Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2015

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine, 5 Meitheamh Tráthnóna, 2:00 – 4:30

300 marc

Scrúduimhir

Stampa an Ionaid

Iomlán reatha	

Don scrúdaitheoir	
Ceist	Marc
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
Iomlán	
Bónas	
Móriomlán	

Grád

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugtar na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

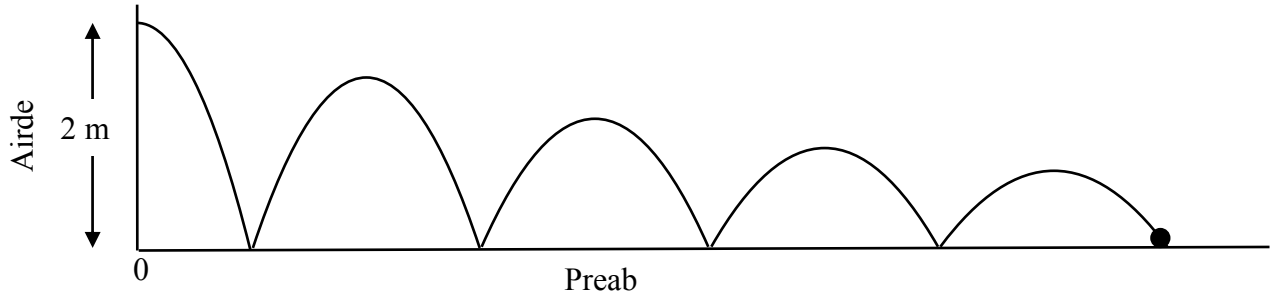
Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc

Freagair **na sé cheist go léir** as an roinn seo.

Ceist 1 **(25 marc)**

Chaith Máire liathróid ar thalamh réidh ó airde 2 m. Gach uair a bhuail an liathróid an talamh phreab sí ar ais go dtí $\frac{3}{4}$ den airde a phreab sí roimhe sin, mar a thaispeántar.



(a) Comhlánaigh an tábla thíos chun a thaispeáint, **i bhfoirm codáin**, an uasairde a shroich an liathróid i ngach ceann de na chéad cheithre phreab.

Preab	0	1	2	3	4
Airde (m)	$\frac{2}{1}$				

(b) Faigh, ina mhéadair, an fad ceartingearach iomlán (suas agus síos) a bhí gluaiste ag an liathróid nuair a bhuail sí an talamh den 5ú huair. Bíodh do freagra i bhfoirm codáin.

(c) Dá leanfadh an liathróid uirthi ag preabadh gan stad, faigh, ina mhéadair, an fad ceartingearach iomlán a ghluaisfeadh sí.

lch	iom. reatha

Ceist 2 **(25 marc)**

Réitigh an chothromóid $x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0$.

Scríobh aon réiteach éagóimheasta san fhoirm $a + b\sqrt{c}$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Ceist 3 **(25 marc)**

Bíodh $f(x) = -x^2 + 12x - 27,\ x \in \mathbb{R}$.

(a) **(i)** Comhlánaigh Tábla 1 thíos.

Tábla 1							
x	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	0	5			8		

(ii) Bain úsáid as Tábla 1 agus as an riail thraipéasóideach agus faigh neas-achar an réigiúin atá cuimsithe idir graf f agus an x-ais.

(b) **(i)** Faigh $\int_3^9 f(x)dx$.

(ii) Bain úsáid as do fhreagraí thuas chun an earráid chéatadánach i do neastachán den achar a fháil, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

lch	iom. reatha

Ceist 4 **(25 marc)**

(a) Is uimhreacha coimpléascacha iad z_1, z_2 agus z_3 sa chaoi go bhfuil $\frac{2}{z_1} = \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$, $z_2 = 2 + 3i$ agus $z_3 = 3 - 2i$, áit a bhfuil $i^2 = -1$. Scríobh z_1 san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{Z}$.

(b) Bíodh ω ina uimhir choimpléascach, áit a bhfuil $\omega^n = 1$, $\omega \neq 1$, agus $S = 1 + \omega + \omega^2 + \cdots + \omega^{n-1}$. Bain úsáid as an bhfoirmle le haghaidh suim sraithe iolraíche críochta chun luach S a scríobh san fhoirm is simplí.

Ceist 5 **(25 marc)**

(a) Réitigh an chothromóid $x = \sqrt{x+6},\ x \in \mathbb{R}$.

(b) Difreáil $x - \sqrt{x+6}$ i leith x.

(c) Faigh comhordanáidí phointe casaidh na feidhme $y = x - \sqrt{x+6},\ x \geq -6$.

lch	iom. reatha

Ceist 6 **(25 marc)**

(a) Tá iasacht á socrú ag Donncha agus tá dhá théarma aisíocaíochta dhifriúla á scrúdú aige.

(i) Gearrfaidh Banc A ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa air. Faigh, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha, an ráta céatadánach bliantúil (APR) atá coibhéiseach le ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa.

(ii) Gearrfaidh Banc B ráta air atá coibhéiseach le APR 4·5%. Faigh, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha, an ráta úis míosúil atá coibhéiseach le APR 4·5%.

(b) Fuair Donncha iasacht €80 000 ó Banc A ar ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa. Fanfaidh an ráta seasta ar feadh théarma na hiasachta. Tá an iasacht le íoc ar ais ina haisíocaíochtaí cothroma míosúla go ceann deich mbliana. Tá an chéad aisíocaíocht dlite mí amháin tar éis eisiúint na hiasachta. Ríomh, ceart go dtí an euro is gaire, méid gach aisíocaíochta míosúla.

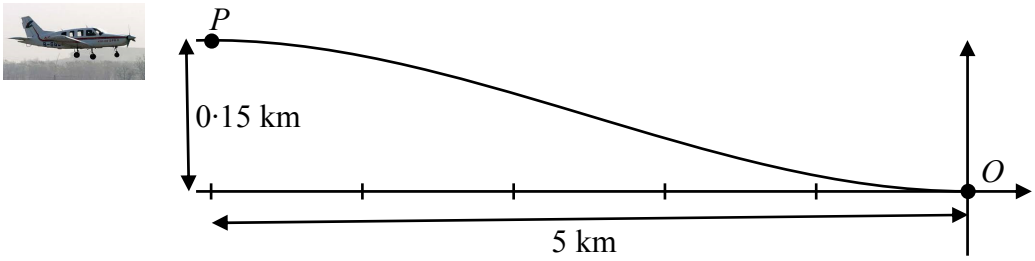
lch	iom. reatha

Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc

Freagair **na trí cheist go léir** as an roinn seo.

Ceist 7 **(50 marc)**

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann $(x,\ f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d,\quad -5 \le x \le 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(a) **(i)** Taispeáin go bhfuil $d = 0$.

(ii) Is é P an pointe $(-5,\ 0{\cdot}15)$. Bain úsáid as an eolas sin le taispeáint go bhfuil $c = 0$, nó déan ar slí eile é.

(b) **(i)** Faigh luach $f'(x)$, díorthach $f(x)$, nuair atá $x = -4$.

(ii) Bain úsáid as do fhreagra ar **(b) (i)** thuas chun an uillinn ar a bhfuil an t-eitleán ag teacht anuas a fháil nuair atá sé 4 km on bpointe tuirlingthe. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

(c) Taispeáin gurb é $(-2\cdot5,\ 0\cdot075)$ pointe athchasaidh an chuair $y = f(x)$.

(d) **(i)** Má tá (x, y) ina phointe ar an gcuar $y = f(x)$, fíoraigh go bhfuil $(-x-5, -y+0\cdot15)$ ina phointe ar $y = f(x)$ freisin.

(ii) Faigh íomhá $(-x-5, -y+0\cdot15)$ faoi shiméadracht i bpointe an athchasaidh.

lch	iom. reatha

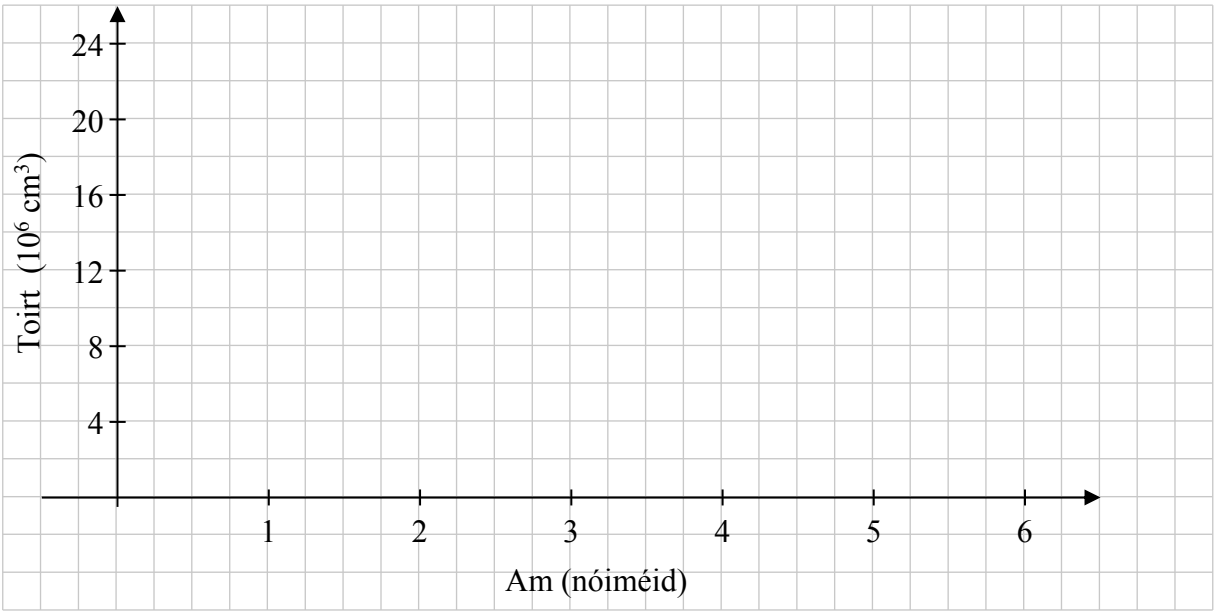
Ceist 8 **(50 marc)**

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(a) **(i)** Comhlánaigh an tábla thíos chun toirt iomlán na hola ar an uisce tar éis gach ceann de na chéad 6 nóiméad den doirteadh ola a thaispeáint.

Am (nóiméid)	1	2	3	4	5	6
Toirt (10^6 cm^3)		8				

(ii) Tarraing graf chun toirt na hola ar an uisce sna chéad 6 nóiméad a thaispeáint.



(iii) Scríobh cothromóid le haghaidh $V(t)$, toirt na hola ar an uisce, ina cm^3, tar eis t nóiméad.

(b) Déanann an ola dhoirte leo ola (*oil slick*) ciorclach a bhfuil tiús **1 mhilliméadar amháin** ann.

(i) Scríobh cothromóid le haghaidh thoirt na hola sa leo, ina cm^3, nuair is é r cm an ga.

(ii) Faigh an ráta, ina cm sa nóiméad, ar a bhfuil ga an leo ola ag méadú nuair is é 50 m an ga.

(c) Taispeáin go bhfuil achar an uisce atá clúdaithe ag an leo ola, ag méadú ar ráta tairiseach 4×10^7 cm^2 sa nóiméad.

(d) Tá an talamh is cóngaraí 1 km ón bpointe inar thosaigh an doirteadh ola. Faigh amach cá fhad a thógfaidh sé go dtí go sroichfidh an leo ola an talamh. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an uair an chloig is gaire.

lch	iom. reatha

Ceist 9 **(50 marc)**

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12 \cdot 25 + 4 \cdot 75 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365} t\right)$ ina raidiain.

(a) Faigh fad an lae i nGaillimh ar 5 Meitheamh (76 lá tar éis 21 Márta). Bíodh do fhreagra ina uaireanta agus ina nóiméid, ceart go dtí an nóiméad is gaire.

(b) Faigh dáta amháin ar a mbíonn an lá tuairim is 15 uair an chloig ar fad i nGaillimh.

(c) Faigh $f'(t)$, díorthach $f(t)$.

(d) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh fad an lae is faide i nGaillimh.

(e) Bain úsáid as an tsuimeáil chun meánfhad an lae i nGaillimh le linn na sé mhí ó 21 Márta go dtí 21 Mean Fómhair (184 lá) a fháil. Bíodh do fhreagra ina uaireanta agus ina nóiméid, ceart go dtí an nóiméad is gaire.

lch	iom. reatha

An Ardteistiméireacht, 2015 – Ardleibhéal

Matamaitic – Páipéar 1

Dé hAoine, 5 Meitheamh
Tráthnóna, 2:00 – 4:30