i bhfeidhm mar is ceart in a(ii)
- Tábla ceart agus 35 gan obair

Tabhair faoi deara (1): Bronntar Páirtchreidiúint mheánach ar a mhéad i leith freagraí i dtéarmaí h

Tabhair faoi deara (2): Bronntar Páirtchreidiúint ard i leith foirmle cheart agus ionadú éigin.

Tabhair faoi deara (3): Bronntar Páirtchreidiúint ard i leith freagra gan foirmle agus

$$\frac{1}{2}[5 + 5 + 2(8 + 9 + 8)] = 30 .$$

(b)(i) agus (ii) le chéile

Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Suimeáil cheart ar bith
- Ionadú ceart $f(x)$
- Foirmle earráide cheart mar %
- Ionadú ceart $f(x)$ i.e. $(-x^2 + 12x - 27)$

Páirtchreidiúint ard:

- Suimeáil ceart le hionadú ceart éigin
- 97.2%

Creidiúint Iomlán:

- Glac le 2.8% gan obair le haghaidh na creidiúna iomláine.

Ceist 4

(b) Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15) – **TABHAIR FAOI DEARA:** dhá réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- Cóimheas éigin
- Athchóiriú ábhartha éigin.

Páirtchreidiúint mheánach:

- Faightear z_1 nó $\frac{2}{z_1}$ i bhfoirm $\frac{a+bi}{c+di}$

Páirtchreidiúint ard:

- Úsáid cheart as an gcomhchuingeach in $\frac{12+5i}{5+i}$

nó

Páirtchreidiúint íseal:

- Uimhir choimpléascach amháin atá ceart

Páirtchreidiúint mheánach:

- Dhá uimhir choimpléascacha atá ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Úsáid cheart as an gcomhchuingeach in $\frac{2}{a+bi} = \frac{5-i}{13}$

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle Seichimh Iolraíoch atá ceart
- An chéad téarma ceart
- Cóimheas ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Luachanna ionadaithe san fhoirmle

Ceist 5

(a) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Léiriú cearnaithe

Páirtchreidiúint ard:

- Fréamhacha cearta

Tabhair faoi deara: is gá an fhréamh atá ag teastáil a bheith léirithe

(b) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- Dífreáil cheart ar bith

- Léiriú $(x + 6)^{\frac{1}{2}}$

(c) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Tá an difreáil cothrom le 0

Páirtchreidiúint ard:

- Faightear luach x .

Tabhair faoi deara (1): Bronntar páirtchreidiúint íseal ar a mhéad i leith cothromóid líneach ó $f'(x)$.

Tabhair faoi deara (2): Is gá $f'(x) = 0$ a chur in (c) chun aon mharcanna a fháil.

Tabhair faoi deara (3): níl aon chreidiúint ag dul do $f'(x)$ amháin ná do $f''(x)$ amháin

Ceist 6

(a)(i) agus (ii) le chéile

Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle cheart i gceachtar páirt
- Ionadú ceart i bhfoirmle mhícheart

Páirtchreidiúint ard:

- Roinn ar bith atá ceart

Tabhair faoi deara: Bronntar Páirtchreidiúint ard i leith 0·367% nó 0·00367

(b) Scála 15C (0, 5, 10, 15) – **TABHAIR FAOI DEARA:** dhá réiteach

An chéad réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- Céim ar bith atá ceart, i.e. foirmle cheart

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú i bhfoirmle cheart.

nó

An dara réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- Cothromóid cheart.
- Liostaítear téarmaí éigin
- Ionadú éigin

Páirtchreidiúint ard:

- Comhlánaítear ionadú agus déantar iarracht ar mheasúnú.

Tabhair faoi deara: Má chuirtear A in áit 80 000 agus má tá an chuid eile den obair cheart, is féidir Páirtchreidiúint ard a bhronnadh.

Roinn B

Ceist 7

(a)(i) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- Aithnítear $x = 0$

(a)(ii) Scála 5B (0, 2, 5) – **TABHAIR FAOI DEARA:** dhá réiteach

An chéad réiteach

Páirtchreidiúint:

- Úsáidtear $x = -5$ nó $f(x) = 0 \cdot 15$

Creidiúint Iomlán:

- Tosaíonn le $c = 0$ agus léiríonn $f(-5) = 0 \cdot 15$ nó a leithéid

nó

An dara réiteach

Páirtchreidiúint:

- Úsáidtear $x = -5$
- Faightear $f'(x)$
- Úsáidtear $f'(x) = 0$ nuair $x = 0$

(b)(i) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Téarma ar bith atá difreáilte i gceart.

Páirtchreidiúint ard:

- Difreáil cheart

Creidiúint Iomlán:

- Is freagra ceart é $-\frac{18}{625}$

(b)(ii) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- Aithnítear an gaol idir an fána agus $\tan \theta$
- Triantán dronuilleach ar bith

(c) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Roinnt difreáil cheart ar $f'(x)$
- Luaitear $f'(x)$

Páirtchreidiúint mheánach:

- $f''(x) = 0$ ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadaítear luach x

- (d)(i)** Scála 5C (0, 2, 4, 5)
Páirtchreidiúint íseal:
- Roinnt ionadú ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Forbairtí cearta

- (d)(ii)** Scála 10C (0, 4, 8, 10) – **TABHAIR FAOI DEARA:** dhá réiteach
An chéad réiteach
Páirtchreidiúint íseal:
- Obair as a dtagann athrú i luach x nó i luach y

Páirtchreidiúint ard:

- Athrú ceart i luachanna x agus y

nó

An dara réiteach
Páirtchreidiúint íseal:

- Úsáidtear (x, y) mar íomhá, gan rud ar bith eile

Páirtchreidiúint ard:

- Déantar iarracht ar an lárphointe a ríomh

Ceist 8

- (a)(i)** Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Bosca amháin ceart

- (a)(ii)** Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Dhá phointe ar a laghad breactha

Gan chreidiúint..

- Barrachairt

- (a)(iii)** Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Cothromóid neamhiomlán don toirt
 - $V =$ aon fheidhm atá ag t
 - Iarracht ar an bhfána a fháil

- (b)(i)** Scála 5B (0, 2, 5)
Páirtchreidiúint:
- Foirmle cheart don toirt
 - Aistrítear mm ina cm

(b)(ii) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Luaitear ráta athraithe ábhartha.

Páirtchreidiúint mheánach:

- Faightear $\frac{dr}{dt}$ ó $\frac{dV}{dr}$ agus $\frac{dV}{dt}$
- Scríobhtar cuingriail síos.

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú luachanna.

(c) Scála 10C (0, 4, 8, 10) – **TABHAIR FAOI DEARA:** dhá réiteach

An chéad réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- Luaitear ráta athraithe ábhartha.

Páirtchreidiúint ard:

- Luaitear cuingriail i.e. $\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dr} \frac{dr}{dt}$

nó

An dara réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- Déantar iarracht ar luach A a fháil

Páirtchreidiúint ard:

- A i dtéarmaí t

Tabhair faoi deara: Ní mór calcalas a úsáid le haon chreidiúint a fháil.

(d) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- tugtar r i gceintiméadair
- Déantar iarracht ar shlonn don achar

Páirtchreidiúint ard:

- Slonn ceart don am

Ceist 9

(a) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Úsáidtear $t = 76$

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú ceart.

Tabhair faoi deara: Má úsáidtear $\pi = 90^\circ \Rightarrow$ earráid amháin, ach ná gearr pionós arís in (b)

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- $f(t)$ ceart
- Ionadaítear $f(15)$.

Páirtchreidiúint ard:

- Cothromóid cheart le t amháin

Tabhair faoi deara: Glac le 35 nó 36 a ionadaítear i gceart agus a thástáiltear.

(c) Scála 10B (0, 5, 10)

Páirtchreidiúint:

- Dífreáil cheart ar bith (tabhair faoi deara: d'fhéadfadh '0' a bheith ceart mar dhífreáil anseo)

Tabhair faoi deara: 180° a ionadú le haghaidh $\pi \Rightarrow$ earráid amháin

(d) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10) – an dá réiteach

Páirtchreidiúint íseal:

- $f'(t) = 0$

Páirtchreidiúint mheánach:

- Luach ar t

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadaítear luach t isteach in $f(t)$
- Is é $f(t)$ an t-uasmhéid nuair $\sin \theta = 1$

Tabhair faoi deara: Glac le 91 nó le 92 a ionadaítear agus a mheasúnaítear i gceart le haghaidh marcanna iomlána.

(e) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Slonn ceart in x nó t
- Foirmle cheart
- Teorainneacha cearta

Páirtchreidiúint mheánach:

- Suimeáil cheart ar bith

Páirtchreidiúint ard:

- Suimeáil cheart agus déantar iarracht ar ionadú

Tabhair faoi deara: Tugtar Páirtchreidiúint ard as suimeáil ina bhfuil earráid amháin ach a chríochnaítear i gceart.



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2015

Matamaitic

Páipéar 2

Ardleibhéal

Dé Luain, 8 Meitheamh Maidin, 9:30 – 12:00

300 marc

Réitigh Shamplacha – Páipéar 2

Tabhair do d'aire: níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura dtaispeánann tú go soiléir an obair riachtanach go léir.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú do fhreagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Freagair na sé cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 1**(25 marc)**

Is éard atá i dturgnamh ná dhá dhísle shéshleasacha, chaighdeánacha, chóra a chaitheamh agus suim an dá uimhir a chaitear a bhreacadh síos. Más é an tsuim ná 9 nó níos mó breactar síos “bua” (B). Más é an tsuim ná 8 nó níos lú, breactar síos “teip” (T).

(a) Comhlánaigh an tábla thíos chun gach fothoradh féideartha sa turgnamh a thaispeáint.

		Dísle 2					
		1	2	3	4	5	6
Dísle 1	1	T	T	T	T	T	T
	2	T	T	T	T	T	T
	3	T	T	T	T	T	B
	4	T	T	T	T	B	B
	5	T	T	T	B	B	B
	6	T	T	B	B	B	B

(b) (i) Faigh an dóchúlacht go bhfaightear bua le caitheamh amháin den dá dhísle.

$$P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

(ii) Faigh an dóchúlacht go bhfaightear teip le 3 chaitheamh chomhleantacha den dá dhísle. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ceithre ionad dheachúlacha.

$$P(T,T,T) = \left(\frac{13}{18}\right)^3 = 0.3767$$

(c) Leantar leis an turgnamh go dtí go bhfaightear 3 bua. Faigh an dóchúlacht go bhfaightear an tríú bua leis an deichiú caitheamh den dá dhísle. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ceithre ionad dheachúlacha.

$$P(2 \text{ bua as } 9 \text{ caitheamh}) = \binom{9}{2} \left(\frac{5}{18}\right)^2 \left(\frac{13}{18}\right)^7$$

$$P(3 \text{ bua, an tríú bua leis an deichiú caitheamh}) = \binom{9}{2} \left(\frac{5}{18}\right)^2 \left(\frac{13}{18}\right)^7 \left(\frac{5}{18}\right) = 0.0791$$

Ceist 2**(25 marc)**

Rinneadh suirbhé ar 100 duine a roghnaíodh go randamach as líon mór daoine a bhí ag siopadóireacht san ollmhargadh Satharn áirithe, agus léiríodh gur chaith siad €90.45 ar an meán ar a gcuid siopadóireachta. Ba é diall caighdeánach an tsampla seo ná €20.73.

- (a) Faigh eatramh muiníne 95% don mheánmhéid a caitheadh in ollmhargadh an Satharn sin.

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20.73}{\sqrt{100}} = 2.073$$

$$\text{E. M.} = \bar{x} \pm 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 90.45 \pm 4.06$$

Is féidir linn a bheith 95% cinnte de go raibh an meánmhéid a caitheadh sa raon €86.39 < μ < €94.51

- (b) Deir ollmhargadh amháin go gcaitheann lucht siopadóireachta €94 ar an meán gach Satharn. Bain úsáid as toradh an tsuirbhé chun an rud a deir an t-ollmhargaidh a thástáil ar leibhéal suntasachta 5%. Breac síos go soiléir do hipitéis nialasach, do hipitéis mhalartach agus do thátal.

H_0 : Is é €94 an meánmhéid a caitheadh

H_1 : Ní hé €94 an meánmhéid a caitheadh

MODH 1:

$\bar{x} = 90.45$, $\sigma = 20.73$, $\mu = 94$, $n = 100$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{90.45 - 94}{2.073} = -1.71$$

$$-1.71 > -1.96$$

Ní dhiúltaítear don hipitéis nialasach i gceart (Níl go leor fianaise ann chun diúltú don hipitéis nialasach)

nó

MODH 2:

Tá €94 laistigh den eatramh muiníne don mheánmhéid a caitheadh sa daonra €86.39 < μ < €94.51 a oibríodh amach i gcuid (i) etc.

Ní dhiúltaítear don hipitéis nialasach i gceart (Níl go leor fianaise ann chun diúltú don hipitéis nialasach)

nó

MODH 3:

Is é an E.M. bunaithe ar shampla 100 bunaithe ar an éileamh:

$$89.94 < \bar{x} < 98.06$$

Tá €90.45 laistigh den eatramh muiníne seo.

Ní dhiúltaítear don hipitéis nialasach i gceart (Níl go leor fianaise ann chun diúltú don hipitéis nialasach)

- (c) Faigh p -luach na tástála a rinne tú i gcuid (b) thuas agus mínigh cad a léiríonn an luach seo i gcomhthéacs na ceiste.

$$\begin{aligned}P(z < -1.71) &= 1 - P(z < 1.71) \\ &= 1 - 0.9564 \\ &= 0.0436\end{aligned}$$

$$p\text{-luach: } = 0.0436 \times 2 = 0.0872$$

Brí: Más ionann an meánmhéid a caitheadh agus €94 i ndáiríre, is ionann an dóchúlacht go mbeadh an meánmhéid samplach cothrom le €90.45 trí sheans agus 8.72%. Is mar gheall go bhfuil sé seo níos mó ná seansúlacht 5% nach ndiúltaímid don hipitéis nialasach.

Ceist 3

(25 marc)

- (a) Is iad comhordanáidí dhá phointe ná $A(4, -1)$ agus $B(7, t)$.
Tá an líne $l_1 : 3x - 4y - 12 = 0$ ingearach le AB . Faigh luach t .

$$\begin{aligned} \text{Fána } AB &= \frac{t+1}{7-4} = \frac{t+1}{3} & \text{Fána } l_1 &= \frac{3}{4} \\ AB \perp l_1 &\Rightarrow \frac{t+1}{3} \times \frac{3}{4} = -1 \Rightarrow t+1 = -4 \Rightarrow t = -5 \\ & \text{Nó} \\ AB &: 4x + 3y + c = 0 \\ (4, -1) \in & 4x + 3y + c = 0 \Rightarrow 16 - 3 + c = 0 \Rightarrow c = -13 \\ \therefore 4(7) + & 3(t) - 13 = 0 \Rightarrow t = -5 \end{aligned}$$

- (b) Faigh, í dtéarmaí k , an fad idir an pointe $P(10, k)$ agus l_1 .

$$d = \frac{|3(10) - 4k - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|18 - 4k|}{5}$$

- (c) Tá $P(10, k)$ ar dhéoinnteoir na n-uillinneacha idir na línte l_1 agus $l_2 : 5x + 12y - 20 = 0$.
(i) Faigh luachanna féideartha k .

$$\begin{aligned} \frac{|18 - 4k|}{5} &= \frac{|50 + 12k - 20|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} \\ \Rightarrow \frac{|18 - 4k|}{5} &= \frac{|30 + 12k|}{13} \\ \Rightarrow 13(18 - 4k) &= \pm 5(30 + 12k) \\ \Rightarrow -112k &= -84 \quad \text{Nó} \quad 8k = -384 \\ \Rightarrow k &= \frac{3}{4} \quad \text{Nó} \quad k = -48 \end{aligned}$$

- (ii) Má tá $k > 0$, faigh an fad ó P go dtí an líne l_1 .

$$k = \frac{3}{4} \Rightarrow d = \frac{|18 - 4(\frac{3}{4})|}{5} = 3$$

Ceist 4

(25 marc)

Tá dhá chiorcal, s agus c , ag tadhall a chéile go himmheánach ag B , mar a thaispeántar.

(a) Is é cothromóid an chiorcail s ná

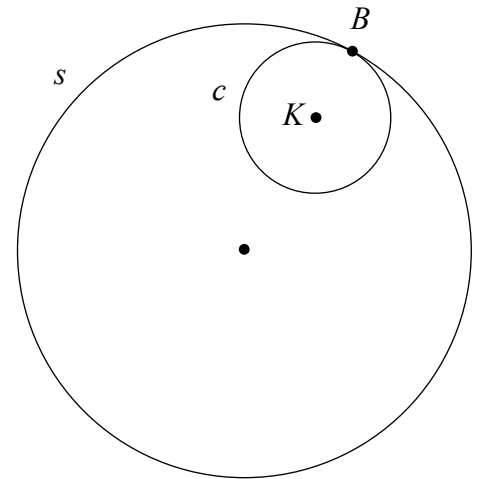
$$(x-1)^2 + (y+6)^2 = 360.$$

Scríobh síos comhordanáidí lárphointe s .

: Lárphointe $(1, -6)$

Scríobh síos ga s san fhoirm $a\sqrt{10}$, áit a bhfuil $a \in \mathbb{N}$.

Ga: $\sqrt{360} = 6\sqrt{10}$



(b) (i) Is é an pointe K lárphointe an chiorcail c .

Is ionann ga c agus trian de gha s .

Is iad comhordanáidí B ná $(7, 12)$. Faigh comhordanáidí K .

$ AK : KB = 2 : 1$ $K\left(\frac{2 \times 7 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 12 + 1 \times -6}{2 + 1}\right) = (5, 6)$	<p>Nó</p> <p>Lárphointe s go B (aistriú)</p> <p>Tagann ardú 6 ar an X-ordanáid</p> <p>Tagann ardú 18 ar an Y-ordanáid</p> $\frac{2}{3}(6) + 1 = 5$ $\frac{2}{3}(18) - 6 = 6$
--	---

(ii) Faigh cothromóid c .

$$(x-5)^2 + (y-6)^2 = (2\sqrt{10})^2 = 40$$

(c) Faigh cothromóid an chomhthadhláí ag B .

Bíodh do fhreagra san fhoirm $ax + by + c = 0$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Fána $AB = \frac{12+6}{7-1} = \frac{18}{6} = 3$

Fána an tadhlaí $= -\frac{1}{3}$

Cothromóid: $y - 12 = -\frac{1}{3}(x - 7) \Rightarrow x + 3y - 43 = 0$

- (a) Cruthaigh go bhfuil $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$.

$$\begin{aligned}\tan(A+B) &= \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} \\ &= \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B - \sin A \sin B} \\ &= \frac{\frac{\sin A \cos B}{\cos A \cos B} + \frac{\cos A \sin B}{\cos A \cos B}}{\frac{\cos A \cos B}{\cos A \cos B} - \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B}} \\ &= \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}\end{aligned}$$

Nó

$$\begin{aligned}\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} &= \frac{\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\sin B}{\cos B}}{1 - \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B}} \\ &= \frac{\frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B}}{\frac{\cos A \cos B - \sin A \sin B}{\cos A \cos B}} = \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B - \sin A \sin B} \\ &= \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} = \tan(A+B)\end{aligned}$$

- (b) Faigh na luachanna go léir ar x a fhágann go bhfuil $\sin(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 \leq x \leq 360$, x ina céimeanna.

$$\begin{aligned}\sin 3x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow 3x &= 60^\circ, 120^\circ, 420^\circ, 480^\circ, 780^\circ, 840^\circ \\ \Rightarrow x &= 20^\circ, 40^\circ, 140^\circ, 160^\circ, 260^\circ, 280^\circ\end{aligned}$$

Nó

$$\begin{aligned}3x &= 60^\circ + n(360^\circ), n \in \mathbb{Z} \text{ or } 3x = 120^\circ + n(360^\circ), n \in \mathbb{Z} \\ x &= 20^\circ + n(120^\circ), n \in \mathbb{Z} \text{ or } x = 40^\circ + n(120^\circ), n \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

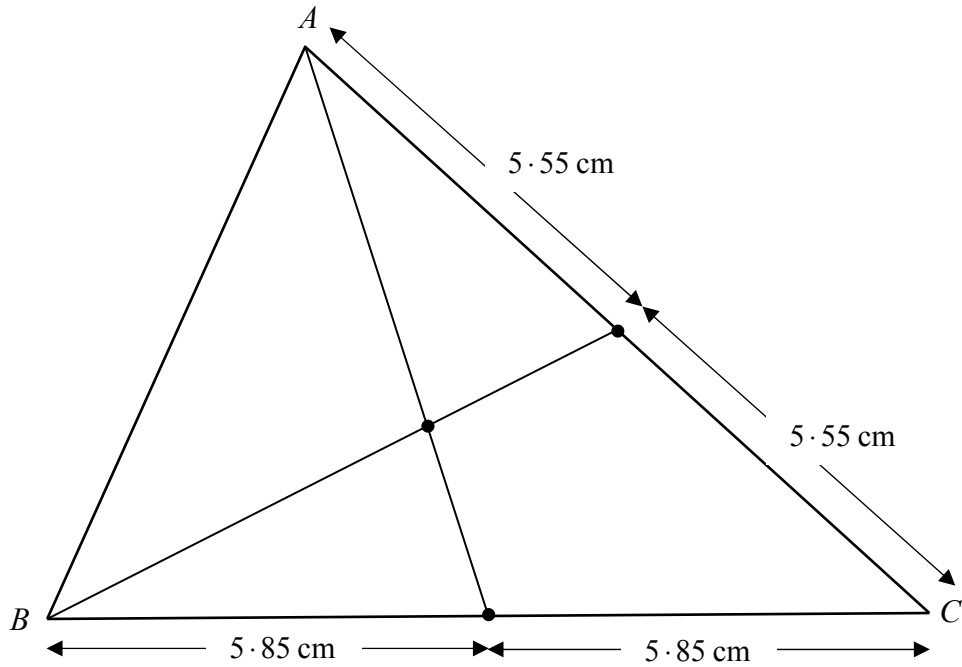
$$\begin{aligned}n = 0 &\Rightarrow x = 20^\circ \text{ or } x = 40^\circ \\ n = 1 &\Rightarrow x = 140^\circ \text{ or } x = 160^\circ \\ n = 2 &\Rightarrow x = 260^\circ \text{ or } x = 280^\circ\end{aligned}$$

Ceist 6

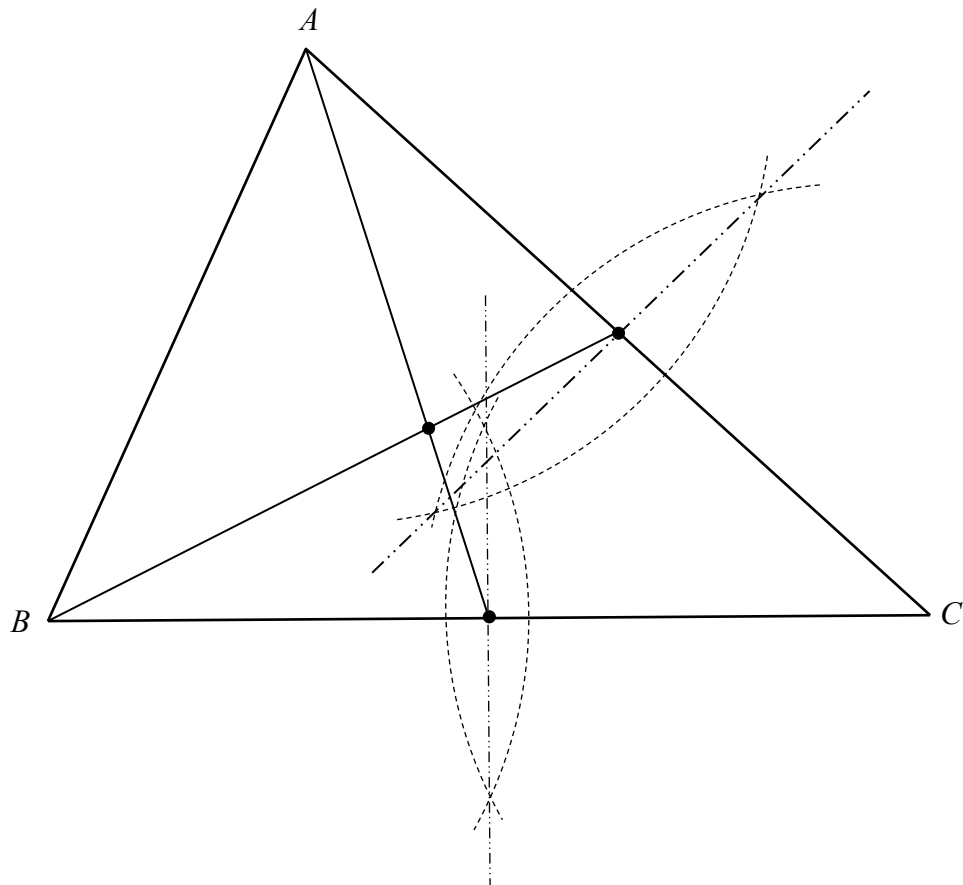
(25 marc)

- (a) Tóg meánlár an triantáin ABC thíos. Taispeáin na línte tógála go léir. (San áit a ndéantar tomhas, taispeáin go soiléir na tomhais agus an t-áireamh ábhartha go léir.)

$|AC| = 11.1 \text{ cm}; |BC| = 11.7 \text{ cm}$

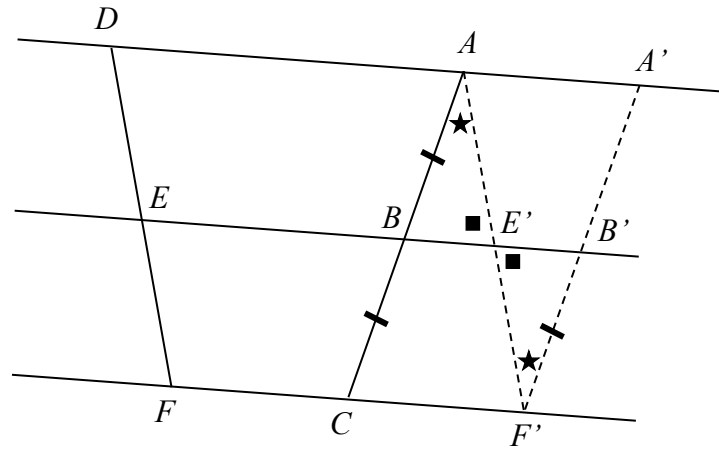


Nó



- (b) Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí éigin, cruthaigh go ngearrfaidh siad mírlínte cothroma ar thrasnaí ar bith eile.

Léaráid:



Tugtha:

$$AD \parallel BE \parallel CF, \text{ mar atá sa léaráid, le } |AB| = |BC|$$

Le cruthú:

$$|DE| = |EF|$$

Tógáil:

Tarraing $AE' \parallel DE$, ag gearradh EB ag E' agus CF ag F' ,

Tarraing $F'B' \parallel AB$, ag gearradh EB ag B' , mar atá sa léaráid.

Cruthú:

$$\begin{aligned} |B'F'| &= |BC| \\ &= |AB| \end{aligned}$$

(Sleasa urchomhaireacha i gcomhthreomharán)
(arna ghlacadh leis)

$$|\angle BAE'| = |\angle E'F'B'|$$

(Teoirim na n-Uillinneacha Ailtéaracha)

$$|\angle AE'B| = |\angle F'E'B'|$$

(Rinnuillinneacha Urchomhaireacha)

$\therefore \triangle ABE' \text{ agus } \triangle F'B'E'$ iomchuí dá chéile

(USU)

$$\therefore |AE'| = |F'E'|$$

Ach tá $|AE'| = |DE|$ agus $|F'E'| = |FE|$ (Sleasa urchomhaireacha de ceathairshleasán)

$$\therefore |DE| = |EF|$$

Freagair na trí cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 7

(40 marc)

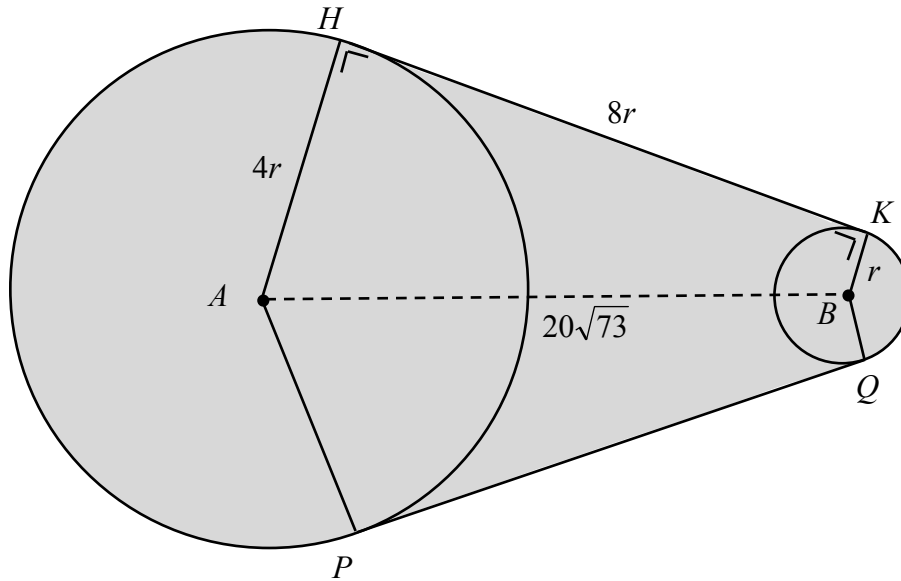
Is éard atá i bpáirt chlárach d'inneall ná dhá fhoirceann chiorclacha atá ceangailte de phláta, mar a thaispeántar (níl an léaráid de réir scála).

Tá sleasa an phláta, HK agus PQ , tadhlaíoch leis an dá chiorcal.

Is é A lárphointe an chiorcail is mó agus is é fad an gha ann ná $4r$ cm.

Is é B lárphointe an chiorcail is lú agus is é fad an gha ann ná r cm.

Is é fad $[HK]$ ná $8r$ cm agus tá $|AB| = 20\sqrt{73}$ cm.



(a) Faigh r , ga an chiorcail is lú. (Nod: Tarraing $BT \parallel KH$, $T \in AH$.)

$$\begin{aligned}
 |AT|^2 + |BT|^2 &= |AB|^2 \Rightarrow (3r)^2 + (8r)^2 = (20\sqrt{73})^2 \\
 &\Rightarrow 9r^2 + 64r^2 = 29200 \\
 &\Rightarrow r^2 = 400 \Rightarrow r = 20 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

(b) Faigh achar an cheathairshleasáin $ABKH$.

$$\begin{aligned} |ABKH| &= |BKHT| + |\Delta ABT| \\ &= 20 \times 160 + \frac{1}{2}(20)(160) \\ &= 8000 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(c) (i) Faigh $|\angle HAP|$, ina céimeanna, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

$$\begin{aligned} \tan |\angle HAB| &= \frac{160}{60} \Rightarrow |\angle HAB| = 69 \cdot 44^\circ \\ &\Rightarrow |\angle HAP| = 138 \cdot 9^\circ \end{aligned}$$

(ii) Faigh achar na páirte den inneall, ceart go dtí an cm^2 is gaire.

$$\begin{aligned} &\text{Achar teascóg (mór) } HAP + 2 (\text{Achar } HABK) + \text{Achar teascóg } KBQ \\ &= \pi(80)^2 \left(\frac{221 \cdot 1}{360} \right) + 2 \times 8000 + \pi(20)^2 \left(\frac{138 \cdot 9}{360} \right) \\ &= 12348 \cdot 55 + 16000 + 484 \cdot 82 \\ &= 28833 \cdot 37 \\ &= 28833 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Ceist 8**(65 marc)**

Sa chispheil, is minic a bhíonn ar imreoirí saorchaitheamh a thógáil. Nuair a thógann Micheál a chéad saorchaitheamh i gcluiche ar bith, is é an dóchúlacht go n-éireoidh leis ná 0.7.

Is é an dóchúlacht go n-éireoidh leis i ngach saorchaitheamh eile sa chluiche ina dhiaidh sin ná:

- 0.8 má d'éirigh leis sa chaitheamh roimhe sin.
- 0.6 murar éirigh leis sa chaitheamh roimhe sin.

- (a) Faigh an dóchúlacht go n-éiríonn le Micheál (S) i ngach ceann de na chéad trí shaorchaitheamh a thógann sé i gcluiche.

$$P(S, S, S) = 0.7 \times 0.8 \times 0.8 = 0.448$$

- (b) Faigh an dóchúlacht nach n-éiríonn le Micheál (U) ina chéad dá shaorchaitheamh ach go n-éiríonn leis sa tríú ceann.

$$P(U, U, S) = 0.3 \times 0.4 \times 0.6 = 0.072$$

- (c) Liostaigh na slite go léir a bhféadfadh go n-éireodh le Micheál ina thríú saorchaitheamh i gcluiche agus uaidh sin faigh an dóchúlacht go n-éiríonn le Micheál ina thríú saorchaitheamh.

S, S, S U, U, S S, U, S U, S, S

$$P(S, S, S) = 0.7 \times 0.8 \times 0.8 = 0.448$$

$$P(U, U, S) = 0.3 \times 0.4 \times 0.6 = 0.072$$

$$P(S, U, S) = 0.7 \times 0.2 \times 0.6 = 0.084$$

$$P(U, S, S) = 0.3 \times 0.6 \times 0.8 = 0.144$$

$$P = 0.448 + 0.072 + 0.084 + 0.144 = 0.748$$

- (d) (i) Bíodh p_n mar an dóchúlacht go n-éiríonn le Micheál ina n ú saorchaitheamh sa chluiche (agus uaidh sin is é $(1-p_n)$ an dóchúlacht nach n-éiríonn le Micheál ina n ú saorchaitheamh). Taispeáin go bhfuil $p_{n+1} = 0.6 + 0.2p_n$.

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= P(S,S) + P(U,S) \\ &= p_n \times 0.8 + (1-p_n)0.6 \\ &= 0.6 + 0.2p_n \end{aligned}$$

- (ii) Glac leis gurb é p an ráta ar a n-éiríonn le Micheál san fhadtréimhse; is é sin, i gcás luachanna arda ar n , tá $p_{n+1} \approx p_n \approx p$ againn. Ag baint úsáide as an toradh as cuid (d)(i) thuas duit, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil $p = 0.75$.

$$\begin{aligned} p \approx p_n \approx p_{n+1} &= 0.6 + 0.2p_n \\ \Rightarrow 0.8p_n &= 0.6 \\ \Rightarrow p_n &= \frac{0.6}{0.8} = 0.75 = p \end{aligned}$$

- (e) I gcás gach slánuimhir dheimhneach n , bíodh $a_n = p - p_n$, áit a bhfuil $p = 0.75$ mar atá thuas.

- (i) Bain úsáid as an gcóimheas $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ chun a thaispeáint gur seicheamh iolraíoch é a_n agus gurb é $\frac{1}{5}$ an comhiolraitheoir.

$$\begin{aligned} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \frac{p - p_{n+1}}{p - p_n} \\ &= \frac{0.75 - (0.6 + 0.2p_n)}{0.75 - p_n} \\ &= \frac{0.15 - 0.2p_n}{5(0.15 - 0.2p_n)} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

- (ii) Faigh an luach is lú ar n a fhágann $p - p_n < 0.00001$.

$$a_n = p - p_n$$
$$a_1 = p - p_1 = 0.75 - 0.7 = 0.05$$

$$ar^{n-1} = 0.05(0.2)^{n-1} < 0.00001$$

$$(n-1)\ln 0.2 < \ln 0.0002$$

$$\Rightarrow n-1 > \frac{\ln 0.0002}{\ln 0.2} = 5.29$$

$$\Rightarrow n > 6.29$$

$$n = 7$$

- (f) Tagann tú chuig cluiche ina bhfuil Micheál ag imirt. Tá a fhios agat go bhfuil líon mór saorchaitheamh tógtha cheana aige ach níl a fhios agat conas a d'éirigh leis sna saorchaitimh ná cén patrún a bhain leo.

- (i) Bunaithe ar an eolas sin, cén meastachán a bheadh agat den dóchúlacht go n-éireoidh le Micheál ina chéad saorchaitheamh eile sa chluiche?

Freagra: 0.75 nó p

- (ii) Cén fáth **nár** chúí féachaint ar na saorchaitimh a thógann Micheál ina dhiaidh sin sa chluiche mar sheicheamh de thrialacha Bernoulli?

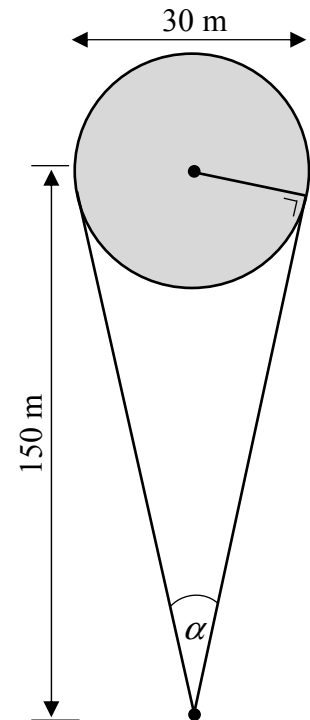
Níl na teagmhais neamhspleách

Ceist 9

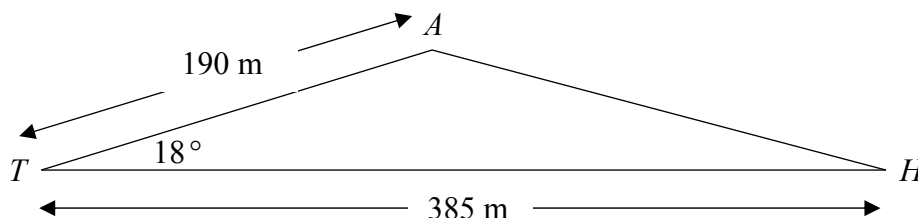
(45 marc)

- (a) Tá Siobhán ag imirt gailf. Tá sí 150 m ón lárphointe de phlásóg chiorclach de thrastomhas 30 m. Taispeánann an léaráid réimse na dtreonna inar féidir le Siobhán an liathróid a bualadh ionas go bhféadfadh an liathróid tuirlingt ar an bplásóg. Faigh α , méid na huillinne sa réimse seo treonna. Bíodh do fhreagra ina chéimeanna, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2}\alpha &= \frac{15}{150} = 0.1 \\ \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha &= 5.739^\circ \\ \Rightarrow \alpha &= 11.478^\circ \\ \alpha &= 11.5^\circ \end{aligned}$$

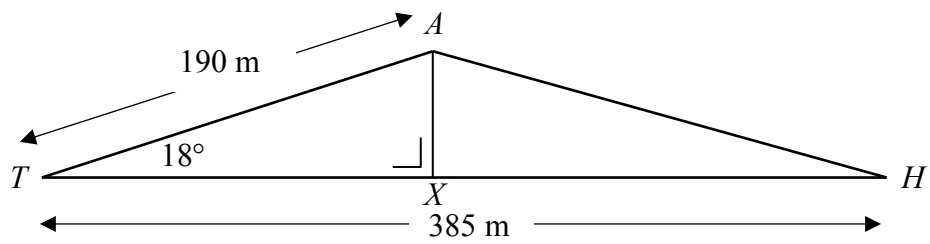


- (b) Ag an gcéad pholl eile, tá Siobhán ag T , agus triallann sí an liathróid a bualadh i dtreo an phoill H . Téann an buille ar sceamh agus tuirlingíonn an liathróid ag A , fad 190 méadar ó T , áit a bhfuil $|\angle ATH| = 18^\circ$. Is ionann $|TH|$ agus 385 méadar. Faigh $|AH|$, an fad ón liathróid go dtí an poll, ceart go dtí an méadar is gaire.



$$\begin{aligned} |AH|^2 &= 190^2 + 385^2 - 2(190)(385)\cos 18^\circ \\ &= 36100 + 148225 - 139139 \cdot 5683 \\ &= 45185 \cdot 4317 \\ |AH| &= 212.57 = 213 \text{ m} \end{aligned}$$

Nó



Tarraing AX ingearach le TH

Triantán ATX : $\sin 18^\circ = \frac{|AX|}{190} \Rightarrow |AX| = 58.71$

$$\cos 18^\circ = \frac{|TX|}{190} \Rightarrow |TX| = 180.7$$

$$\Rightarrow |XH| = 204.3$$

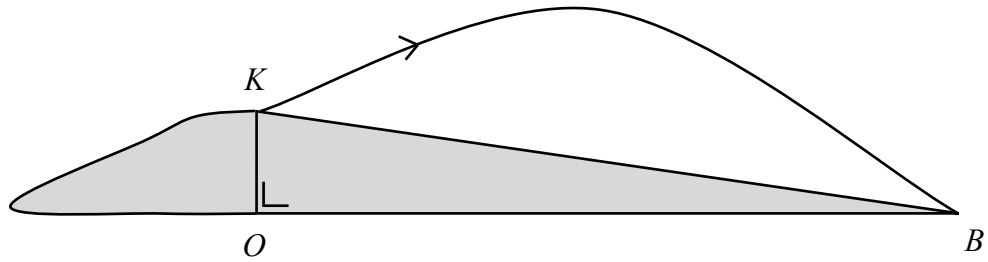
$$\Rightarrow |AH|^2 = (58.71)^2 + (204.3)^2$$

$$\Rightarrow |AH| = 212.566 = 213$$

- (c) Ag poll eile, áit nach bhfuil an talamh leibhéalta, buaileann Siobhán an liathróid ó K , mar a thaispeántar. Tuirlingíonn an liathróid ag B . Tugtar airde na liathróide, ina méadair, os cionn an líne chothrománach OB le

$$h = -6t^2 + 22t + 8$$

áit ar arb é t an t-am ina shoicindí tar éis go mbuailtear an liathróid agus h airde na liathróide.



- (i) Faigh airde K os cionn OB .

$$h = -6t^2 + 22t + 8$$

$$t = 0 \Rightarrow h = 8 \text{ m}$$

- (ii) Is é meánluas cothrománach na liathróide ar feadh an fhaid dhíreach $[OB]$ ná 38 m s^{-1} tairiseach. Faigh uillinn airde K ó B , ceart go dtí an chéim is gaire.

$$h = 0 \Rightarrow -6t^2 + 22t + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 4)(-6t - 2) = 0$$

$$\Rightarrow t = 4, \quad t = -\frac{1}{3}$$

$$t = 4 \Rightarrow |OB| = 38 \times 4 = 152 \text{ m}$$

$$\tan |\angle OBK| = \frac{8}{152} = \frac{1}{19} \Rightarrow |\angle OBK| = 3 \cdot 01^\circ = 3^\circ$$

- (d) Ag poll níos déanaí, tuirlingíonn an chéad bhuille ag Siobhán ag an bpointe G , ar thalamh atá ar fána síos, mar a thaispeántar. Tá crann ceartingearach, $[CE]$, atá 25 méadar ar airde, ina sheasamh idir G agus an poll. Is ionann an fad, $|GC|$, ón liathróid go dtí bun an chrainn, agus 25 méadar freisin.

Is é θ an uillinn airde ó G go dtí barr an chrainn, E , áit a bhfuil $\theta = \tan^{-1} \frac{1}{2}$.

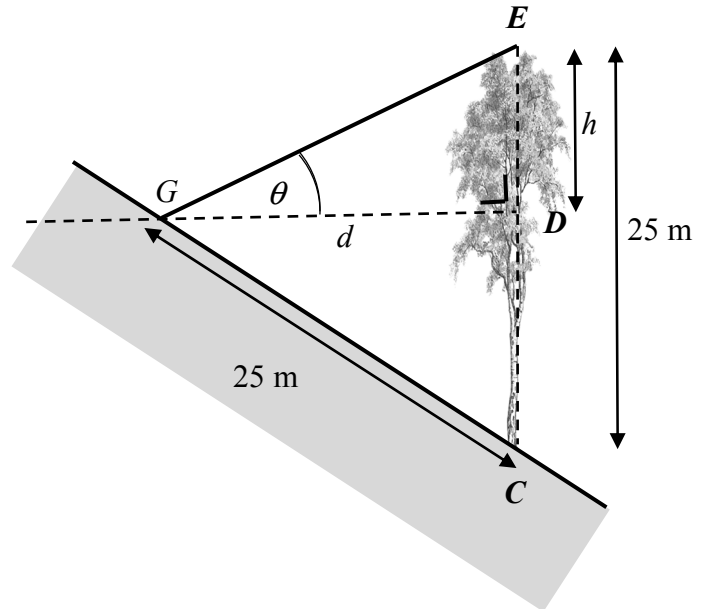
Tá barr an chrainn h méadar os cionn an chothromáin, GD , agus tá $|GD| = d$ méadar.

- (i) Scríobh d agus $|CD|$ i dtéarmaí h .

$$\tan \theta = \frac{h}{d} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d = 2h$$

$$|CD| = 25 - h$$



- (ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh h .

$$d^2 + |CD|^2 = 25^2$$

$$(2h)^2 + (25 - h)^2 = 25^2$$

$$4h^2 + 625 - 50h + h^2 = 625$$

$$5h^2 - 50h = 0$$

$$h = 0, \quad h = 10$$

$$h = 10 \text{ m}$$

Nó

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{2} = 26.565^\circ$$

$$\Rightarrow |GED| = 63.435^\circ$$

$$\Rightarrow |CGE| = 63.435^\circ$$

$$\Rightarrow |CGD| = 63.435^\circ - 26.565^\circ = 36.87^\circ$$

$$\sin 36.87 = \frac{25 - h}{25} = 0.6$$

$$\Rightarrow 25 - h = 15$$

$$\Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

Nó

$$|\angle GCE = 53.14^\circ| \Rightarrow \sin 53.14^\circ = \frac{2h}{25}$$

$$\Rightarrow 0.8 = \frac{2h}{25} \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

Scéim Mharcála – Páipéar 2, Roinn A agus Roinn B

Struchtúr na scéime marcála

Déantar freagraí na n-iarrthóirí a mharcáil de réir scálaí éagsúla, ag brath ar na cineálacha freagra a bhfuiltear ag súil leo. I gcás scálaí a bhfuil an lipéad A orthu, roinntear freagraí na n-iarrthóirí ina dhá gcatagóir (ceart agus mícheart). I gcás scálaí a bhfuil an lipéad B orthu, roinntear na freagraí ina trí ghrúpa (ceart, ceart i bpáirt, agus mícheart), agus mar sin de. Tá achoimre le fáil sa tábla seo a leanas ar na scálaí agus ar na marcanna a leanann astu:

Lipéad an scála	A	B	C	D	E
Líon na gcatagóirí	2	3	4	5	6
Scála 5 marc		0, 2, 5	0, 2, 4, 5	0, 2, 3, 4, 5	
Scála 10 marc		0, 5, 10	0, 4, 8, 10	0, 2, 5, 8, 10	
Scála 15 marc			0, 5, 12, 15	0, 4, 7, 11, 15	
Scála 20 marc					
Scála 25 marc					

Tugtar tuairisceoir ginearálta anseo thíos le haghaidh gach pointe ar gach scála. Más gá, tá treoracha níos sonraí le fáil sa scéim féin maidir leis an tslí chun na scálaí a léiriú i gcomhthéacs gach ceiste.

Scálaí marcála – tuairisceoirí leibhéal

A-scálaí (dhá chatagóir)

- freagra mícheart
- freagra ceart

B-scálaí (trí chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra ceart i bpáirt
- freagra ceart

C-scálaí (ceithre chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

D-scálaí (cúig chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- tuairim is an leathchuid den fhreagra ceart
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

E-scálaí (sé chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin
- beagnach an leathchuid den fhreagra ceart
- níos mó ná an leathchuid den fhreagra ceart
- freagra beagnach ceart
- freagra ceart

TABHAIR FAOI DEARA: I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar uimhreacha a shlánú go mícheart, ina bhfágtagar aonaid ar lár nó ina ndéantar míléamh nach róshimplíonn an obair nó ina ndéantar earráid uimhríochta nach róshimplíonn an obair, féadfar marc a thabhairt atá aon mharc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine.

Ná déantar pionós slánaithe agus aonad ach uair amháin i ngach cuid (a), (b), (c), etc.

Ar fud na scéime, léirigh earráidí uimhríochta le *.

Achoimre ar leithroinnt na marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm

Roinn A

Ceist 1

- (a) 10C
- (b)(i)+(ii) 10C
- (c) 5C

Ceist 2

- (a) 10C
- (b) 10D
- (c) 5C

Ceist 3

- (a) 10D
- (b) 10C
- (c) 5D

Ceist 4

- (a) 5B
- (b)(i) 5C
- (b)(ii) 10C
- (c) 5C

Ceist 5

- (a) 15D
- (b) 10D

Ceist 6

- (a) 5C
- (b) Léaráid 5B
- Tógáil 5B
- Cruthúnas 10C

Roinn B

Ceist 7

- (a) 15C
- (b) 15C
- (c)(i) 5C
- (c)(ii) 5D

Ceist 8

- (a) 10C
- (b) 10C
- (c) 15D
- (d)(i) 5C
- (d)(ii) 10B
- (e)(i) 5C
- (e)(ii) 5C
- (f) 5B

Ceist 9

- (a) 10C
- (b) 10C
- (c)(i) 5B
- (c)(ii) 10C
- (d)(i) 5B
- (d)(ii) 5D

Roinn A

Ceist 1

(25 marc)

(a) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Iontráil cheart amháin eile ar a laghad
- Freagra ceart i bpáirt le cúig iomlán nó chúpla ar a laghad ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Cúig iontráil chearta nó níos mó lena n-áirítear teip amháin eile agus bua amháin eile ar a laghad
- Tábla comhlánaithe i gceart le hiomlán nó cúplaí ach gan léiriú ar bith ar B ná ar T

(b) (i),(ii) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aithníodh torthaí fabhracha
- (i) amháin ceart ($\frac{10}{36}, \frac{5}{18}, 0 \cdot 2\dot{7}, 0 \cdot 28, 0 \cdot 3$)

Páirtchreidiúint ard:

- (i) ar lár nó gan fhiúntas ach (ii) $\left(\frac{13}{18}\right)^3$

(c) Scála 5C (0, 2, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle dhéthéarmach ábhartha le hionadú éigin
- Aithnítear p^7 nó $(1-p)^3$ nó $(1-p)^2$ nó $1-p$
- Ag liostáil dhá cheann ar bith de dheich gcaitheamh

Páirtchreidiúint ard:

- Dóchúlacht go mbuafar dhá uair as naoi gcaitheamh

(a) Scála 10C (0, 4, 8, 10)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Foirmle ábhartha le hionadú nó gan ionadú
- $\frac{1}{\sqrt{n}}$ le tuilleadh oibre

Páirtchreidiúint ard:

- Faightear luach $1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(b) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Céim ábhartha amháin e.g. luaitear hipitéis nialasach nó hipitéis mhalartach
- Roinnt oibre i dtreo z a aimsiú
- Luaitear ± 1.96

Páirtchreidiúint mheánach:

- Ríomhtar z
- Luaitear hipitéis nialasach nó hipitéis mhalartach agus obair ábhartha i dtreo z a aimsiú
- Eatramh muiníne ó (a) agus luaitear hipitéis nialasach nó hipitéis mhalartach
- Eatramh muiníne bunaithe ar 100 (i.e. 89.94, 98.06) agus luaitear hipitéis nialasach nó hipitéis mhalartach.

Páirtchreidiúint ard:

- Ríomhtar z agus cuirtear i gcomparáid é le ± 1.96 ach:
 - Ní luaitear hipitéis nialasach agus/nó hipitéis mhalartach mar is ceart
 - Ní ghlactar ná ní dhiúltaítear don hipitéis
 - Conclúid mhícheart don hipitéis
- Úsáid mhícheart as 94 agus eatramh muiníne
- Úsáid mhícheart as 90.45 agus eatramh muiníne

(c) Scála 5C (0, 2, 4, 5)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Iarracht $P(z < -1.71)$ a aimsiú

Páirtchreidiúint ard:

- Luach ceart ar p
- Ní chuirtear an freagra i gcomhthéacs mar is ceart

Ceist 3

(25 marc)

(a) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Fána AB nó l_1

Páirtchreidiúint mheánach:

- Fuarthas an dá fhána

Páirtchreidiúint ard:

- Fána nasctha le hingearacht

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle ábhartha mar aon le hionadú éigin atá ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú i bhfoirmle go hiomlán ceart

(c) Scála 5D (0, 2, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle ábhartha mar aon le hionadú éigin atá ceart

Páirtchreidiúint mheánach:

- Luach amháin aimsithe le haghaidh k
- Obair ag léiriú dhá luach le haghaidh k

Páirtchreidiúint ard:

- An dá luach ar k
- Faightear luach dearfach le haghaidh k agus ríomhtar an fad

Ceist 4

(25 marc)

(a) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- Lárphointe nó ga

(b)(i) Scála 5C (0, 2, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle do chóimheas le hionadú éigin atá ceart
- Iarracht le haistriú a bhunú

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú i bhfoirmle chóimheasa go iomlán ceart
- Níor aimsítear ach ordanáid amháin
- Freagra ceart gan obair thacaíochta

(b)(ii) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aithnítear an lárphointe
- Aithnítear an ga

Páirtchreidiúint ard:

- Cruthaítear cothromóid an chiorcail ach tá earráid san ionadú

(c) Scála 5C (0, 2, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Fána AB nó fána an tadhlaí
- Roinnt ionadú ceart isteach i bhfoirmle ábhartha

Páirtchreidiúint ard:

- Cothromóid na líne ionadaithe go hiomlán

Ceist 5**(25 marc)****(a) Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15)***Páirtchreidiúint íseal:*

- Feidhm tan i dtéarmaí an tSínis agus an Chomhshínis

Páirtchreidiúint mheánach:

- $\sin(A+B)$ nó $\cos(A+B)$ leathnaithe
- Uimhreoir nó ainmneoir i bhfoirm codáin (modh 2)

Páirtchreidiúint ard:

- Uimhreoir nó ainmneoir roinnte ar $\cos A \cos B$ (Modh 1)
- Cuirtear an t-uimhreoir nó an t-ainmneoir araon in iúl i bhfoirm codán aonair (Modh 2)

(b) Scála 10D (0, 2, 5, 8, 10)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Luach amháin le haghaidh $3x$

Páirtchreidiúint mheánach:

- Luach amháin le haghaidh x
- Dhá luach nó níos mó le haghaidh $3x$

Páirtchreidiúint ard:

- Trí luach nó níos mó le haghaidh x

Ceist 6**(25 marc)****(a) Scála 5C (0, 2, 4, 5)***Páirtchreidiúint íseal:*

- Ríomh ábhartha éigin
- Slios amháin déroinnte
- Lárphointe amháin curtha in iúl

Páirtchreidiúint ard:

- Meánlíne amháin tarraingthe

(b) Léaráid / Tugtha : Scála 5B (0, 2, 5)*Páirtchreidiúint:*

- Iarracht ar *Léaráid* nó *Tugtha*

Tógáil: Scála 5B (0, 2, 5)*Páirtchreidiúint:*

- Déantar iarracht ar thógáil (léaráid agus/nó cur síos)

Cruthúnas: Scála 10C (0, 4, 8, 10)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Níos mó ná céim chriticiúil amháin fágtha ar lár, ach tá obair shubstaintiúil éigin a bhfuil fiúntas léi ann mar sin féin

Páirtchreidiúint ard:

- Cuirtear cruthúnas i gcrích le céim riachtanach amháin fágtha ar lár

Roinn B

Ceist 7

(40 marc)

(a) Scála 15C (0, 5, 12, 15)

Páirtchreidiúint íseal:

- BT tarraingthe i gceart.
- Foirmle Phíotagaráis mar aon le hionadú éigin atá ceart
- Aithnítear $|\angle ATB| = 90^\circ$

Páirtchreidiúint ard:

- Foirmle Phíotagaráis ionadaithe go hiomlán

(b) Scála 15C (0, 5, 12, 15)

Páirtchreidiúint íseal:

- Léirítear dhá achar
- Déantar iarracht achar na dronuilleoige amháin a aimsiú
- Déantar iarracht achar an triantáin amháin a aimsiú

Páirtchreidiúint ard:

- Achar an triantán i gceart
- Achar na dronuilleoige i gceart

(c)(i) Scála 5C (0, 2, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- $\tan \angle HAB = \frac{160}{60}$ nó a chomhionann in sin nó cos

Páirtchreidiúint ard:

- $|\angle HAB|$ i gcéimeanna

(c)(ii) Scála 5D (0, 2, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Déantar iarracht achar réigiúin amháin a fháil

Páirtchreidiúint mheánach:

- Achar teascóige amháin le hionadú ceart

Páirtchreidiúint ard:

- Achar dhá theascóg le hionadú ceart sa dhá cheann

(a) Scála 10C (0, 4, 8, 10)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Dóchúlacht cheart amháin

Páirtchreidiúint ard:

- Aithnítear na trí dhóchúlacht i gceart
- Trí dhóchúlacht iolraithe agus dhá cheann díobh ceart

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Dóchúlacht cheart amháin

Páirtchreidiúint ard:

- Aithnítear na trí dhóchúlacht i gceart
- Trí dhóchúlacht iolraithe agus dhá cheann díobh ceart

(c) Scála 15D (0, 4, 7, 11, 15)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Liostaítear slí nua amháin

Páirtchreidiúint mheánach:

- Gan ach liostaíl iomlán a thabhairt
- Dóchúlacht nua amháin

Páirtchreidiúint ard:

- Suim trí dhóchúlacht
- Aithnítear na ceithre dhóchúlacht i gceart

(d)(i) Scála 5C (0, 2, 4, 5)*Páirtchreidiúint íseal:*

- Léirítear $P(S, S)$ agus/nó $P(U, S)$ nó a gcomhionann

Páirtchreidiúint ard:

- Ionadú i gcothromóid do p_{n+1}

(d)(ii) Scála 10B (0, 5, 10)*Páirtchreidiúint:*

- Páirtionadú i gcothromóid

(e)(i) Scála 5C (0, 2, 4, 5)*Páirtchreidiúint íseal:*

- a_{n+1} i dtéarmaí p agus p_{n+1}
- $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ i dtéarmaí p , p_n , agus p_{n+1}

Páirtchreidiúint ard:

- $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ ionadaithe

(e)(ii) Scála 5C (0, 2, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- a_1 i bhfoirm uimhriúil

Páirtchreidiúint ard:

- ar^{n-1} ionadaithe
- Faightear luach a_7 gan é a sheiceáil a_6

(f) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- (i) amháin ceart nó (ii) amháin ceart

Ceist 9

(45 marc)

(a) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Déantar iarracht feidhm sínis a shloinneadh i dtéarmaí 15 agus 150
- Aimsítear tríú shlios de thriantán agus déantar iarracht uillinn a aimsiú

Páirtchreidiúint ard:

- Leath-uillinn aimsithe

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Riail an Chomhshínis le hionadú éigin
- Déantar iarracht ar $|AX|$ nó $|TX|$ a ríomh

Páirtchreidiúint ard:

- Riail an Chomhshínis le hionadú i gceart
- Aimsítear $|AX|$ agus déantar foirmliú do $|TX|$ (nó a mhalairt)

(c)(i) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- $t = 0$ curtha in iúl

Glac le $h = 8$ m gan obair

(c)(ii) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- $h = 0$ curtha in iúl

Páirtchreidiúint ard:

- aimsítear $|OB|$ mar luach dearfach do t

(d)(i) Scála 5B (0, 2, 5)

Páirtchreidiúint:

- $\frac{h}{d} = \frac{1}{2}$
- $|CD| = 25 - h$

(d)(ii) Scála 5D (0, 2, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Píotagarás mar aon le hionadú éigin atá ceart
- Déantar iarracht ar luach θ a fháil

Páirtchreidiúint mheánach:

- Píotagarás ionadaithe i gceart
- Faightear luach $\tan^{-1} \frac{1}{2}$

Páirtchreidiúint ard:

- Cothromóid chearnach leathnaithe i gceart
- $\sin \angle CGD = \frac{|CD|}{|GC|}$ agus $|\angle CGD|$ ríofa
- $\sin \angle GCE = \frac{|GD|}{|GC|}$ agus $|\angle GCE|$ ríofa

Marcanna breise as ucht freagairt trí Ghaeilge

Ba chóir marcanna de réir an ghnáthráta a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don pháipéar. Ba chóir freisin an marc bónais sin a shlánú **síos**.

Déantar an cinneadh agus an ríomhaireacht faoin marc bónais i gcás gach páipéir ar leithligh.

Is é 5% an gnáthráta agus is é 300 iomlán na marcanna don pháipéar. Mar sin, bain úsáid as an ngnáthráta 5% i gcás iarrthóirí a ghnóthaíonn 225 marc nó níos lú, e.g. $198 \text{ marc} \times 5\% = 9.9 \Rightarrow$ bónas = 9 marc.

Má ghnóthaíonn an t-iarrthóir níos mó ná 225 marc, ríomhtar an bónas de réir na foirmle $[300 - \text{bunmharc}] \times 15\%$, agus an marc bónais sin a shlánú **síos**. In ionad an ríomhaireacht sin a dhéanamh, is féidir úsáid a bhaint as an tábla thíos.

Bunmharc	Marc Bónais
226	11
227 – 233	10
234 – 240	9
241 – 246	8
247 – 253	7
254 – 260	6
261 – 266	5
267 – 273	4
274 – 280	3
281 – 286	2
287 – 293	1
294 – 300	0

Leathanach Bán

Leathanach Bán

