



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2012

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

**Matamaitic
(Tionscadal Mata – Céim 1)**

Ardleibhéal

Réamhrá.....	4
Treoirlínte Ginearálta do Scrúdaitheoirí – Páipéar 1.....	5
Ceist 1	6
Ceist 2	14
Ceist 3	19
Ceist 4	26
Ceist 5	30
Ceist 6	33
Ceist 7	36
Ceist 8	39
Réitigh Shamplacha – Páipéar 2	44
Scéim Mharcála – Páipéar 2	63
Struchtúr na scéime marcála	63
Achoimre ar leithroinnt marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm.....	65
Nótaí mionsonraithe marcála	66
Marcanna Breise as ucht Freagairt trí Ghaeilge	75

Réamhrá

I gcás scrúdú Ardleibhéil na Matamaitice do na hiarrthóirí sna scoileanna tosaigh a bhí páirteach in *Tionscadal Mata*, bhí an Páipéar 2 céanna acu leis na hiarrthóirí eile go léir. Bhí an scéim mharcála a úsáideadh don ábhar a bhí i bpáirt acu mar a chéile i gcás an dá ghrúpa.

Sa doiciméad seo, tá an scéim mharcála iomlán don dá pháipéar do na hiarrthóirí i ngach scoil seachas na scoileanna tosaigh. Is é sin, tá an scéim mharcála ann do Chéim 1 de Thionscadal Mata.

Is ceart do léitheoirí a thabhairt dá n-aire, dála na scéimeanna marcála go léir a úsáidtear le haghaidh na scrúduithe stáit, go bhfuil méid na mionsonraí is gá in aon fhreagra ar leith ag brath ar an gcomhthéacs agus ar an modh a gcuirtear an cheist agus ar an líon marcanna a thugtar i leith na ceiste nó na coda lena mbaineann. D'fhéadfadh sé go mbeadh difríochtaí ann ó bhliain go bliain sna riachtanais agus sa líon marcanna atá ar fáil.

Treoirlínte Ginearálta do Scrúdaitheoirí – Páipéar 1

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:
 - Botúin - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
 - Sciorthaí - earráidí uimhriúla (-1)
 - Míléamh (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.

2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí, e.g. Iarr.(3), tabhair an méid seo a leanas do d'aire:
 - aon chéim *cheart, ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, ar a laghad, an marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
 - más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith iarrachta, ansin ní mór an marc i leith iarrachta a thabhairt
 - ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.
3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus na lipéid W1, W2, ...etc. orthu.
4. Ciallaíonn an frása “aimsiú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marc ar bith.
5. Ciallaíonn an frása “agus stopann” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.
6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.
7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.
8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.
9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist ach *aon uair amháin*.
10. Tá cásanna áirithe, fíorúcháin agus freagraí a dhíorthaítear ó léaráidí (mura n-iarrtar a mhalairt) nach dtuilleann ach marcanna iarrachta ar a mhéad.
11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.
12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad pointe deachúlach e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5·50.

CEIST 1

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) 10 (5, 5) marc Iarr. (2, 2)

1. (a) Tá an chothromóid a leanas fíor le haghaidh gach x :

$$ax^2 + bx(x - 4) + c(x - 4) = x^2 + 13x - 20.$$

Faigh luachanna na dtairiseach a , b agus c .

Comhéifeachtaí a chothromú 5 mharc Iarr. 2
Luachanna 5 mharc Iarr. 2

1 (a)

$$ax^2 + bx^2 - 4bx + cx - 4c = x^2 + 13x - 20.$$

$$x^2(a + b - 1) + x(-4b + c - 13) + (-4c + 20) = 0.$$

$$\therefore -4c + 20 = 0 \Rightarrow c = 5.$$

$$\therefore -4b - 8 = 0 \Rightarrow b = -2.$$

$$a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3.$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 5.$$

NÓ

$$ax^2 + bx(x - 4) + c(x - 4) = x^2 + 13x - 20$$

Fíor do gach luach de x

$$\text{Bíodh } x = 0: \quad 0 + 0 + c(-4) = 0 + 0 - 20$$

$$-4c = -20$$

$$c = 5 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{Bíodh } x = 1: \quad a + b(-3) + c(-3) = 1 + 13 - 20$$

$$a - 3b - 3c = -6$$

$$a - 3b - 15 = -6$$

$$a - 3b = 9 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\text{Bíodh } x = 2: \quad a(2)^2 + 2b(-2) + c(-2) = 4 + 26 - 20$$

$$4a - 4b - 2c = 10$$

$$4a - 4b - 10 = 10$$

$$4a - 4b = 20$$

$$a - b = 5 \dots \dots \dots (iii)$$

$$(ii): a - 3b = 9$$

$$(iii): \frac{a - b = 5}{-2b = 4}$$

$$b = -2$$

$$(iii): a - b = 5$$

$$a + 2 = 5$$

$$a = 3$$

Botúin (-3)

B1 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

B2 Séana

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2)

1. (b) Tá trí fhréamh shlánuimhreach ag an bhfeidhm $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
- (i) Faigh na trí fhréamh.
- (ii) Faigh cothromóid chiúbach a bhfuil a fréamhacha 1 níos lú ná fréamhacha f .

(b)(i) Fréamh 5 mharc Iarr. 2
Fachtóir cearnach 5 mharc Iarr. 2
Fréamhacha 5 mharc Iarr. 2

1 (b) (i)

$$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (x - 1) \text{ - is fachtóir é seo.}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 6 \\ x-1 \overline{) x^3 - 2x^2 - 5x + 6} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -x^2 - 5x + 6 \\ \underline{-x^2 + x} \\ -6x + 6 \\ \underline{-6x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 3, x = -2.$$

Is iad 1, 3, agus -2 na trí fhréamh.

NÓ

(b)(i) Fréamh 5 mharc Iarr. 2
Fachtóir cearnach 5 mharc Iarr. 2
Fréamhacha 5 mharc Iarr. 2

1 (b) (i)

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

$$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$$

\Rightarrow is fachtóir é $(x - 1)$.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 + ax - 6)$$

$$x^3 - (-a + 1)x^2 - (a + 6)x + 6 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

Comhéifeachtaí a chothromú:

$$-a + 1 = 2$$

$$a = -1$$

$$f(x) = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$

$$= (x - 1)[(x + 2)(x - 3)]$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ nó } x = -2 \text{ nó } x = 3$$

Is iad 1, 3, agus -2 na trí fhréamh.

NÓ

(b)(i) 1^ú fréamh	5 mharc	Iarr. 2
2^ú fréamh	5 mharc	Iarr. 2
3^ú fréamh	5 mharc	Iarr. 2

1 (b) (i)

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

$$6 \Rightarrow (\pm 1), (\pm 2), (\pm 3), (\pm 6)$$

$$f(1) = (1)^3 - 2(1)^2 - 5(1) + 6 = 0$$

Is fréamh é $x = 1$

$$f(2) = (2)^3 - 2(2)^2 - 5(2) + 6$$

$$= 8 - 8 - 10 + 6$$

$$\neq 0$$

$$f(-2) = (-2)^3 - 2(-2)^2 - 5(-2) + 6$$

$$= -8 - 8 + 10 + 6$$

$$= 0$$

Is fréamh é $x = -2$

$$f(3) = (3)^3 - 2(3)^2 - 5(3) + 6$$

$$= 27 - 18 - 15 + 6$$

$$= 0$$

Is fréamh é $x = 3$

Fréamhacha: $\{1, -2, 3\}$

Botlín (-3)

B1 Tástáil le haghaidh fréimhe

B2 Fachtóir a dhéaduchtú ón bhfréamh, nó gan aon déaduchtú a bheith ann

B3 Séana

B4 Fachtóirí (uair amháin)

B5 Foirmle fréimhe (uair amháin)

B6 Fréamh a dhéaduchtú ón bhfachtóir, nó gan aon déaduchtú a bheith ann

B7 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

S2 Gan an comhartha a athrú agus dealú ar bun i roinnt

Iarrachtaí

A1 Iarr. 2 uair amháin do thástáil luachanna míchearta mura bhfuil aon obair eile lena ngabhann fiúntas ann

Gan fiúntas

W1 $x(x^2 - 2x - 5) = -6$, le tuilleadh oibre nó dá huireasa

NÓTA: má bhíonn fuílleach ann tar éis na roinnte, nó má bhíonn roinnt neamhiomlán ann, ní féidir le hiarrthóirí ach marcanna Iarr. a fháil ar a mhéad as an bhfachtóir agus na fréamhacha atá fágtha.

(b) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

1 (b) (ii)

Tá fréamhacha 0, 2 agus -3 ag cothromóid chiúbach nua.

$$\therefore x(x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow x(x^2 + x - 6) = 0 \Rightarrow x^3 + x^2 - 6x = 0.$$

Botúin (-3)

B1 Fréamhacha nua

B2 Séana

B3 Fachtóir ó fhréamhacha, nó gan aon fhachtóir a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 " \neq " 0 i.e. ní mar chothromóid

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2)

1. (c) (i) Taispeáin gur fachtóir é $kx - t$ ag $k^3x^3 - k^2tx^2 + ktx - t^2$, áit ar tairisigh réadacha neamh-nialasacha iad k agus t .

(ii) Má ghlactar le luach ar bith ar $k \neq 0$, faigh tacar na luachanna ar t a fhágann go bhfuil trí fhréamh réadacha leithleacha ag an gcothromóid $k^3x^3 - k^2tx^2 + ktx - t^2 = 0$.

Roinnt

5 mharc

Iarr. 2

Fuilleach = 0

5 mharc

Iarr. 2

1 (c) (i)

$$(kx - t) \overline{\begin{array}{r} k^2x^2 + t \\ k^3x^3 - k^2tx^2 + ktx - t^2 \\ \hline k^3x^3 - k^2tx^2 \end{array}}$$

$$ktx - t^2$$

$$\underline{ktx - t^2}$$

0

Níl aon fhuilleach ann;

\therefore is fachtóir é $(kx - t)$.

NÓ

(c) (i) $\frac{t}{k}$

5 mharc

Iarr. 2

$f\left(\frac{t}{k}\right) = 0$

5 mharc

Iarr. 2

1 (c) (i)

Más fachtóir é $(kx - t)$, $f\left(\frac{t}{k}\right) = 0$

$$f(x) = k^3 x^3 - k^2 tx^2 + ktx - t^2$$

$$f\left(\frac{t}{k}\right) = k^3 \left(\frac{t}{k}\right)^3 - k^2 t \left(\frac{t}{k}\right)^2 + kt \left(\frac{t}{k}\right) - t^2$$

$$= t^3 - t^3 + t^2 - t^2$$

$$= 0$$

$\therefore (kx - t)$ – is fachtóir é seo.

NÓ

(c) (i) **Fachtóir eile**
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr. 2
Iarr. 2

1 (c) (i)

Más fachtóir é $(kx - t)$, is fachtóir eile é $(k^2 x^2 + bx + t)$

$$k^3 x^3 - k^2 tx^2 + ktx - t^2 = (kx - t)(k^2 x^2 + bx + t)$$

$$\begin{aligned} k^3 x^3 - k^2 tx^2 + ktx - t^2 &= k^3 x^3 + b k x^2 + ktx - k^2 tx^2 - btx - t^2 \\ &= k^3 x^3 - (k^2 t - bk)x^2 + (kt - bt)x - t^2 \end{aligned}$$

Comhéifeachtaí a chothromú

$$(1): k^2 t = k^2 t - bk$$

$$bk = 0$$

$$k \neq 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = (kx - t)(k^2 x^2 + t)$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

B3 Fréamh déaduchtaithe ó fachtóir

B4 Déaduchtú mícheart ó $bk=0$, nó gan aon déaduchtú a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 Gan an comhartha a athrú agus dealú ar bun i roinnt

NÓTA: Má bhíonn fuilleach ann tar éis na roinnte, nó má bhíonn roinnt neamhiomlán ann, ní féidir le hiarrthóirí ach marcanna Iarr. a fháil ar a mhéad sa 2ú cuid.

(c)(ii) Fréamhacha
Luachanna ar t

5 mharc
5 mharc

Iarr. 2
Iarr. 2

1 (c) (ii)

$$k^3x^3 - k^2tx^2 + ktx - t^2 = (kx - t)(k^2x^2 + t) = 0.$$

$$\therefore x = \frac{t}{k} \text{ nó } x = \pm \sqrt{\frac{-t}{k^2}} = \pm \frac{\sqrt{-t}}{|k|}$$

Maidir le fréamhacha réadacha, $t \leq 0$.

Maidir le trí fhréamh réadacha leithleacha, $t < 0$ agus $t \neq -1$.

Botúin (-3)

B1 Fréamh déaduchtaithe ó fhachtóir

B2 Gan 3 fhréamh a bheith ann

B3 Fágtha ar lár: $t \neq -1$

NÓTA: Glac le $\pm \frac{\sqrt{-t}}{k}$

CEIST 2

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
Cuid (b)	25 (5, 5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	15 (5, 5, 5) mharc	Iarr. (2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
----------	----------------	--------------

2. (a)

Réitigh le haghaidh x : $\sqrt{2x+3} = 2x-3$, $x \in \mathbf{R}$.

Cothromóid Chearnach	5 mharc	Iarr. 2
Réiteach	5 mharc	Iarr. 2

2 (a)

$$\sqrt{2x+3} = 2x-3$$

$$2x+3 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$4x^2 - 14x + 6 = 0$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$(2x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3, x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Seiceáil } x = 3: \sqrt{9} = 3 \checkmark$$

$$\text{Seiceáil } x = \frac{1}{2}: \sqrt{4} = -2 \times$$

\therefore Is é $x = 3$ an réiteach.

Botúin (-3)

- B1 Séana
- B2 Forbairt $(2x-3)^2$ uair amháin
- B3 Fachtóirí – uair amháin
- B4 Foirmle na bhfréamhacha – uair amháin
- B5 Fréamh déaduchtaithe ó fhachtóir
- B6 Luachanna iomarcacha

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

- A1 $x = 3$ agus gan aon obair eile, ní thuilltear ach marcanna Iarr. (2)
- A2 $x = 3$ trí thriail is earráid, ní thuilltear ach marcanna Iarr. (2)

Cuid (b)

25 (5, 5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2, 2)

2. (b) Is iad α agus β fréamhacha na cothromóide $x^2 - 2x + 5 = 0$.

(i) Faigh luach $\alpha^2 + \beta^2$.

(ii) Faigh cothromóid chearnach ar fréamhacha di $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ agus $\beta + \frac{1}{\beta}$.

(b)(i) Luach ar an tsuim

5 mharc

Iarr.2

Luach ar an toradh

5 mharc

Iarr.2

Críoch

5 mharc

Iarr. 2

2 (b) (i) $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2$ agus $\alpha\beta = \frac{c}{a} = 5$.

$$(\alpha + \beta)^2 = 4 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 4 - 2\alpha\beta = 4 - 10 = -6.$$

(b)(ii) Luachanna ar an tsuim agus ar an toradh

5 mharc

Iarr. 2

Críoch

5 mharc

Iarr. 2

2. (b) (ii)

$$\text{Suim na bhfréamhacha} = \alpha + \frac{1}{\alpha} + \beta + \frac{1}{\beta}$$

$$= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$= 2 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}.$$

$$\text{Toradh na bhfréamhacha} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)\left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= \alpha\beta + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{\alpha\beta}$$

$$= 5 + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + \frac{1}{5}$$

$$= 5 + \frac{-6}{5} + \frac{1}{5} = 4$$

\therefore is é $x^2 - \frac{12}{5}x + 4 = 0$ nó $5x^2 - 12x + 20 = 0$ an chothromóid.

NÓ

2. (b) (ii)

Fréamhacha nua: $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta^2 + 1}{\beta}$$

Suim:
$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha} + \frac{\beta^2 + 1}{\beta} &= \frac{\alpha^2 \beta + \beta + \alpha \beta^2 + \alpha}{\alpha \beta} \\ &= \frac{(\alpha^2 \beta + \alpha \beta^2) + (\alpha + \beta)}{\alpha \beta} \\ &= \frac{\alpha \beta (\alpha + \beta) + (\alpha + \beta)}{\alpha \beta} \\ &= \frac{(5 \times 2) + 2}{5} \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

Toradh:
$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha} \right) \left(\frac{\beta^2 + 1}{\beta} \right) &= \frac{\alpha^2 \beta^2 + \beta^2 + \alpha^2 + 1}{\alpha \beta} \\ &= \frac{(\alpha \beta)^2 + (\alpha^2 + \beta^2) + 1}{\alpha \beta} \\ &= \frac{(5)^2 + (-6) + 1}{5} \\ &= 4 \end{aligned}$$

\therefore is é $x^2 - \frac{12}{5}x + 4 = 0$ nó $5x^2 - 12x + 20 = 0$ an chothromóid.

Botúin (-3)

- B1 Séana
- B2 Ráiteas mícheart
- B3 Suim mhícheart
- B4 Toradh mícheart
- B5 Fachtóirí – uair amháin

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil
- S2 “ \neq ” 0 i.e. ní mar chothromóid

2. (c) (i) Más réaduimhir dheimhneach í x , taispeáin go bhfuil $x + \frac{1}{x} \geq 2$.
- (ii) Más réaduimhir dhiúltach í x , taispeáin go bhfuil $x + \frac{1}{x} \leq -2$.
- (iii) Taispeáin, i gcás gach, $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ go bhfuil $\left| x^3 + \frac{1}{x^3} \right| \geq 2$.

(c) (i)

5 mharc

Iarr. 2

2 (c) (i)

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0, \text{ ós rud é go bhfuil } x > 0.$$

i.e., $(x-1)^2 \geq 0$, rud atá fíor.

(c) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

2 (c) (ii)

$$x + \frac{1}{x} \leq -2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 \geq 0, \text{ ós rud é go bhfuil } x < 0.$$

i.e., $(x+1)^2 \geq 0$, rud atá fíor.

(c) (iii)

5 mharc

Iarr. 2

2 (c) (iii)

Má tá x deimhneach, tá x^3 deimhneach, agus dá bhrí sin tugann cuid (i) le fios go bhfuil $x^3 + \frac{1}{x^3} \geq 2$.

Má tá x diúltach, tá x^3 diúltach, agus dá bhrí sin tugann cuid (ii) le fios go bhfuil $x^3 + \frac{1}{x^3} \leq -2$.

Dá bhrí sin, seasann an toradh sa dá chás.

NÓ

$$\left| x^3 + \frac{1}{x^3} \right| = \left| \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2} \right) \right|.$$

$$\text{As codanna (i) agus (ii), } \left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \geq 4.$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 1 \geq 1.$$

$$\therefore \left| x^3 + \frac{1}{x^3} \right| \geq 2.$$

NÓ

$$\left| x^3 + \frac{1}{x^3} \right| \geq 2$$

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right)^2 \geq 4$$

$$x^6 + 2 + \frac{1}{x^6} \geq 4$$

$$x^6 - 2 + \frac{1}{x^6} \geq 0$$

Iolraigh trasna faoi x^6

$$x^{12} - 2x^6 + 1 \geq 0$$

$$(x^6 - 1)^2 \geq 0$$

Fíor

Botúin (-3)

B1 $(x + \frac{1}{x})^p$ mícheart uair amháin

B2 Comhartha éagothromóide

B3 Déaduchtú mícheart nó gan aon déaduchtú a bheith ann

B4 Fachtóirí

B5 Modal

S1 Gan a bheith ‘ \geq ’

CEIST 3

Cuid (a)	10 marc	Iarr. 3
Cuid (b)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr. (3, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) 10 marc Iarr. 3

3. (a) Fíoraigh go sásaíonn $z = 2 - 3i$ an chothromóid $z^3 - z^2(2 - 3i) + z - 2 + 3i = 0$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.

(a) 10 marc Iarr. 3

3 (a)

$$\begin{aligned}z = 2 - 3i &\Rightarrow (2 - 3i)^3 - (2 - 3i)^2(2 - 3i) + 2 - 3i - 2 + 3i = 0 \\(2 - 3i)^3 - (2 - 3i)^3 + 2 - 3i - 2 + 3i &= 0 \\ \therefore \text{is réiteach é } z = 2 - 3i.\end{aligned}$$

NÓ

$$\begin{aligned}z &= 2 - 3i \\z^3 - z^2(2 - 3i) + z - 2 + 3i &= 0 \\z^3 - z^2(z) + z - (2 - 3i) &= 0 \\z^3 - z^3 + z - z &= 0\end{aligned}$$

Fíor \therefore is réiteach é $z = 2 - 3i$.

NÓ

$$\begin{aligned}z &= 2 - 3i \\z^2 &= (2 - 3i)^2 = 4 - 12i + 9i^2 = -5 - 12i \\z^3 - z^2(2 - 3i) + z - 2 + 3i & \\&= (-5 - 12i)(2 - 3i) - (-5 - 12i)(2 - 3i) + (2 - 3i) - (2 - 3i) \\&= 0 - 0 \\&= 0\end{aligned}$$

Fíor \therefore is réiteach é $z = 2 - 3i$.

Botúin (-3)

B1 i^2

B2 z^2 uair amháin

B3 z^3 uair amháin

B4 Déaduchtú mícheart nó gan aon déaduchtú a bheith ann

Cuid (b)

20 (10, 5, 5) marc

Iarr. (3, 2, 2)

3. (b) Bíodh $A = \begin{pmatrix} 2y & y \\ x^2 & x \end{pmatrix}$ agus $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbf{R}$.

(i) Faigh AB i dtéarmaí x agus y .

(ii) Réitigh an chothromóid $AB = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 15 & -24 \end{pmatrix}$ le haghaidh x agus y .

(b) (i)

10 marc

Iarr. 3

3 (b) (i)

$$AB = \begin{pmatrix} 2y & y \\ x^2 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4y & -5y \\ x^2 + 2x & -3x^2 + x \end{pmatrix}$$

Botúin (3)

B1 Gach ball faoi leith atá mícheart

(b)(ii) Cothromóidí
Réitigh

5 mharc
5 mharc

Iarr. 2
Iarr. 2

3 (b) (ii)

$$AB = \begin{pmatrix} 4y & -5y \\ x^2 + 2x & -3x^2 + x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 15 & -24 \end{pmatrix}$$

$$4y = -4 \text{ agus } -5y = 5, \text{ dá bhrí sin } y = -1.$$

$$x^2 + 2x = 15 \text{ agus } -3x^2 + x = -24.$$

$$\therefore x^2 + 2x - 15 = 0 \text{ agus } 3x^2 - x - 24 = 0.$$

$$(x-3)(x+5) = 0 \text{ agus } (3x+8)(x-3) = 0.$$

$$\therefore x = 3.$$

Botúin (-3)

B1 Ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

B2 Luachanna breise ar x

B3 Fachtóirí

B4 Fréamh a dhéaduchtú ón bhfachtóir, nó gan aon déaduchtú a bheith ann

B5 Séana

Ní mór $x=3$ a lua

A1 Gan aon chomhluach

NÓTA: Teastaíonn 2 chothromóid chearnacha in b(ii); Iarr. (2) + Iarr. (2) i gcás aon rud eile

3. (c) Uimhir choimpléascach í z sa chaoi go bhfuil $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

(i) Faigh an dá luach is féidir a bheith ar z .

(ii) Ar léaráid Argand, tá na pointí a sheasann do $-z$, z agus $z^2 + k$ comhlíneach, áit a bhfuil $k \in \mathbf{R}$. Faigh luach k .

(c) (i) z^2 i bhfoirm pholach
Dhá luach ar z

5 mharc
5 mharc

Iarr. 2
Iarr. 2

3 (c) (i)

$$r = |z^2| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1. \quad \tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}. \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{3}.$$

$$z^2 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$$

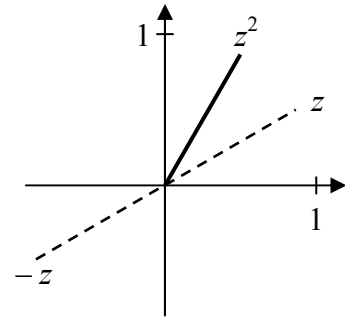
$$z = \left[\cos \left(\frac{\pi}{3} + 2n\pi \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + 2n\pi \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \cos \left(\frac{\pi}{6} + n\pi \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + n\pi \right)$$

$$n = 0 \Rightarrow z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i.$$

$$n = 1 \Rightarrow z = \cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i.$$

$$\therefore z = \pm \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right).$$



Botúin (-3)

- B1 Foirmle de Moivre – uair amháin
- B2 Cur i bhfeidhm de Moivre
- B3 Argóint
- B4 Modal
- B5 Foirmle pholach – uair amháin
- B6 i
- B7 Gan an dá luach ar z
- B8 Fágtha i bhfoirm pholach

NÓ

3 (c) (i)

$$z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = (a + bi)^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = (a^2 - b^2) + (2ab)i$$

Comhéifeachtaí a chothromú:

$$(i): a^2 - b^2 = \frac{1}{2}$$

$$(ii): 2ab = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{4a}$$

$$(i): a^2 - b^2 = \frac{1}{2}$$

$$a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4a}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$a^2 - \frac{3}{16a^2} = \frac{1}{2}$$

Bíodh $p = a^2 \Rightarrow p \in \mathbf{R}$

$$p - \frac{3}{16p} = \frac{1}{2}$$

$$16p^2 - 3 = 8p$$

$$16p^2 - 8p - 3 = 0$$

$$(4p+1)(4p-3) = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{1}{4} \text{ nó } p = \frac{3}{4}$$

Ach, $p = a^2 \neq -\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{3}{4}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(ii): b = \frac{\sqrt{3}}{4a}$$

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}; \quad a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a + bi = \pm \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

Botúin (-3)

B1 Forbairt $(a + ib)^2$

B2 Séana

B3 i

B4 Ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

B5 Fachtóirí – uair amháin

B6 Foirmle chearnach – uair amháin

B7 Luachanna iomarcacha (neamhréadach)

B8 Gan an dá luach ar z

B9 Fréamh mhícheart a dhéaduchtú ón bhfactóir, nó gan aon déaduchtú a bheith ann

(c)(ii) Argóintí cothromaithe

5 mharc

Iarr. 2

k

5 mharc

Iarr. 2

3 (c) (ii)

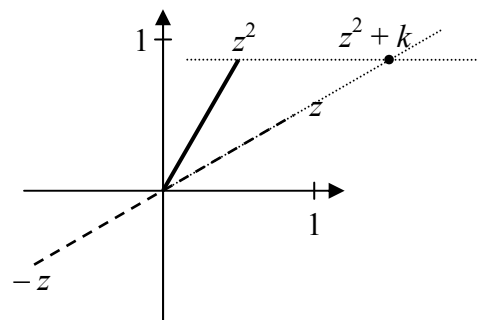
$$z^2 + k = \left(\frac{1}{2} + k\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\text{Comhlíneach} \Rightarrow \arg(z^2 + k) = \arg(z)$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} + k} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + k$$

$$k = 1$$



NÓ

(c)(ii) $f(z) = lz$

5 mharc

Iarr. 2

k

5 mharc

Iarr. 2

Iolraí de z é $z^2 + k$, agus dá bhrí sin $z^2 + k = lz$.

Cothromaigh codanna samhailteacha agus gheobhaidh tú: $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{l}{2} \Rightarrow l = \sqrt{3}$.

Ansin, cothromaigh codanna réadacha agus gheobhaidh tú: $\frac{1}{2} + k = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 1$.

NÓ

Ós rud é go bhfuil sé comhlíneach, is é achar an triantáin ar a bhfuil reanna z , $-z$ agus $z^2 + k$ ná $=0$.

Is iad na reanna $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{2} + k, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Má aistrítear rinn $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ go $(0, 0)$, faightear na reanna

$(0, 0)$, $(\sqrt{3}, 1)$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + k, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)$.

$$\therefore \frac{1}{2} \left| (\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) - (1) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + k \right) \right| = 0$$

$$\Rightarrow \left| \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - k \right| = 0$$

$$\Rightarrow |1 - k| = 0.$$

$$\therefore k = 1.$$

NÓ

3(c)(ii)

Is é fána na líne trí z agus $(-z)$ ná

$$m = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Is é cothromóid na líne trí $z\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ le claonadh $m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ná

$$\left(y - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$y\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = x - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y\sqrt{3} = x$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$z^2 + k = \left(\frac{1}{2} + k\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Nuair atá $(z^2 + k)$ ar an líne $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$,

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{1}{2} + k}{\sqrt{3}}$$

$$3 = 1 + 2k$$

$$2 = 2k$$

$$k = 1$$

Botúin (-3)

B1 Argóint

B2 Mícheart: $z^2 + k$

B3 $(z^2 + k)$ – níl sé ina iolraí de z

B4 Ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

B5 Foirmle le haghaidh achar triantáin

B6 Achar triantáin $\neq 0$

B7 Aistriú na bpointí

B8 Séana

B9 Fána

B10 Cothromóid na líne

B11 Na pointí gan a bheith comhlíneach

CEIST 4

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
-----------------	-----------------------	---------------------

4. (a) Téarmaí leantacha i seicheamh comhbhreise iad $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ agus $\frac{1}{c}$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$. Sloinn b i dtéarmaí a agus c . Bíodh do fhreagra san fhoirm is simplí.

Ráiteas AP	5 mharc	Iarr. 2
Luach b	5 mharc	Iarr. 2

4 (a)

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) = \frac{a+c}{2ac}. \quad \therefore b = \frac{2ac}{a+c}.$$

Botúin (-3)

B1 Sainiú AP

B2 Ailgéabar

B3 Níl an freagra san fhoirm is simplí

Gan fiúntas

W1 Seicheamh iolraíoch

W2 Luachanna ar a, b, c curtha isteach

Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)
-----------------	-----------------------------	---------------------------

4. (b) (i) Taispeáin go bhfuil $\frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}} = \sqrt{r+1} - \sqrt{r}$, le haghaidh $r \geq 0$.

(ii) Faigh $\sum_{r=1}^n \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}}$.

(iii) Luacháil $\sum_{r=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}}$.

(b) (i)	5 mharc	Iarr. 2
----------------	----------------	----------------

4 (b) (i)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}} &= \frac{\sqrt{r+1} - \sqrt{r}}{(\sqrt{r+1} + \sqrt{r})(\sqrt{r+1} - \sqrt{r})} \\ &= \frac{\sqrt{r+1} - \sqrt{r}}{r+1-r} = \sqrt{r+1} - \sqrt{r}. \end{aligned}$$

(b)(ii) Cealú a leagan amach
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr. 2
Iarr. 2

4 (b) (ii)

$$\sum_{r=1}^n \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}} = \sum_{r=1}^n (\sqrt{r+1} - \sqrt{r})$$

$$u_1 = \sqrt{2} - 1$$

$$u_2 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$u_3 = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

.....

.....

$$u_{n-2} = \sqrt{n-1} - \sqrt{n-2}$$

$$u_{n-1} = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$$

$$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$S_n = \sqrt{n+1} - 1$$

(b) (iii)

5 mharc

Iarr. 2

4 (b) (iii)

$$\sum_{r=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}} = \sqrt{100} - 1 = 9.$$

Botúin (-3)

B1 Gan a bheith ina chomhchuingeach

B2 Séana

B3 Ní mór an cealú a thaispeáint nó a thabhairt le fios

B4 Téarma in easnamh

B5 Faightear S_r

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

NÓTA: Ní mór dhá théarma a thaispeáint ag an tús agus téarma amháin a thaispeáint ag an deireadh, nó *vice versa*.

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2)

4. (c) Téarmaí leantacha i seicheamh iolraíoch iad a , b agus c ,
áit a bhfuil $a + b \neq 0$ agus $b + c \neq 0$.

Taispeáin gur téarmaí leantacha i seicheamh comhbhreise iad $\frac{2ab}{a+b}$, b agus $\frac{2bc}{b+c}$.

$\frac{2ab}{a+b}$ i dtéarmaí r

5 mharc

Iarr. 2

$\frac{2bc}{b+c}$ i dtéarmaí r

5 mharc

Iarr. 2

Seicheamh comhbhreise a shainiú

5 mharc

Iarr. 2

Críoch

5 mharc

Iarr. 2

4 (c)

Ós rud é go bhfuil a , b , c i seicheamh iolraíoch, bíodh $b = ar$ agus $c = ar^2$.

$$\frac{2ab}{a+b} = \frac{2a^2r}{a+ar} = \frac{2ar}{1+r}.$$

$$\frac{2bc}{b+c} = \frac{2a^2r^3}{ar+ar^2} = \frac{2ar^2}{1+r}.$$

Seicheamh comhbhreise sa chás seo amháin:

$$b = \frac{1}{2} \left[\frac{2ab}{a+b} + \frac{2bc}{b+c} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{2ar}{1+r} + \frac{2ar^2}{1+r} \right] = \frac{ar(1+r)}{1+r} = ar = b.$$

Fíor. \therefore Seicheamh comhbhreise.

NÓ

Luach ar b^2

5 mharc

Iarr. 2

Seicheamh comhbhreise a shainiú

5 mharc

Iarr. 2

Trasiolrú

5 mharc

Iarr. 2

Críoch

5 mharc

Iarr. 2

4 (c)

a, b, c i seicheamh iolraíoch

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$$

Le taispeáint: $\frac{2ab}{a+b}, b, \frac{2bc}{b+c}$ i seicheamh comhbhreise

$$\left(b - \frac{2ab}{a+b}\right) = \left(\frac{2bc}{b+c} - b\right)$$

$$\frac{ba + b^2 - 2ab}{a+b} = \frac{2bc - b^2 - bc}{b+c}$$

$$\frac{b^2 - ab}{a+b} = \frac{bc - b^2}{b+c}$$

$$b(b-a)(b+c) = b(c-b)(a+b)$$

$$b^2 - ba + bc - ac = ac - ab + bc - b^2$$

$$2b^2 = 2ac$$

$$b^2 = ac$$

Botúin (-3)

B1 Sainiú – seicheamh iolraíoch

B2 Sainiú – seicheamh comhbhreise

B3 Séana

CEIST 5

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
-----------------	-----------------------	---------------------

5. (a) Réitigh le haghaidh $x \in \mathbf{R}$: $\log_4(2x+6) - \log_4(x-1) = 1$.

log $f(x) = 1$	5 mharc	Iarr. 2
Luach ar x	5 mharc	Iarr. 2

5 (a)	$\log_4(2x+6) - \log_4(x-1) = 1.$ $\therefore \log_4 \frac{2x+6}{x-1} = 1 \Rightarrow 2x+6 = 4(x-1).$ $2x = 10 \Rightarrow x = 5.$
--------------	--

Botúin (-3)

B1 Dlíthe na logartam

B2 Séana

Gan fiúntas

W1 Fágann ‘log’ ar lár

Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)
-----------------	-----------------------------	---------------------------

5. (b) Féach ar fhorbairt dhéthéarmach $\left(3x^2 + \frac{1}{2x}\right)^{10}$ i gcumhachtaí íslitheacha de x .

- (i) Faigh slonn don téarma ginearálta.
- (ii) Faigh comhéifeacht x^8 .
- (iii) Taispeáin nach bhfuil téarma ar bith neamhspleách ar x .

(b) (i) Téarma ginearálta	5 mharc	Iarr. 2
----------------------------------	----------------	----------------

5 (b) (i)	$\text{Téarma ginearálta} = t_{r+1} = {}^{10}C_r (3x^2)^{10-r} \left(\frac{1}{2x}\right)^r = {}^{10}C_r x^{20-3r} (3)^{10-r} \frac{1}{2^r}.$
------------------	--

(b)(ii) Luach ar r	5 mharc	Iarr. 2
Comhéifeacht	5 mharc	Iarr. 2

5 (b) (ii)	$20 - 3r = 8 \Rightarrow 3r = 12 \Rightarrow r = 4.$ $\text{Comhéifeacht de } x^8 = {}^{10}C_4 (3)^6 \left(\frac{1}{2^4}\right) = \frac{210 \times 729}{16} = \frac{153090}{16} = \frac{76545}{8}.$ <p style="text-align: center;">NÓ</p>
-------------------	--

$$\left(3x^2 + \frac{1}{2x}\right)^{10} = (3x^2)^{10} + \binom{10}{1}(3x^2)^9\left(\frac{1}{2x}\right) + \binom{10}{2}(3x^2)^8\left(\frac{1}{2x}\right)^2 + \binom{10}{3}(3x^2)^7\left(\frac{1}{2x}\right)^3$$

$$+ \binom{10}{4}(3x^2)^6\left(\frac{1}{2x}\right)^4 + \dots$$

Téarma le x^8 : $\binom{10}{4}(3x^2)^6\left(\frac{1}{2x}\right)^4$

$$= \binom{10}{4}(3)^6(x^{12})\left(\frac{1}{16}\right)\left(\frac{1}{x^4}\right)$$

$$= \frac{(210) \cdot (729)}{16} \cdot x^8$$

$$= \frac{76545}{8} x^8$$

$$\text{Comhéifeacht} = \frac{76545}{8}$$

(b) (iii)

5 mharc

Iarr. 2

5 (b) (iii)

Maidir le téarma neamhspleách, is é 0 cumhacht x .

Ach $20 - 3r \neq 0$ mar $r \neq \frac{20}{3}$. \therefore Gan aon téarma neamhspleách.

Botúin (-3)

B1 Téarma ginearálta

B2 Earráid i bhforbairt dhéthéarmach – uair amháin

B3 Séana

B4 Luach $\binom{n}{r}$ nó gan aon luach $\binom{n}{r}$

B5 Ní shaináithnítear an téarma ceart san forbairt

NÓTA: Glac le téarmaí ó forbairt $f(x)$ go cúig théarma.

Ní fhaigheann triantán neamhiomlán Pascal ach marcanna Iarr. (2) ar a mhéad.

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2)

5. (c) (i) Má tá $k \geq 4$, cruthaigh go bhfuil $k^2 > 2k + 1$.

(ii) Cruthaigh trí ionduchtú go bhfuil $2^n \geq n^2$ le haghaidh gach uimhir aiceanta $n \geq 4$.

(c) (i)

5 mharc

Iarr. 2

5 (c) (i)

$$k \geq 4.$$

$$\therefore (k-1)^2 \geq 3^2 \Rightarrow k^2 - 2k + 1 \geq 9 \Rightarrow k^2 \geq 2k + 8.$$

$$\therefore k^2 > 2k + 1.$$

NÓ

$$k > 3 \Rightarrow k^2 > 3k = 2k + k > 2k + 1.$$

(c)(ii) $P(4)$

5 mharc

Iarr. 2

$P(k)$

5 mharc

Iarr. 2

$P(k+1)$

5 mharc

Iarr. 2

5 (c) (ii)

Glac leis gur fíor é do $n = k$.

$$\therefore P(k): 2^k \geq k^2.$$

Tástáil le haghaidh $n = k + 1$.

$$P(k+1): 2^{k+1} = 2 \cdot 2^k$$

$$\geq 2k^2, \text{ trí hipitéis } P(k).$$

$$2^{k+1} \geq k^2 + k^2$$

$$2^{k+1} \geq k^2 + 2k + 1, \text{ trí chuid (i)}$$

$$2^{k+1} \geq (k+1)^2$$

Tástáil le haghaidh $n = 4$.

$$P(4): 2^4 \geq 4^2.$$

\therefore Is fíor é do $n = 4$.

Dá bhrí sin, tá $P(k+1)$ fíor aon uair atá $P(k)$ fíor.

Ós rud é go bhfuil $P(4)$ fíor, mar sin de, trí ionduchtú, tá $P(n)$ fíor do gach uimhir aiceanta $n \geq 4$.

Botúin (-3)

B1 Teiptear ar an gcás $n=4$ a chruthú (ní leor a rá “fíor do $n=4$ ”)

B2 Séana

B3 $n \neq 4$

CEIST 6

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr. (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 10) marc	Iarr. (2, 2, 3)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr. (2, 2)**

6. (a) Dífreáil i leith x :

(i) $(4x^2 - 1)^3$.

(ii) $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)$.

(a) (i) **5 mharc** **Iarr. 2**
(a) (ii) **5 mharc** **Iarr. 2**

6 (a)

(i) $\frac{d}{dx} \left[(4x^2 - 1)^3 \right] = 3(4x^2 - 1)^2 \cdot 8x = 24x(4x^2 - 1)^2$.

(ii) $\frac{d}{dx} \left[\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right) \right] = \frac{1}{\sqrt{9 - 4x^2}} \times 2$.

Botlín (-3)

- B1 Dífreáil
- B2 Séana
- B3 a mícheart

Iarrachtaí

- A1 Earráid i bhfoirmle na difreála (cuingriail)

6. (b) (i) Dífreáil \sqrt{x} i leith x , ó bhunphrionsabail.

(ii) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gcuair $y = \sqrt{x}$ ag an bpointe (9, 3).

(b) (i) $f(x+h) - f(x)$

5 mharc

Iarr. 2

Iolrú

5 mharc

Iarr. 2

Críoch

5 mharc

Iarr. 2

6 (b) (i)

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ agus } f(x+h) = \sqrt{x+h}.$$

$$f(x+h) - f(x) = \sqrt{x+h} - \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

(b) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

6 (b) (ii)

$$\text{Fána an tadhlaí ag } (9, 3) = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Cothromóid an tadhlaí: } y - 3 = \frac{1}{6}(x - 9) \Rightarrow 6y - 18 = x - 9 \Rightarrow 6y = x + 9.$$

Botúin (-3)

B1 $f(x+h)$

B2 Séana

B3 Ní thaispeántar ná ní thugtar le fios aon teorainneacha ná ní léirítear $h \rightarrow 0$

B4 $h \rightarrow \infty$

B5 Comhchuingeach

B6 Gan aon taobh clé

B7 An fhána gan a bheith cothrom le $\frac{dy}{dx}$

B8 Cothromóid an tadhlaí

Gan fiúntas

W1 Ní dhéantar ó bhunphrionsabail é

NÓTA: Féadtar an teoirim dhéthéarmach a úsáid chun $(x+h)^{\frac{1}{2}}$ etc. a fhorbairt

Cuid (c)

20 (5, 5, 10) marc

Iarr. (2, 2, 3)

6. (c) Biodh f mar an fheidhm $f : x \rightarrow 8x + \sin 4x + 4\sin 2x$, áit a bhfuil $x \in \mathbf{R}$.
- (i) Faigh $f'(x)$.
 - (ii) Sloinn $f'(x)$ i dtéarmaí $\cos 2x$.
 - (iii) Cruthaigh go bhfuil $f(x)$ ag méadú le haghaidh gach luach ar x .

(c) (i)

5 mharc

Iarr. 2

(c) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

(c) (iii)

10 marc

Iarr. 3

6 (c) (i)

$$f'(x) = 8 + 4\cos 4x + 8\cos 2x$$

(ii)

$$f'(x) = 8 + 4\cos 4x + 8\cos 2x = 8 + 4(2\cos^2 2x - 1) + 8\cos 2x.$$

$$f'(x) = 8\cos^2 2x + 8\cos 2x + 4.$$

(iii)

$$f'(x) = 8\cos^2 2x + 8\cos 2x + 4$$

$$= 8\left(\cos^2 2x + \cos 2x + \frac{1}{2}\right)$$

$$= 8\left(\left[\cos 2x + \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{1}{4}\right)$$

$$\geq 8\left(0 + \frac{1}{4}\right)$$

$$> 0$$

Mar sin de, tá $f(x)$ ag méadú

Botúin (-3)

B1 Dífreáil

B2 Séana

B3 Foirmle thriantánúil

NÓTA: Ní mór a thaispeáint: $f'(x) > 0$

CEIST 7

Cuid (a)	15 (5, 5, 5) mharc	Iarr. (2, 2, 2)
Cuid (b)	15 (5, 5, 5) mharc	Iarr. (2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) 15 (5, 5, 5) mharc Iarr. (2, 2, 2)

7. (a) Agus tú ag glacadh le $x = 3t^2 - 6t$ agus $y = 2t - t^2$, le haghaidh $t \in \mathbf{R}$,
taispeáin go bhfuil $\frac{dy}{dx}$ tairiseach.

$\frac{dx}{dt}$	5 mharc	Iarr. 2
$\frac{dy}{dt}$	5 mharc	Iarr. 2
$\frac{dy}{dx}$	5 mharc	Iarr. 2

7 (a)

$$\frac{dx}{dt} = 6t - 6, \quad \frac{dy}{dt} = 2 - 2t.$$
$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{2 - 2t}{6t - 6} = -\frac{1}{3}.$$

Botúin (-3)

B1 Difreáil

B2 Earráid agus $\frac{dy}{dx}$ á fháil

7. (b) Sainítear cuar leis an gcothromóid $x^2 - 2xy + 3y^2 + 4y = 22$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

(ii) Tá na pointí $(-3, 1)$ agus $(1, -3)$ araon ar an gcuar seo.

Taispeáin go bhfuil na tadhlaíthe ag an dá phointe sin comhthreomhar lena chéile.

(b)(i) Difreáil

5 mharc

Iarr. 2

Críoch

5 mharc

Iarr. 2

(b)(ii)

5 mharc

Iarr. 2

7 (b) (i)

$$2x - 2x \frac{dy}{dx} - 2y + 6y \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dy}{dx} = 0.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} (2x - 6y - 4) = 2x - 2y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x - 3y - 2}.$$

(ii)

$$\text{Fána an tadhlaí ag } (-3, 1) = \frac{-3 - 1}{-3 - 3 - 2} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Fána an tadhlaí ag } (1, -3) = \frac{1 + 3}{1 + 9 - 2} = \frac{1}{2}.$$

Fánaí mar an gcéanna, dá bhrí sin tá na tadhlaíthe comhthreomhar.

Botúin (-3)

B1 Difreáil

B2 Luach mícheart ar x nó gan luach ar bith ar x san fhána

B3 Luach mícheart ar y nó gan luach ar bith ar y san fhána

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

A2 $\frac{dy}{dx} = 2x - 2x \frac{dy}{dx} - 2y + 6y \frac{dy}{dx} + \dots$, agus úsáidtear gach téarma $\frac{dy}{dx}$ sa chéad 5 mharc, is féidir an dara 5 mharc a fháil

7. (c) Bíodh $f(x) = 32x^3 - 48x^2 + 20x - 1$, áit a bhfuil $x \in \mathbf{R}$.
- (i) Taispeáin go bhfuil fréamh ag f idir 0 agus 1.
- (ii) Glac le $x_1 = 0.5$ mar an chéad mheastachán ar an bhfréamh sin. Bain feidhm as modh Newton-Raphson chun x_2 agus x_3 , an dara agus an tríú meastachán, a fháil.
- (iii) Cén tátal a bhaineann tú as sin faoi gach meastachán eile a leanann?

(c) (i)	5 mharc	Iarr. 2
(c) (ii) x_2	5 mharc	Iarr. 2
x_3	5 mharc	Iarr. 2
(c) (iii)	5 mharc	Aimsiú no iomrall

7 (c) (i)	$f(0) = -1 < 0$ agus $f(1) = 32 - 48 + 20 - 1 = 3 > 0$. ∴ Tá fréamh ag f idir 0 agus 1.
(ii)	$f(x) = 32x^3 - 48x^2 + 20x - 1 \Rightarrow f'(x) = 96x^2 - 96x + 20$. $f(0.5) = 1$ agus $f'(0.5) = -4$ ∴ $x_2 = 0.5 - \frac{1}{-4} = 0.75$ $f(0.75) = 0.5$ agus $f'(0.75) = 2$. ∴ $x_3 = 0.75 - \frac{0.5}{2} = 0.5$.
(iii)	Leanfaidh meastacháin bhreise eile ar aghaidh sa seicheamh 0.5, 0.75, 0.5, 0.75, ...

Botúin (-3)

- B1 Foirmle Newton-Raphson – uair amháin
- B2 Dífreáil
- B3 Séana
- B4 $x_1 \neq 0.5$ – uair amháin
- B5 Comhartha éagothromóide
- B6 Luach mícheart sa tábla (ach amháin más sciorradh soiléir é)

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

Gan fiúntas

- W1 Freagra mícheart agus gan obair ar bith

CEIST 8

Cuid (a)	10 marc	Iarr. 3
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr. (3, 3)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr. 3
-----------------	----------------	----------------

8. (a) Faigh $\int (1 + \cos 2x + e^{3x}) dx$.

(a)	10 marc	Iarr. 3
------------	----------------	----------------

8 (a)

$$\int (1 + \cos 2x + e^{3x}) dx = x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} e^{3x} + c.$$

Botúin (-3)

B1 Suimeáil

B2 Gan 'c' ar bith

Iarrachtaí

A1 Gach ach 'c' a bheith ceart, \Rightarrow Iarr. (3)

Gan fiúntas

W1 Dífreáil in ionad suimeála

Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr. (3, 3)
-----------------	-------------------------	---------------------

8. (b) (i) Luacháil $\int_1^3 \frac{12}{3x-2} dx$.

(ii) Luacháil $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin^2 2x dx$.

(b) (i)	10 marc	Iarr. 3
----------------	----------------	----------------

(b) (ii)	10 marc	Iarr. 3
-----------------	----------------	----------------

8 (b) (i)

Bíodh $u = 3x - 2$. $\therefore du = 3dx$.

$$\int_1^3 \frac{12}{3x-2} dx = \int_1^7 \frac{4}{u} du = 4[\log_e u]_1^7 = 4\log_e 7.$$

(ii)

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin^2 2x \, dx &= \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{2}(1 - \cos 4x) \, dx = \frac{1}{2} \left[x - \frac{1}{4} \sin 4x \right]_0^{\frac{\pi}{8}} \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} \right) - \left(0 - \frac{1}{4} \sin 0 \right) \right] = \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}.\end{aligned}$$

NÓ

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin^2 2x \, dx &= \frac{1}{2} \left[x - \frac{\sin 4x}{4} \right] && \text{(feic foirmle, Leathanach 26)} \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\sin \frac{4\pi}{8}}{4} \right) - (0 - 0) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}\end{aligned}$$

Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Difreáil
- B3 Teorainneacha
- B4 Ord mícheart maidir le cur chun feidhme teorainneacha
- B5 Gan teorainneacha a athrú
- B6 Gan teorainneacha ionadaithe a ríomh
- B7 Foirmle thriantánúil

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil
- S2 Luach triantánúil

NÓTA: (-3) an asbhaint is mó sna teorainneacha

8.(c) Tugtar an fheidhm f le $f(x) = x^2 + k$, áit ar tairiseach deimhneach é k .

- (i) Gabhann an tadhlaí leis an gcuar $y = f(x)$ ag an bpointe $(a, f(a))$ tríd an mbunphointe, áit a bhfuil $a > 0$. Sloinn a i dtéarmaí k .
- (ii) Gabhann an tadhlaí ag $(-a, f(-a))$ tríd an mbunphointe freisin. Faigh, i dtéarmaí k , achar an réigiúin atá iata ag an dá thadhlaí sin agus an cuar.

(c)(i) Fána amháin
Sloinn

5 mharc
5 mharc

Iarr. 2
Iarr. 2

8 (c) (i)

Is é $(a, a^2 + k)$ an pointe tadhlaíochta agus $f'(x) = 2x \Rightarrow$ fána an tadhlaí $= 2a$.

$$\therefore \frac{a^2 + k}{a} = 2a \Rightarrow 2a^2 = a^2 + k \Rightarrow a^2 = k. \therefore a = \sqrt{k}.$$

NÓ

Fána an tadhlaí:

Úsáid na pointí: $P(a, a^2 + k)$ agus $(0,0)$

$$m = \frac{a^2 + k}{a} \dots\dots\dots(i)$$

Úsáid $y = x^2 + k$

$$m = \frac{dy}{dx} = 2x$$

Ag $x=a$, $m=2a$(ii)

Ó (i) agus (ii):

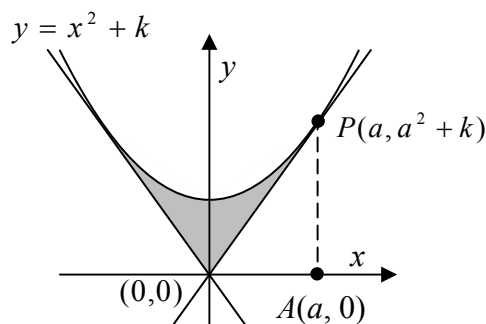
$$m = 2a = \frac{a^2 + k}{a}$$

$$2a^2 = a^2 + k$$

$$a^2 = k$$

$$a = \sqrt{k}$$

(ós rud é go bhfuil $a > 0$)



Botúin (-3)

B1 Botún i bpointe P

B2 Botún san fhána ag P

B3 Botún sa difreáil

8 (c) (ii)

Cothromóid an tadhlaí: $y = mx \Rightarrow y = 2ax$.

$$\begin{aligned} \text{Achar} &= 2 \left[\int_0^a (x^2 + a^2) dx - \int_0^a 2ax dx \right] = 2 \left[\frac{1}{3} x^3 + a^2 x \right]_0^a - 2 \left[ax^2 \right]_0^a \\ &= 2 \left(\frac{1}{3} a^3 + a^3 - a^3 \right) = \frac{2}{3} a^3 = \frac{2k\sqrt{k}}{3}. \end{aligned}$$

NÓ

A_1 , achar idir an cuar agus an x -ais

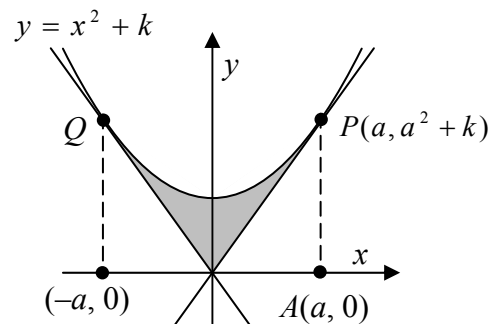
$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{-a}^a y \cdot dx \\ &= 2 \int_0^a (x^2 + k) dx \\ &= 2 \left[\frac{x^3}{3} + kx \right]_0^a \\ &= 2 \left[\left(\frac{a^3}{3} + ka \right) - (0 + 0) \right] \\ A_1 &= 2 \left(\frac{a^3}{3} + ka \right) \end{aligned}$$

$A_2 = 2 \cdot \text{Achar } \triangle OAP$

$$\begin{aligned} &= 2 \left[\frac{1}{2} (a)(a^2 + k) \right] \\ &= a^3 + ak \end{aligned}$$

Achar riachtanach = $A_1 - A_2$

$$\begin{aligned} &= 2 \left(\frac{a^3}{3} + ka \right) - (a^3 + ak) \\ &= ak - \frac{a^3}{3} \\ &= k^{\frac{3}{2}} - \frac{k^{\frac{3}{2}}}{3} \\ &= \frac{2}{3} k^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$



Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Séana
- B3 Pointe tadhlaíochta a ríomh
- B4 Earráid san fhoirmle le haghaidh achar triantáin
- B5 Earráid i bhfoirmle achair
- B6 Ord mícheart maidir le cur chun feidhme teorainneacha
- B7 Earráid sa líne
- B8 Earráid sa chuar
- B9 Úsáidtear $\pi \int y \cdot dx$ le haghaidh fhoirmle an achair

Iarrachtaí

- A1 Úsáidtear foirmle na toirte
- A2 Úsáidtear y^2 san fhoirmle

Gan fiúntas

- W1 Foirmle mhícheart don achar agus gan aon obair



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2012

Matamaitic (Tionscadal Mata – Céim 1)

Páipéar 2

Ardleibhéal

Dé Luain 11 Meitheamh Maidin 9:30 – 12:00

300 marc

Réitigh Shamplacha – Páipéar 2

Tabhair do d'aire: níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chuir chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	2 cheist

Freagair **na hocht gceist go léir**, mar seo a leanas:

I Roinn A, freagair:

Ceist 1 go dtí Ceist 5 agus

Ceist 6A **nó** Ceist 6B.

I Roinn B, freagair Ceist 7 agus Ceist 8.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Caillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Sna freagraí ba chóir go gcuirfí isteach na haonaid tomhais chuí, áit a bhfuil siad ábhartha.

Ba chóir freagraí a thabhairt san fhoirm is simplí, áit a bhfuil sé sin ábhartha.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

:

Freagair na sé cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 1

(25 marc)

- (a) Agus comhordanáidí stuaiceanna an cheathairshleasáin $ABCD$ tugtha duit, déan cur síos ar **thré** shlí dhifriúla chun a fháil amach, agus teicníochtaí na céimseatan comhordanáidí á n-úsáid agat, cé acu an comhthreomharán é an ceathairshleasán nó nach ea.

- Seiceáil an bhfuil an fhána chéanna sa dá phéire de shleasa urchomhaireacha (foirmle fána).
- Seiceáil an bhfuil an dá phéire de shleasa urchomhaireacha ar comhfhad (foirmle faid).
- Seiceáil an bhfuil lárphointí na dtrasnán i gcomhthráth (trasnán ag déroinnt a chéile).
- Seiceáil an bhfuil an t-aistriú ó A go B mar a chéile leis an aistriú ó D go C [nó a chomhionann.]
- Seiceáil an bhfuil an fhána chéanna sa dá phéire de shleasa urchomhaireacha agus go bhfuil siad ar comhfhad (foirmle fána agus faid).
- Úsáid na fánaí agus an fhoirmle d'uillinn idir dhá líne chun seiceáil an bhfuil an dá phéire d'uillinneacha urchomhaireacha cothrom le chéile
- Úsáid na fánaí agus an fhoirmle d'uillinn idir dhá líne chun seiceáil an bhfuil $|\angle A| + |\angle B| = 180^\circ$, agus $|\angle C| + |\angle D| = 180^\circ$ [nó a chomhionann]

- (b) Bain úsáid as ceann **amháin** de na modhanna a luaigh tú agus faigh amach an comhthreomharán é an ceathairshleasán a bhfuil na stuaiceanna $(-4, -2)$, $(21, -5)$, $(8, 7)$ agus $(-17, 10)$ aige.

Lárphointí na dtrasnán:

$$\left(\frac{-4+8}{2}, \frac{-2+7}{2} \right) = \left(2, \frac{5}{2} \right)$$

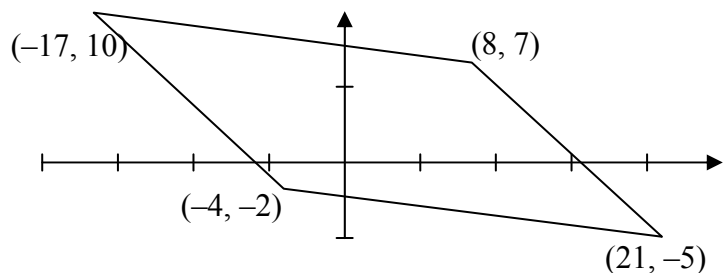
$$\left(\frac{-17+21}{2}, \frac{10-5}{2} \right) = \left(2, \frac{5}{2} \right)$$

Cothrom \Rightarrow comhthreomharán.

Do mhodhanna eile: is iad $\frac{-12}{13}$ agus $\frac{-3}{25}$ na fánaí;

Is iad $\sqrt{313}$ agus $\sqrt{634}$ fad na sleasa,

Is iad $(x, y) \rightarrow (x+25, y-3)$ agus $(x, y) \rightarrow (x+13, y-12)$ nó a n-aisiompú sin, na haistrithe.



Ceist 2**(25 marc)**

Is iad na cothromóidí atá ag dhá chiorcal ná:

$$c_1 : x^2 + y^2 - 6x - 10y + 29 = 0$$

$$c_2 : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 43 = 0$$

(a) Scríobh síos lárphointe agus fad gha gach ciorcail díobh.

$$c_1 : (x-3)^2 + (y-5)^2 = 5$$

\therefore lárphointe (3, 5); ga: $\sqrt{5}$.

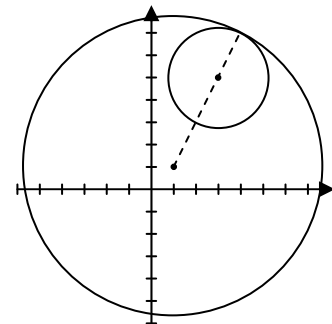
$$c_2 : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 45$$

\therefore lárphointe (1, 1); ga: $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

(b) Cruthaigh go bhfuil na ciorcail ag teagmháil lena chéile.

$$\text{Fad idir na lárphointí: } \sqrt{(3-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Is é an fad idir na lárphointí an difríocht idir na gathanna \Rightarrow tá na ciorcail ag teagmháil lena chéile (go himmheánach).



(c) Fíoraigh gurb é (4, 7) an pointe atá i gcomhpháirt acu.

$$4^2 + 7^2 - 6(4) - 10(7) + 29 = 0 \Rightarrow (4, 7) \in c_1$$

$$4^2 + 7^2 - 2(4) - 2(7) - 43 = 0 \Rightarrow (4, 7) \in c_2$$

NÓ

$$c_1 - c_2 : x + 2y - 18 = 0 \Rightarrow x = -2y + 18$$

$$(-2y + 18)^2 + y^2 - 6(-2y + 18) - 10y + 29 = 0$$

$$(y - 7)^2 = 0$$

$$y = 7$$

$$x = 4$$

$\therefore (4, 7)$ i gcomhpháirt

(d) Faigh cothromóid an chomhthadhláí.

Is é an fhána ó (3, 5) go (4, 7): $\frac{7-5}{4-3} = 2$

\therefore fána an tadhlaí = $-\frac{1}{2}$

Cothromóid an tadhlaí: $y - 7 = -\frac{1}{2}(x - 4)$
 $2y - 14 = -x + 4$
 $x + 2y - 18 = 0$

NÓ

Cothromóid an tadhlaí: $c_1 - c_2 : x + 2y - 18 = 0$

NÓ

$$(x - h)(x_1 - h) + (y - k)(y_1 - k) = r^2$$

$$(x - 3)(4 - 3) + (y - 5)(7 - 5) = (\sqrt{5})^2$$

$$(x - 3) + (y - 5)(2) = 5$$

$$x + 2y - 18 = 0$$

NÓ

$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

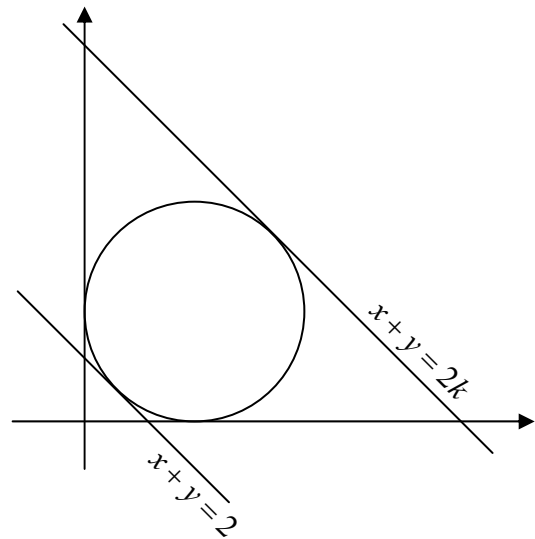
$$4x + 7y - 3(x + 4) - 5(y + 7) + 29 = 0$$

$$x + 2y - 18 = 0$$

Ceist 3**(25 marc)**

Is tadhlaith leis an gciorcál a thaispeántar sa léaráid an x -ais, an y -ais, an líne $x+y=2$ agus an líne $x+y=2k$, áit a bhfuil $k>1$.

Faigh luach k .



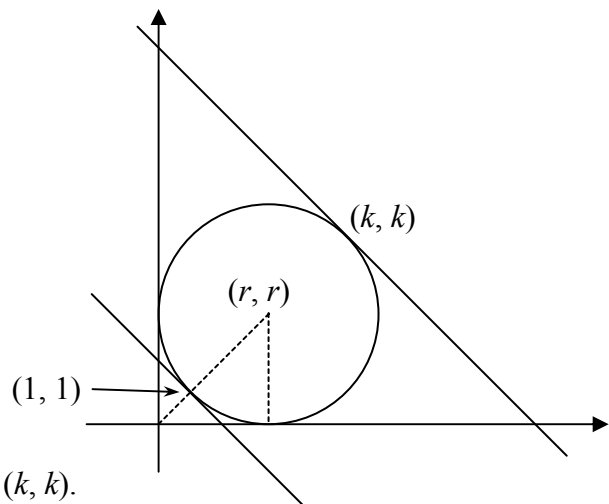
$$r^2 + r^2 = (r + \sqrt{2})^2$$

$$2r^2 = r^2 + 2\sqrt{2}r + 2$$

$$r^2 - 2\sqrt{2}r - 2 = 0$$

$$(r - \sqrt{2})^2 = 4$$

$$r = \sqrt{2} + 2, \quad (r > 0)$$



is é (r, r) lárphointe an teascáin ó $(1, 1)$ go (k, k) .

$$\frac{k+1}{2} = r$$

$$k = 2r - 1$$

$$k = 3 + 2\sqrt{2}$$

NÓ

Cothromóid an chiorcail: $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$

Ní thrasnaíonn an líne $x + y = 2$ an ciorcal ach ag pointe amháin.

$$y = 2 - x \Rightarrow (x-r)^2 + ((2-x)-r)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow x^2 + (2-x)^2 + r^2 - 4r = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + (r^2 - 4r + 4) = 0$$

$$\text{Fréamh réadach amháin} \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 4(2)(r^2 - 4r + 4) = 0$$

$$\Rightarrow r = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

Ach tá $2 - \sqrt{2}$ róibheag, mar sin $r = 2$

$$(1, 1) \rightarrow (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}) \rightarrow (3 + 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}) = (k, k)$$

NÓ

Lárphointe (r, r)

Tá an fad ceartingearach go $x+y-2=0$ cothrom le ga atá r ar fad

$$\left| \frac{r+r-2}{\sqrt{2}} \right| = r$$

$$\Rightarrow 2r - 2 = \pm r\sqrt{2}$$

$$r = \frac{2}{2 \mp \sqrt{2}} = 2 \mp \sqrt{2}$$

Ach tá $2 - \sqrt{2}$ róibheag, mar sin $r = 2$

$$(1, 1) \rightarrow (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}) \rightarrow (3 + 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}) = (k, k)$$

NÓ

Tar éis r a fháil mar atá thuas, faigh k tríd an bhfad ingearach ón lárphointe (r, r) go dtí $x + y - 2k = 0$ a shocrú mar chothrom le r :

$$\left| \frac{r+r-2k}{\sqrt{2}} \right| = r$$

$$\Rightarrow 2r - 2k = \pm\sqrt{2}r$$

$$\Rightarrow 2(2 + \sqrt{2}) - 2k = \pm\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow 4 + 2\sqrt{2} - 2k = \pm(2\sqrt{2} + 2)$$

$$\Rightarrow 2k = 4 + 2\sqrt{2} \pm (2\sqrt{2} + 2)$$

$$\Rightarrow k = 2 + \sqrt{2} \pm (\sqrt{2} + 1)$$

$$\Rightarrow k = 3 + 2\sqrt{2} \text{ nó } 1.$$

freagraíonn $k=1$ don líne íochtair, dá bhrí sin is é $k = 3 + 2\sqrt{2}$ an freagra

Ceist 4**(25 marc)**

Scóráilann imreoir áirithe cispheile 60% de na hiarrachtaí saorchaithimh a thriaileann sí.
Le linn cluiche áirithe, faigheann sí sé iarracht saorchaithimh.

(a) Cén bonn tuisceana (nó cad iad na boinn tuisceana) is gá a bheith ann chun go bhféachfaí air seo mar sheicheamh de thrialacha Bernoulli?

Tá na trialacha neamhspleách ar a chéile
Tá an dóchúlacht go n-éireoidh léi mar an gcéanna gach uair

[Níl ach dhá fhothoradh ann (Tugtha)]

[Líon críochta caitheamh..... (Tugtha)]

(b) Bunaithe ar bho(i)nn tuisceana mar seo, faigh, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha, an dóchúlacht:

(i) go scórálfaidh sí ceithre huairé díreach as na sé iarracht atá aici

$$P(X = 4) = {}^6C_4(0.6)^4(0.4)^2 = 0.31104 \\ = 0.311 \text{ go dtí trí ionad dheachúlacha}$$

(ii) go scórálfaidh sí den dara huair ar an gcúigiú hiarracht.

Éiríonn léi uair amháin as an gcéad cheithre chaitheamh, agus arís ar an gcúigiú ceann:

$$\left({}^4C_1(0.6)(0.4)^3 \right)(0.6) = 0.09216 \\ = 0.092 \text{ go dtí trí ionad dheachúlacha}$$

Ceist 5**(25 marc)**

Táirgeann comhlacht ceallraí d'áireamhain. Ba chóir go mbeadh trastomhas 20 mm sna ceallraí. Is é an lamháltas ná 0.25 mm. Diúltaítear ceallra ar bith atá lasmuigh den lamháltas seo. Glac leis gurb é seo an t-aon chúis amháin chun na ceallraí a dhiúltú.



- (a) Tá inneall ag an gcomhlacht a tháirgeann ceallraí ina bhfuil trastomhais a dháiltear go normalach le meán 20 mm agus le diall caighdeánach 0.1 mm. As gach 10 000 ceallra a tháirgeann an t-inneall seo, cé mhéad ceallra, ar an meán, a dhiúltaítear?

$$Z = \frac{20 \cdot 25 - 20}{0.1} = 2.5$$

$$P(|X - 20| > 0.25) = P(|Z| > 2.5)$$

$$= 2(1 - P(Z \leq 2.5))$$

$$= 2(1 - 0.9938)$$

$$= 0.0124$$

Freagra = 10 000 × 0.0124 = 124.

- (b) Sleamhnaíonn socrúchán ar an inneall, agus dá bharr sin méadaítear meán-trastomhas na gceallraí go dtí 20.05 mm, agus fanann an diall caighdeánach mar a bhí, gan athrú. Faigh an méadú céatadánach ar ráta diúltaithe na gceallraí as an inneall seo.

$$P(X \leq 19.75) + P(X \geq 20.25) = P\left[Z \leq \frac{19.75 - 20.25}{0.1}\right] + P\left[Z \geq \frac{20.25 - 20.05}{0.1}\right]$$

$$= P(Z \leq -3) + P(Z \geq 2)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3) + 1 - P(Z \leq 2)$$

$$= 1 - 0.9987 + 1 - 0.9772$$

$$= 2 - 1.9759$$

$$= 0.0241$$

$$\frac{0.0241}{0.0124} = 1.9435... \Rightarrow \text{méadú } 94.35\%$$

Nó: méadú: 0.0241 - 0.0124 = 0.0117

% Méadaithe: $\left(\frac{0.0117}{0.0124}\right) 100 = 94.35\%$

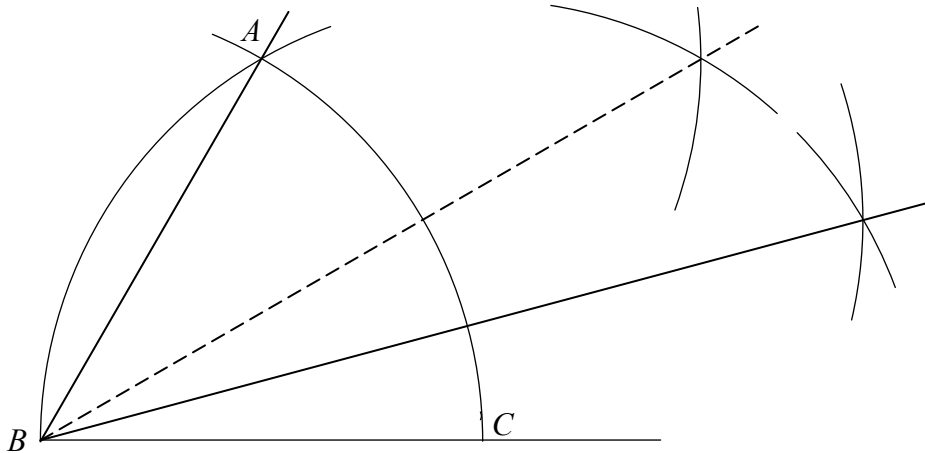
Ceist 6

(25 marc)

Freagair 6A nó 6B.

Ceist 6A

- (a) (i) Má thugtar duit na pointí B agus C thíos, tóg, gan uillinntomhas ná dronbhacart a úsáid, pointe A sa tslí go mbeidh $|\angle ABC| = 60^\circ$.



- (ii) Uaidh sin, tóg uillinn 15° ar an léaráid chéanna thuas gan ach compás agus corr dhíreach a úsáid.

Déroinn 60° chun 30° a fháil; déroinn arís chun 15° a fháil (mar a léirítear thuas)

NÓ

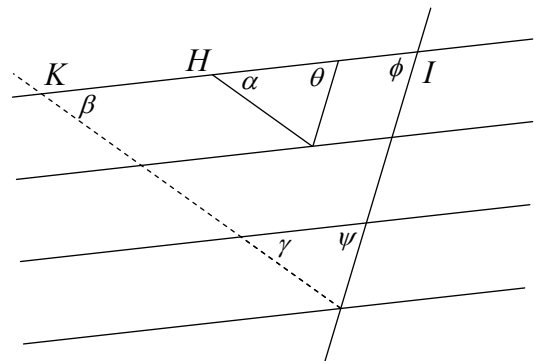
Tóg dronuillinn agus úsáid í chun 45° a thógáil agus cuir le 60° chun 15° a fháil.

- (b) Sa léaráid, is línte comhthreomhara iad

l_1, l_2, l_3 , agus l_4

a ghearrann idirlínte atá ar comhfhad ar an trasnaí k . Tá FG comhthreomhar le k , agus HG comhthreomhar le ED .

Cruthaigh go bhfuil na triantáin $\triangle CDE$ agus $\triangle FGH$ iomchuí.



$ CD = IJ $	(tugtha)
$= FG $	(sleasa urchomhaireacha an chomhthreomharáin)
$\theta = \phi = \psi$	(uillinneacha comhfhreagracha)
$\alpha = \beta = \gamma$	(uillinneacha comhfhreagracha)
$\Rightarrow \angle HGF = \angle EDC $	
$\therefore \triangle CDE \equiv \triangle FGH$	(USU)

NÓ

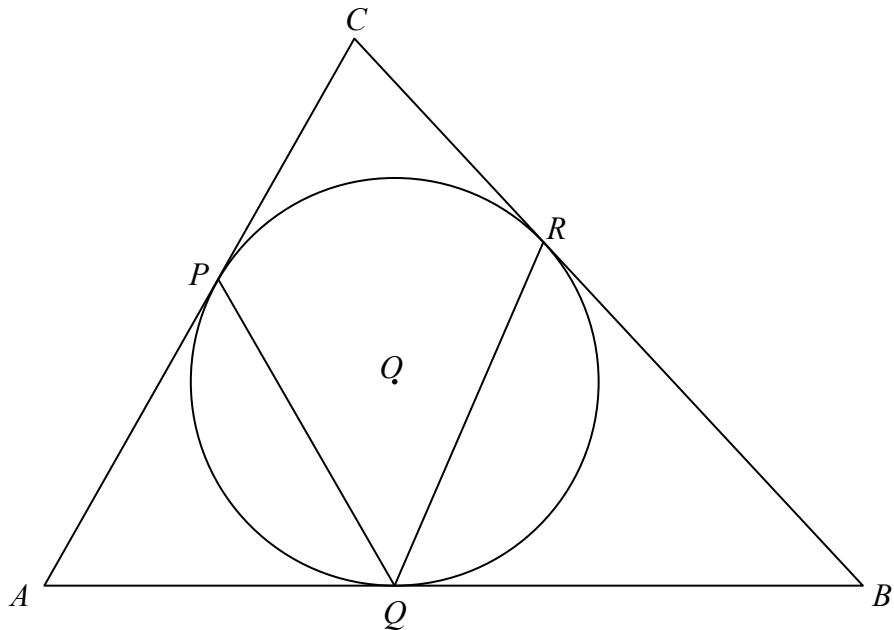
$ CD = IJ $ $= FG $ $\theta = \phi = \psi$ $\alpha = \beta = \gamma$ $\therefore \triangle CDE \equiv \triangle FGH$	(tugtha) (sleasa urchomhaireacha an chomhthreomharáin) (uillinneacha comhfhreagracha) (uillinneacha comhfhreagracha) (USU)	
---	---	--

NÓ

Ceist 6B

Tá lárphointe O ag inchiortal an triantáin ABC agus déanann sé teagmháil leis na sleasa ag P, Q agus R , mar a thaispeántar.

Cruthaigh go bhfuil $|\angle PQR| = \frac{1}{2}(|\angle CAB| + |\angle CBA|)$



$ \angle OQA = \angle OPA = 90^\circ$ \therefore tá O, Q, A, P comhchioglach. $ \angle OQP = \angle OAP $ $= \frac{1}{2} \angle PAQ $	(ga \perp tadhlaí) (ina seasamh ar an stua céanna OP) (ós rud gurb é $[AO]$ déroinnteoir $\angle PAQ$)
Ar an dóigh chéanna, $ \angle OQR = \frac{1}{2} \angle QBR $	
Má chuirtear an péire seo le chéile, gheofar an toradh a theastaíonn.	

NÓ

$$|\angle OPC| = |\angle ORC| = 90^\circ \quad (\text{ga } \perp \text{ tadhlaí})$$

$$\therefore |\angle PBR| = 180^\circ - |\angle POR| \quad (\text{suim na n-uillinneacha in aon cheathairshleasán ná } 360^\circ)$$

$$\text{Ach tá } |\angle PBR| = 180^\circ - (|\angle CAB| + |\angle CBA|) \quad (\text{uillinneacha i dtriantán})$$

$$\text{Dá bhrí sin, tá } |\angle POR| = |\angle CAB| + |\angle CBA|$$

$$\text{Ach tá } |\angle PQR| = \frac{1}{2} |\angle POR|$$

$$\text{Dá bhrí sin, tá } |\angle PQR| = \frac{1}{2} (|\angle CAB| + |\angle CBA|)$$

NÓ

$$OA \cap PQ = \{D\}$$

$$|OP| = |OQ| \Rightarrow |AP| = |AQ| \quad (\text{Píotagarás})$$

$$|\angle PAD| = |\angle QAD| \quad (\text{déroinnteoir})$$

$$\therefore \triangle PDA \cong \triangle QDA \quad (\text{S.U.S.})$$

$$\therefore |\angle PDA| = |\angle QDA| = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} |\angle DAQ| &= 90^\circ - |\angle DQA| \\ &= |\angle OQD| \end{aligned}$$

$$\therefore |\angle PAQ| = 2|\angle OQD|$$

$$\text{Ar an dóigh chéanna, } |\angle RBQ| = 2|\angle OQR|$$

Má chuirtear an péire seo le chéile, gheofar an toradh a theastaíonn.

NÓ

$$OA \cap PQ = \{D\}$$

$$|OP| = |OQ| \Rightarrow |AP| = |AQ| \quad (\text{Píotagarás})$$

$$|\angle APQ| = |\angle AQP| \quad (\text{teoirim na dtriantán comhchosach})$$

$$\text{Ar an dóigh chéanna, } |\angle RQB| = |\angle RBQ|$$

$$|\angle AQP| + |\angle PQR| + |\angle RQB| = 180^\circ$$

$$|\angle PQR| = 180^\circ - |\angle AQP| - |\angle RQB|$$

$$|\angle CAB| = 180^\circ - 2|\angle AQP|$$

$$|\angle CBA| = 180^\circ - 2|\angle RQB|$$

$$\Rightarrow |\angle CAB| + |\angle CBA| = 360^\circ - 2[|\angle AQP| + |\angle RQB|]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [|\angle CAB| + |\angle CBA|] = 180^\circ - |\angle AQP| - |\angle RQB| = |\angle PQR|$$

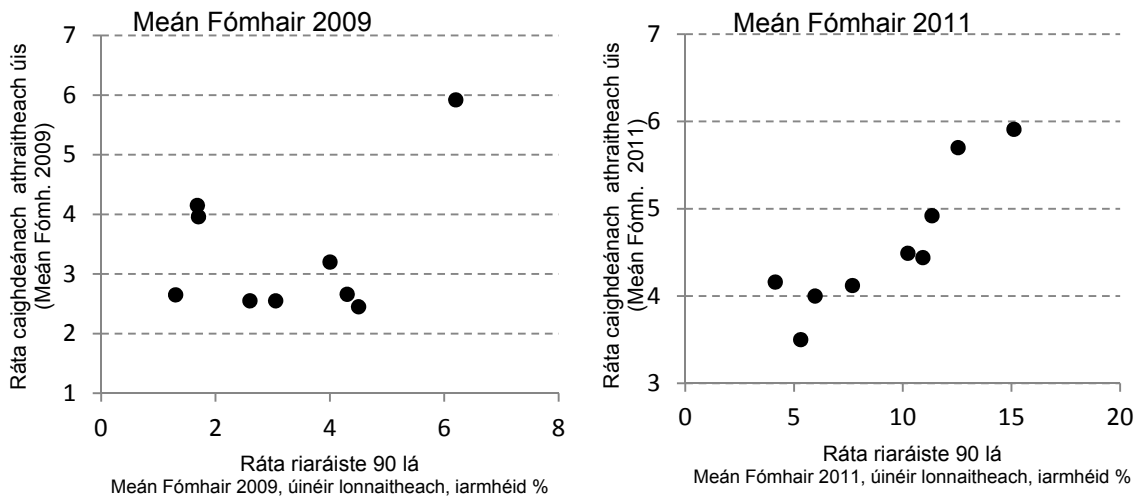
Freagair Ceist 7 agus Ceist 8.

Ceist 7

(75 marc)

Chun áit chónaithe a cheannach, faigheann daoine iasachtaí ar a dtugtar *morgáistí* de ghnáth. Má tharlaíonn nach ndéantar ceann de na haisíocaíochtaí in am, deirtear go bhfuil an morgáiste *i riaráiste*. Slí amháin chun smaoineamh ar a oiread deacrachta atá ag iasachtaithe lena gcuid morgáistí i dtír ar bith ná féachaint ar chéatadán na morgáistí go léir atá i riaráiste ar feadh 90 lá nó níos mó. Sa chuid eile den cheist seo, ciallaíonn an téarma *i riaráiste* go bhfuil siad i riaráiste ar feadh 90 lá nó níos mó.

Tógadh an dá chairt thíos as tuarascáil faoi mhorgáistí in Éirinn. Tá sé i gceist go léireodh na cairteanna an ceangal, más ann dó, idir céatadán na morgáistí atá i riaráiste agus na rátaí úis a ghearrtar ar mhorgáistí. Seasann gach ponc ar na cairteacha do ghrúpa daoine a bhfuil ráta úis áirithe á íoc acu le hiasachtóir áirithe. Is é an ráta riaráiste ná an céatadán atá i riaráiste.



(Foinse: Goggin et al. *Praghsáil Rátaí Athraitheacha Morgáistí in Éirinn*, Banc Ceannais na hÉireann, 2012)

- (a) Agus tú ag féachaint go cúramach do na scálaí sna cairteacha, cad is féidir leat a rá faoin athrú ó Mheán Fómhair 2009 go dtí Meán Fómhair 2011:

- (i) maidir leis na rátaí riaráiste?

D'ardaigh siad go leor – bhídís idir 1 agus 5 in 2009 den chuid is mó, agus idir 5 agus 15 in 2011 den chuid is mó.

- (ii) maidir leis na rátaí úis atá á n-íoc?

D'ardaigh siad go leor chomh maith – bhídís idir 2.3 agus 4.1% in 2009 den chuid is mó, agus idir 4 agus 6% in 2011 den chuid is mó.

(iii) maidir leis an gcoibhneas idir an ráta riaráiste agus an ráta úis?

Is cosúil go bhfuil coibhneas níos láidre eatarthu in 2011 ná mar a bhí in 2009.

(b) Cén t-eolas breise a bheadh uait sula bhféadfá meastachán a thabhairt ar an ráta úis airmheánach atá á íoc ag sealbhóirí morgáiste i Meán Fómhair 2011?

Theastódh uait fios a bheith agat cé mhéad sealbhóir morgáiste a seasann gach pointe ar an léaráid dóibh.

(c) Maidir leis an gcoibhneas idir an ráta riaráiste agus an ráta úis i Meán Fómhair 2011, luann údair na tuarascála: “Tá treo na cúisíochta ... tábhachtach” agus téann siad ar aghaidh chun é sin a phlé.

Mínigh cad is brí le “treo na cúisíochta” sa chomhthéacs seo.

Is é an cheist atá ann, an ardaíonn rátaí úis de bharr ardú i rátaí riaráiste, nó an ardaíonn rátaí riaráiste de bharr ardú i rátaí úis, (ag glacadh leis go bhfuil coibhneas cúisíoch ann ar chor ar bith).

- (d) Deirtear go bhfuil réadmhaoin “i gcothromas diúltach” má tá níos mó le híoc ar an morgáiste ná mar is fiú an réadmhaoin. I dtuarascáil faoi réadmhaoin atá faoi mhorgáiste in Éirinn i Nollaig 2010, tá an t-eolas seo a leanas:
- Den 475136 réadmhaoin a scrúdaíodh, bhí 145414 díobh i gcothromas diúltach.
 - De na cinn a bhí i gcothromas diúltach, bhí 11644 díobh i riaráiste.
 - Bhí 317355 réadmhaoin ann nach raibh i riaráiste ná i gcothromas diúltach.
- (i) Cad é an dóchúlacht go mbeidh réadmhaoin a roghnaítear go randamach (astu sin go léir a scrúdaíodh), i gcothromas diúltach?
Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$\frac{145414}{475136} = 0.30604711 = 0.31 \text{ (go dtí dhá ionad dheachúlacha)}$$

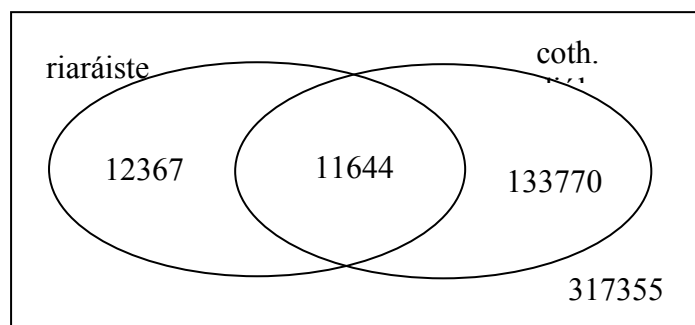
- (ii) Cad é an dóchúlacht go mbeidh réadmhaoin a roghnaítear go randamach astu sin go léir atá i gcothromas diúltach, i riaráiste freisin?
Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$\frac{11644}{145414} = 0.08007482 = 0.08 \text{ (go dtí dhá ionad dheachúlacha)}$$

- (iii) Faigh an dóchúlacht go mbeidh réadmhaoin a roghnaítear go randamach astu sin go léir atá i riaráiste, i gcothromas diúltach freisin.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

	riaráiste	¬riaráiste	iomlán
coth. diúl.	11644	133770	145414
¬coth. diúl.	12367	317355	329722
iomlán	24011	451125	475136

$$\frac{11644}{24011} = 0.4849 = 0.48 \text{ (go dtí dhá ionad dheachúlacha)}$$



NÓ

$$P(A|N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} \Rightarrow 0.08007 = \frac{P(A \cap N)}{0.30604} \Rightarrow P(A \cap N) = 0.0245$$

$$\text{Ach tá } P(A) = \frac{24011}{475136} = 0.05053$$

$$P(N|A) = \frac{P(N \cap A)}{P(A)} = \frac{0.0245}{0.05053} = 0.4848 = 0.48 \text{ (go dtí dhá ionad dheachúlacha)}$$

- (e) Bhí an staidéar a luaitear i gcuid (d) chomh mór sin gur féidir glacadh leis go seasann sé don daonra. Cuir i gcás, go luath in 2012, go dteastaíonn ó thaighdeoirí a fháil amach an bhfuil athrú tagtha ar chomhréir na réadmhaoin atá i gcothromas diúltach. Déanann siad anailís ar 2000 réadmhaoin atá faoi mhorgáiste agus a roghnaítear go randamach. Faigheann siad amach go bhfuil 552 díobh i gcothromas diúltach. Bain úsáid as tástáil hipitéise ag an leibhéal suntasachta 5% chun a fháil amach an bhfuil go leor fianaise ann chun a dhéanamh amach go bhfuil athrú ar chúrsaí ó bhí Nollaig 2010 ann.

Bí cinnte de go luann tú an hipitéis nialasach go soiléir agus go luann tú go soiléir cad a dhéanann tú amach sa deireadh.

Hipitéis nialasach: níl aon athrú ar an gcomhréir i gcothromas diúltach: $p = 0.31$

Hipitéis mhalartach: tá sé athraithe: $p \neq 0.31$

Is é an lamháil earráide 95% do shamplaí de mhéid 2000 ná $\frac{1}{\sqrt{2000}} \approx 0.0244$

Dá bhrí sin, diúltaigh do hipitéis nialasach má fheictear go bhfuil an chomhréir taobh amuigh de 0.31 ± 0.0224

Comhréir a chonacthas = $\frac{552}{2000} \approx 0.276$

$0.276 \notin [0.2876, 0.3224]$

Taobh amuigh den lamháil earráide, dá bhrí sin diúltaigh don hipitéis.

Tá athrú ar an gcomhréir i gcothromas diúltach.

NÓ

Hipitéis nialasach: níl aon athrú ar an gcomhréir i gcothromas diúltach: $p=0.31$.

Is é an lamháil earráide 95% do shamplaí de mhéid 2000 ná $\frac{1}{\sqrt{2000}} \approx 0.0244$

Comhréir a chonacthas = $\frac{552}{2000} \approx 0.276$

\therefore is é an t-eatramh muiníne 95% do chomhréir an phobail:

$0.276 - 0.0224 < p < 0.276 + 0.0244$

$0.2536 < p < 0.2984$

0.31 taobh amuigh den raon seo.

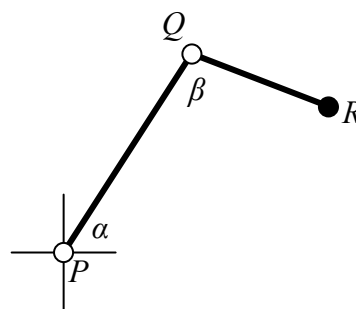
Dá bhrí sin, diúltaigh don hipitéis nialasach. Tá athrú ar an gcomhréir i gcothromas diúltach.

Ceist 8

(75 marc)

Sa léaráid léirítear géag róbaít ar féidir léi gluaiseacht ar phlána ceartingearach. Tá an pointe P fosaithe mar atá fad an dá dheighleog den ghéag.

Is féidir leis an duine atá á rialú na huillinneacha α agus β a athrú ó 0° go dtí 180° .



- (a) Má thugtar go bhfuil $|PQ| = 20$ cm agus $|QR| = 12$ cm, aimsigh luachanna na n-uillinneacha α agus β sa tslí go mbeidh rinn na láimhe, R , lonnaithe ag pointe atá 24 cm ar dheis ó P , agus 7 cm níos airde ná P . Bíodh do fhreagraí ceart go dtí an chéim is gaire.

$|PR|^2 = 7^2 + 24^2$
 $|PR| = 25$

$25^2 = 20^2 + 12^2 - 2(20)(12)\cos\beta$
 $\cos\beta = -0.16875$
 $\beta \approx 100^\circ$

$12^2 = 25^2 + 20^2 - 2(25)(20)\cos(\alpha - \gamma)$
 $\cos(\alpha - \gamma) = 0.881$
 $\alpha - \gamma \approx 28.237^\circ$

$\tan\gamma = \frac{7}{24}$
 $\gamma \approx 16.260^\circ$

$\therefore \alpha \approx 44^\circ$

- (b) Agus an ghéag á lonnú san ionad a bhfuil cur síos déanta air i gcuid (a), cé acu a chruthóidh an earráid is mó i dtaca le suíomh R : earráid 1° i luach α nó earráid 1° i luach β ?

Cosain do fhreagra. Is féidir leat glacadh leis má ghluaiseann pointe feadh ciorcail trí uillinn bheag, go mbeidh a fhad óna pointe tosaithe cothrom le fad an stua a thaistealaítear.

Freagra: α

Cúis: Gluaiseann R feadh stua de gha 25 de bharr earráid 1° in α .
Gluaiseann R feadh stua de gha 12 de bharr earráid 1° in β .

Dá bhrí sin, de bharr go bhfuil $l = r\theta$ agus go bhfuil θ mar a chéile i ngach cás, faide a ghluaiseann an pointe sa chéad chás.

- (c) Braitheann an freagra ar chuid (b) thuas ar an ionad áirithe sin ina bhfuil an ghéag. Is é sin, in ionaid áirithe, go mbíonn suíomh R níos íogaire maidir le hearráidí beaga in α ná maidir le hearráidí beaga in β , ach go mbíonn a mhalairt fíor in ionaid eile. Déan cur síos ar na coinníollacha faoina dtarlaíonn gach ceann den dá staid sin agus cosain do fhreagra.

Níos íogaire d'earráidí in α nuair atá $|PR| > 12$

Níos íogaire d'earráidí in β nuair atá $|PR| < 12$ i.e. $|\alpha| > |\beta|$

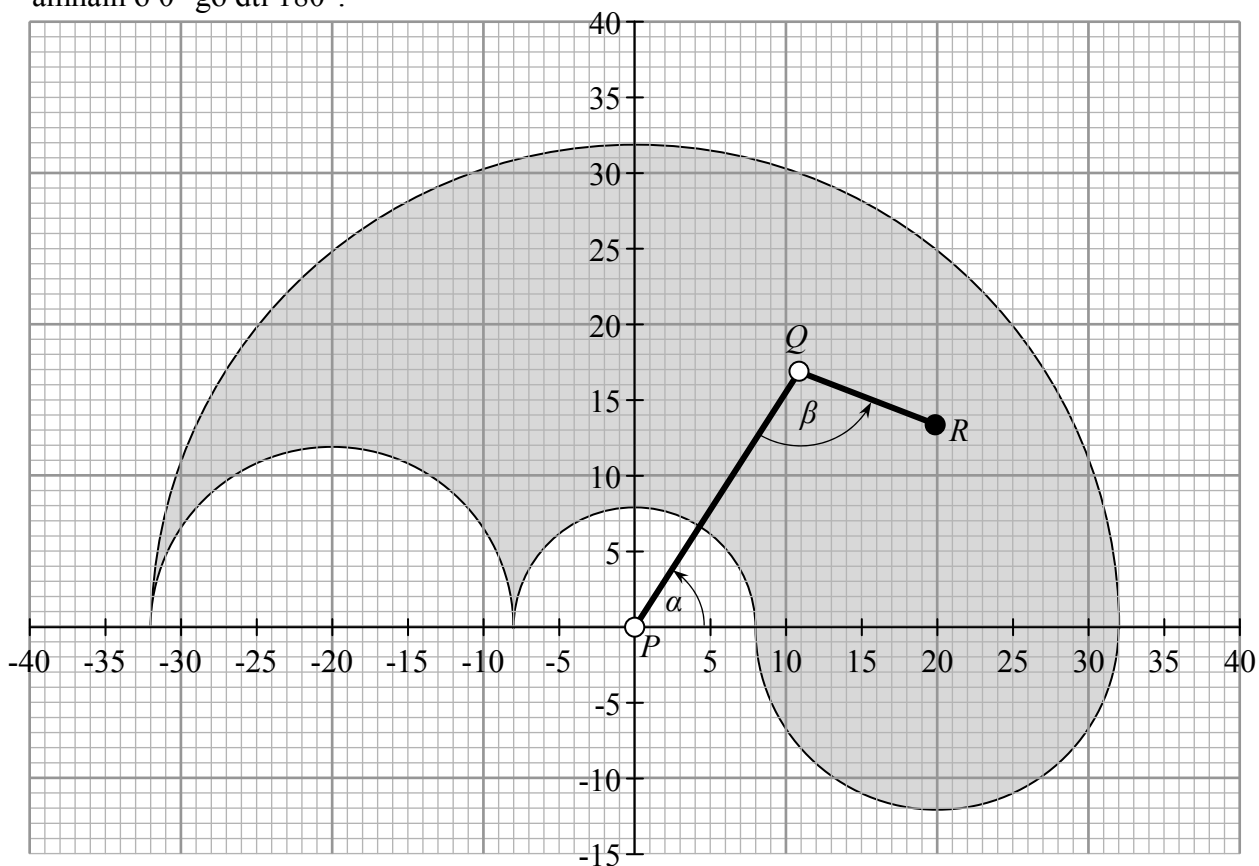
Tá an choinníoll $|PR| > 12$

fíor aon uair go bhfuil

$$\beta > \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) \approx 33.6^\circ$$

(Cás idir eatarthu nuair atá ΔPQR comhchosach agus $|QR| = |RP|$)

- (d) Léirigh tacar na suíomh uile ina bhféadfadh an pointe R a bheith ar an léaráid chomhordanáideach thíos. Tóg P mar an bunphointe agus glac leis go seasann gach aonad sa léaráid do cheintiméadar i ndáiríre. Tabhair faoi deara nach féidir le α agus β athrú ach amháin ó 0° go dtí 180° .



Scéim Mharcála – Páipéar 2

Struchtúr na scéime marcála

Déantar freagraí na n-iarrthóirí a mharcáil de réir scálaí éagsúla, ag brath ar na cineálacha freagra a bhfuiltear ag súil leo. I gcás scálaí a bhfuil an lipéad A orthu, roinntear freagraí na n-iarrthóirí ina dhá gcatagóir (ceart agus mícheart). I gcás scálaí a bhfuil an lipéad B orthu, roinntear na freagraí ina trí ghrúpa (ceart, ceart i bpáirt, agus mícheart), agus mar sin de. Tá achoimre le fáil sa tábla seo a leanas ar na scálaí agus ar na marcanna a leanann astu:

Lipéad an scála	A	B	C	D	E
Líon na gcatagóirí	2	3	4	5	6
Scála cúig mharc		0, 3, 5	0, 3, 4, 5		
Scála 10 marc		0, 5, 10	0, 4, 8, 10		
Scála 15 marc					
Scála 20 marc			0, 7, 18, 20	0, 7, 10, 18, 20	
Scála 25 marc				0, 15, 20, 22, 25	0, 5, 10, 15, 20, 25

Tugtar tuairisceoir ginearálta anseo thíos le haghaidh gach pointe ar gach scála. Más gá, tá treoracha níos sonraí le fáil sa scéim féin maidir leis an tslí chun na scálaí a léiriú i gcomhthéacs gach ceiste.

Scálaí marcála – tuairisceoirí leibhéal

A-scálaí (dhá chatagóir)

- freagra mícheart (creidiúint ar bith)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

B-scálaí (trí chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra ceart i bpáirt (páirtchreidiúint)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

C-scálaí (ceithre chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

D-scálaí (cúig chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- tuairim is an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint mheánach)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

E-scálaí (sé chatagóir)

- freagra gan aon fhiúntas substaintiúil (creidiúint ar bith)
- freagra lena ngabhann fiúntas éigin (páirtchreidiúint íseal)
- beagnach an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint íosmheánach)
- níos mó ná an leathchuid den fhreagra ceart (páirtchreidiúint uasmheánach)
- freagra atá beagnach ceart (páirtchreidiúint ard)
- freagra ceart (creidiúint iomlán)

I gcásanna áirithe, ar cásanna iad, de ghnáth, ina ndéantar cothromú mícheart nó ina bhfágtar aonaid ar lár, féadfar marc a thabhairt atá aon mharc amháin faoi mharc na creidiúna iomláine. Taispeántar cásanna den sórt sin trí réiltín a chur in aice leo. Dá bhrí sin, mar shampla, léiríonn *scála 10C** go bhféadfar 9 marc a thabhairt.

Achoimre ar leithroinnt marcanna agus ar na scálaí atá le cur i bhfeidhm

Roinn A

Ceist 1

- (a) 5B, 5B, 5B
- (b) 10C

Ceist 2

- (a) 5B, 5B
- (b) 5C
- (c) 5B
- (d) 5B

Ceist 3

25D

Ceist 4

- (a) 5C
- (b)(i) 10C*
- (b)(ii) 10C*

Ceist 5

- (a) 20D
- (b) 5C

Ceist 6A

- (a)(i) 10C
- (a)(ii) 5C
- (b) 10C

Ceist 6B

25E

Roinn B

Ceist 7

- (a)(i) 5B
- (a)(ii) 5B
- (a)(iii) 10B
- (b) 5B
- (c) 5C
- (d)(i) 10C*
- (d)(ii) 5B*
- (d)(iii) 10C*
- (e) 20D

Ceist 8

- (a)| PR | 10B
- (a) β 20C*
- (a) α 25D*
- (b) 5C
- (c) 5C
- (d) 10C

Nótaí mionsonraithe marcála

Roinn A

Ceist 1

(a) Scale 5B, 5B, 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint:

- Ráiteas neamhiomlán faoin modh (lena ngabhann fiúntas éigin)

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10).

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéad chéim réasúnta.

Páirtchreidiúint ard:

- An modh ceart curtha i bhfeidhm le roinnt earráidí
- An modh ceart ach níor tógadh na stuaiceanna san ord ceart (i.e. *ABDC* nó a chomhionann)
- An modh ceart ach gan aon chonclúid.

Ceist 2

(a) Scála 5B, 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint:

- Lárphointe nó ga aimsithe
- Ráiteas neamhiomlán faoin modh (lena ngabhann fiúntas éigin) e.g. cearnóg a chríochnú

(b) Scála 5C (0, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Foirmle an fhaid idir dhá lárphointe le roinnt ionadaíochta
- An difríocht idir gathanna aimsithe nó tugtha le tuiscint

Páirtchreidiúint ard:

- Gan chonclúid nó conclúid mhícheart

(c) Scála 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint:

- (4, 7) ionadaithe i gciorcal amháin
- Dealáíonn an dá chothromóid agus stopann
- (4, 7) ionadaithe i gciorcal amháin le hearráid
- Faigheann tadhlaí i gcomhpháirt agus léiríonn go bhfuil (4,7) air, gan a léiriú go bhfuil sé ar cheann de na ciorcail chomh maith

(d) Scála 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint:

- Fána ábhartha éigin aimsithe
- (4,7) curtha isteach i bhfoirmle na líne ach níor aimsíodh an fhána
- Cothromóid na líne ach cuireadh (4, 7) isteach mícheart

Ceist 3

Scála 25D (0, 15, 20, 22, 25)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéad chéim réasúnta, mar shampla:
 - ga / trastomhas léirithe chuig ceann de na pointí teagmhála
 - idirlínte aon cheann de na tadhlaí ar na haiseanna léirithe
 - (1, 1) agus/nó (k, k) ar an léaráid gan aon obair fhiúntach eile
 - $|g| = |f|$ nó $g = \pm f$
 - lárphointe (-g, -g) nó a chomhionann
- Fad ceartingearach chuig lárphointe aon cheann de na tadhlaí léirithe

Páirtchreidiúint mheánach:

- Lárphointe (r, r)
- Cothromóid a cheanglaíonn r agus k (i.e. ag oibriú i dtreo $2r-1=k$)
- Cothromóid an chiorcail scríofa mar $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$
- Cothromóid $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + g^2 = 0$ nó a chomhionann
- $y = x$ agus tuilleadh oibre a bhfuil fiúntas ann
- Luaitear $g = f$ agus $g^2 = f^2 = c$
- Fad ceartingearach (-g, -g) chuig an tadhlaí
- Obair shubstaintiúil chun cothromóid déroinnteoir uillinne ábhartha a aimsiú, seachas $y = x$

Páirtchreidiúint ard:

- $r = 2 + \sqrt{2}$ nó a chomhionann ach ní chríochnaítear

Ceist 4

(a) Scála 5C (0, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Ceann de na boinn tuisceana nó an dá cheann ‘a thugtar’ luaite nó intuigthe

Páirtchreidiúint ard:

- Tá an ‘neamhspleáchas’ nó an ‘dóchúlacht go n-éireoidh leis gach uair’ luaite.

(b)(i) Scála 10C* (0, 4, 8, [9], 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéad chéim e.g. tagairt do 0·4 nó a chomhionann

Páirtchreidiúint ard:

- Curtha in iúl i gceart
- Freagra le hearráid amháin sna comhpháirteanna

Tabhair faoi deara: Slánú neamhiomlán: 9 marc

(b)(ii) Scála 10C* (0, 4, 8, [9], 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Tagairt do 0·6 nó a chomhionann don chúigiú caitheamh

Páirtchreidiúint ard:

- Curtha in iúl i gceart
- Freagra le hearráid amháin sna comhpháirteanna

Tabhair faoi deara: Slánú neamhiomlán: 9 marc

Ceist 5

(a) Scála 20D (0, 7, 10, 18, 20)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéim ábhartha
- Léaráid ábhartha éigin

Páirtchreidiúint mheánach:

- Tagairt do 2.5
- $P(Z > 2.5) = 0.0062$ agus stopann

Páirtchreidiúint ard:

- $(P|Z| > 2.5) = 0.0124$
- Modh ceart le roinnt earráidí

(b) Scála 5C (0, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéim ábhartha
- Léaráid ábhartha éigin
- Níor tógadh ach aon chás amháin

Páirtchreidiúint ard:

- Ríomhtar dóchúlacht an dá chás ach ní chríochnaítear go hiomlán

Ceist 6A

(a)(i) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéim cheart

Páirtchreidiúint ard:

- An modh ceart ach taobh amuigh de lamháltas 2°

(a)(ii) Scála 5C (0, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéim cheart

Páirtchreidiúint ard:

- An modh ceart ach taobh amuigh de lamháltas 2°

(b) Scála 10C (0, 4, 8, 10)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon chéim cheart e.g. - aithnítear dhá shlios chothroma
- aithnítear dhá uillinn chothroma
- leantar DE chun l_1 a thrasnú

Páirtchreidiúint ard:

- Cruthúnas leis na céimeanna cearta ach gan cosaint ar na céimeanna
- Earráid amháin i mbunú iomchuíbheas

Ceist 6B

Scála 25E (0, 5, 10, 15, 20, 25)

Páirtchreidiúint íseal:

- Aon ráiteas ceart

Páirtchreidiúint íosmheánach:

- Roinnt obair shubstaintiúil i dtreo cruthúnais e.g. ar a laghad céim iomlán amháin críochnaithe
- Dhá ráiteas ábhartha ar leith

Páirtchreidiúint uasmheánach:

- Cruthúnas substaintiúil le dhá chéim chriticiúla in easnamh

Páirtchreidiúint ard:

- Cruthúnas ceart ach céim chriticiúil in easnamh
- Cruthúnas ceart gan cosaint ar na céimeanna

Ceist 7

(a)(i) Scála 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint

- Ráiteas neamhiomlán e.g. tá sé athraithe

(a)(ii) Scála 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint

- Ráiteas neamhiomlán nó ráiteas a bhfuil cuid de ceart

(a)(iii) Scála 10B (0, 5, 10)

Páirtchreidiúint

- Ráiteas neamhiomlán nó ráiteas a bhfuil cuid de ceart
 - *‘D’athraigh siad’*
 - *‘Níos gaire do bheith ina líne’*
 - Tagairt don dearfach

(b) Scála 5B (0, 3, 5)

Páirtchreidiúint

- Déantar tagairt éigin don teaghlach láir

Tabhair faoi deara: (do chreidmheas iomlán) tagairt don ghá le faisnéis maidir le sealbhóirí morgáiste nach bhfuil ar rátaí caighdeánacha athraitheacha.

(c) Scála 5C (0, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal

- Tig le rud eile a bheith ina chúis leis an dá rud
- Ráiteas ginearálta maidir le cúisíocht gan a bheith le tuiscint as comhchoibhneas – gan chomhthéacs

Páirtchreidiúint ard

- Ní dhéantar aon tagairt do chás aisiompaithe, (e.g.: “Baineann sé le cé acu a bhíonn rátaí arda úis ina gcúis le rátaí arda riaráiste nó gan nach mbíonn.”)
- Léirmhíniú ceart ar an gcoincheap, ach gan chomhthéacs, (e.g. “Is ceist í a bhaineann le cé acu athróg is cúis leis an gceann eile.”)

(d)(i) Scála 10C* (0, 4, 8, [9], 10)

Páirtchreidiúint íseal

- Úsáidtear uimhir ábhartha
- Scríobhtar $\frac{\#E}{\#S}$ nó a chomhionann.
- Aithnítear “roinnt torthaí is díol spéise = ...” nó “líon iomlán torthaí - ...”.

Páirtchreidiúint ard

- Freagra i bhfoirm codáin

(d)(ii) Scála 5B* (0, 3, [4], 5)

Páirtchreidiúint íseal

- Úsáidtear uimhir ábhartha
- Scríobhtar $\frac{\#E}{\#S}$ nó a chomhionann.
- Aithnítear “roinnt torthaí is díol spéise = ...” nó “líon iomlán torthaí - ...”.

Páirtchreidiúint ard

- Freagra i bhfoirm codáin

(d)(iii) Scála 10C* (0, 4, 8, [9], 10)

Páirtchreidiúint íseal

- Iarracht déanta (i) agus (ii) a chur le chéile don chuid seo
- Ríomhtar riaráiste iomlán agus stopann

Páirtchreidiúint ard

- Freagra mar chodán
- $\frac{11644}{12367} = 0.9415 = 0.94$

(e) Scála 20D (0, 7, 10, 18, 20)

Páirtchreidiúint íseal

- Céim ábhartha amháin e.g. luaitear an hipitéis nialasach amháin
- Lamháil earráide nó comhréir a chonacthas tugtha le fios agus ní leanann ar aghaidh

Páirtchreidiúint mheánach:

- Obair shubstaintiúil le rud criticiúil amháin nó níos mó fágtha ar lár
- Lamháil earráide agus comhréir a chonacthas tugtha le fios ach ní leanann ar aghaidh

Páirtchreidiúint ard

- Ní luaitear an hipitéis nialasach i gceart agus/nó ní chuirtear an freagra i gcomhthéacs (e.g. stopann ag “Diúltaigh don hipitéis nialasach”).

Ceist 8

(a) $|PR|$ Scála 10B (0, 5, 10)

Páirtchreidiúint

- Roinnt úsáide as Píotagarás

(a) β Scála 20C (0, 7, 18, [19], 20)

Páirtchreidiúint íseal

- Riail an Chomhshínis le roinnt ionadaíochta

Páirtchreidiúint ard

- $\cos\beta$ ríofa

(a) α Scála 25D* (0, 15, 20, 22, [24], 25)

Páirtchreidiúint íseal

- Roinnt oibre i dtreo an uillinn a réiteach le *Riail an tSínis* nó *an Chomhshínis*

- $\tan\gamma = \frac{7}{24}$ gan aon obair i dtreo $\alpha - \gamma$

Páirtchreidiúint mheánach

- $\cos(\alpha - \gamma)$ aimsithe

Páirtchreidiúint ard

- $\alpha - \gamma$ agus γ ríofa ach níl α measta

(b) Scála 5C (0, 3, 4, 5)

Páirtchreidiúint íseal

- Iarracht déanta luachanna na n-uillinneacha a oibriú amach
- Freagra ceart gan chosaint

Páirtchreidiúint ard

- Freagra ceart gan chosaint iomlán

(c) Scála 5C (0,3,4,5)

Páirtchreidiúint íseal

- Roinnt tagartha don fhad idir P agus R
- Caitheann leis mar earráid chéatadánach in uillinneacha, seachas mar dhearbhearráid sa suíomh. e.g. “Má tá α níos lú ná β , is earráid chéatadánach níos mó atá in earráid 1° in α ná earráid 1° in β .”

Páirtchreidiúint ard

- Ní dhéileálann ach le cás amháin i gceart
- Tuigeann an coincheap go soiléir gurb é ga an rothlathie an toisc chinntitheach, ach déanann earráid(i) sa mhíniúchán (e.g. meascann na faid atá i gceist).

(d) Scála 10C (0,4,8,10)

Páirtchreidiúint íseal

- Aon leathchiorcal ábhartha tarraingthe nó tugtha le tuiscint

Páirtchreidiúint ard

- Aon leathchiorcal ceart curtha isteach anuas ar leathchiorcal dar lárphointe P le ga 32

Marcanna Breise as ucht Freagairt trí Ghaeilge

Ba chóir marcanna de réir an ghnáthráta a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don pháipéar. Ba chóir freisin an marc bónais sin a shlánú **síos**.

Déantar an cinneadh agus an ríomhaireacht faoin marc bónais i gcás gach páipéir ar leithligh.

Is é 5% an gnáthráta agus is é 300 iomlán na marcanna don pháipéar. Mar sin, bain úsáid as an ngnáthráta 5% i gcás iarrthóirí a ghnóthaíonn 225 marc nó níos lú, e.g. $198 \text{ marc} \times 5\% = 9.9 \Rightarrow$ bónas = 9 marc.

Má ghnóthaíonn an t-iarrthóir níos mó ná 225 marc, ríomhtar an bónas de réir na foirmle $[300 - \text{bunmharc}] \times 15\%$, agus an marc bónais sin a shlánú **síos**. In ionad an ríomhaireacht sin a dhéanamh, is féidir úsáid a bhaint as an tábla thíos.

Bunmharc	Marc Bónais
226	11
227 – 233	10
234 – 240	9
241 – 246	8
247 – 253	7
254 – 260	6
261 – 266	5
267 – 273	4
274 – 280	3
281 – 286	2
287 – 293	1
294 – 300	0

