



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2012

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 (300 marc)

DÉ hAOINE, 8 MEITHEAMH – TRÁTHNÓNA, 2:00 go dtí 4:30

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeánfar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chúí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

1. (a) Tá an chothromóid a leanas fíor le haghaidh gach x :

$$ax^2 + bx(x - 4) + c(x - 4) = x^2 + 13x - 20.$$

Faigh luachanna na dtairiseach a , b agus c .

- (b) Tá trí fhréamh shlánuimhreach ag an bhfeidhm $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

(i) Faigh na trí fhréamh.

(ii) Faigh cothromóid chiúbach a bhfuil a fréamhacha 1 níos lú ná fréamhacha f .

- (c) (i) Taispeáin gur fachtóir é $kx - t$ ag $k^3x^3 - k^2tx^2 + ktx - t^2$, áit ar tairisigh réadacha neamh-nialasacha iad k agus t .

(ii) Má ghlactar le luach ar bith ar $k \neq 0$, faigh tacar na luachanna ar t a fhágann go bhfuil trí fhréamh réadacha leithleacha ag an gcothromóid $k^3x^3 - k^2tx^2 + ktx - t^2 = 0$.

2. (a) Réitigh le haghaidh x : $\sqrt{2x+3} = 2x-3$, $x \in \mathbb{R}$.

- (b) Is iad α agus β fréamhacha na cothromóide $x^2 - 2x + 5 = 0$.

(i) Faigh luach $\alpha^2 + \beta^2$.

(ii) Faigh cothromóid chearnach ar fréamhacha di $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ agus $\beta + \frac{1}{\beta}$.

- (c) (i) Más réaduimhir dheimhneach í x , taispeáin go bhfuil $x + \frac{1}{x} \geq 2$.

(ii) Más réaduimhir dhiúltach í x , taispeáin go bhfuil $x + \frac{1}{x} \leq -2$.

(iii) Taispeáin, i gcás gach $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, go bhfuil $\left|x^3 + \frac{1}{x^3}\right| \geq 2$.

3. (a) Fíoraigh go sásaíonn $z = 2 - 3i$ an chothromóid $z^3 - z^2(2 - 3i) + z - 2 + 3i = 0$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.

(b) Bíodh $A = \begin{pmatrix} 2y & y \\ x^2 & x \end{pmatrix}$ agus $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{R}$.

(i) Faigh AB i dtéarmaí x agus y .

(ii) Réitigh an chothromóid $AB = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 15 & -24 \end{pmatrix}$ le haghaidh x agus y .

(c) Uimhir choimpléascach í z sa chaoi go bhfuil $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

(i) Faigh an dá luach is féidir a bheith ar z .

(ii) Ar léaráid Argand, tá na pointí a sheasann do $-z$, z agus $z^2 + k$ comhlíneach, áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$. Faigh luach k .

4. (a) Téarmaí leantacha i seicheamh comhbhreise iad $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ agus $\frac{1}{c}$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sloinn b i dtéarmaí a agus c . Bíodh do fhreagra san fhoirm is simplí.

(b) (i) Taispeáin go bhfuil $\frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}} = \sqrt{r+1} - \sqrt{r}$, le haghaidh $r \geq 0$.

(ii) Faigh $\sum_{r=1}^n \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}}$.

(iii) Luacháil $\sum_{r=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{r+1} + \sqrt{r}}$.

(c) Téarmaí leantacha i seicheamh iolraíoch iad a , b agus c , áit a bhfuil $a+b \neq 0$ agus $b+c \neq 0$.

Taispeáin gur téarmaí leantacha i seicheamh comhbhreise iad $\frac{2ab}{a+b}$, b agus $\frac{2bc}{b+c}$.

5. (a) Réitigh le haghaidh $x \in \mathbb{R}$: $\log_4(2x+6) - \log_4(x-1) = 1$.
- (b) Féach ar fhorbairt dhéthéarmach $\left(3x^2 + \frac{1}{2x}\right)^{10}$ i gcumhachtaí íslitheacha de x .
- (i) Faigh slonn don téarma ginearálta.
- (ii) Faigh comhéifeacht x^8 .
- (iii) Taispeáin nach bhfuil téarma ar bith neamhspleách ar x .
- (c) (i) Má tá $k \geq 4$, cruthaigh go bhfuil $k^2 > 2k + 1$.
- (ii) Cruthaigh trí ionduchtú go bhfuil $2^n \geq n^2$ le haghaidh gach uimhir aiceanta $n \geq 4$.
6. (a) Dífreáil i leith x :
- (i) $(4x^2 - 1)^3$.
- (ii) $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right)$.
- (b) (i) Dífreáil \sqrt{x} i leith x , ó bhunphrionsabail.
- (ii) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gcuar $y = \sqrt{x}$ ag an bpointe $(9, 3)$.
- (c) Bíodh f mar an fheidhm $f : x \rightarrow 8x + \sin 4x + 4 \sin 2x$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.
- (i) Faigh $f'(x)$.
- (ii) Sloinn $f'(x)$ i dtéarmaí $\cos 2x$.
- (iii) Cruthaigh go bhfuil $f(x)$ ag méadú le haghaidh gach luach ar x .

7. (a) Agus tú ag glacadh le $x = 3t^2 - 6t$ agus $y = 2t - t^2$, le haghaidh $t \in \mathbb{R}$, taispeáin go bhfuil $\frac{dy}{dx}$ tairiseach.
- (b) Sainítear cuar leis an gcothromóid $x^2 - 2xy + 3y^2 + 4y = 22$.
- (i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .
- (ii) Tá na pointí $(-3, 1)$ agus $(1, -3)$ araon ar an gcuar seo. Taispeáin go bhfuil na tadhlaíthe ag an dá phointe sin comhthreomhar lena chéile.
- (c) Bíodh $f(x) = 32x^3 - 48x^2 + 20x - 1$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.
- (i) Taispeáin go bhfuil fréamh ag f idir 0 agus 1.
- (ii) Glac le $x_1 = 0.5$ mar an chéad mheastachán ar an bhfréamh sin. Bain feidhm as modh Newton-Raphson chun x_2 agus x_3 , an dara agus an tríú meastachán, a fháil.
- (iii) Cén tátal a bhaineann tú as sin faoi gach meastachán eile a leanann?

8. (a) Faigh $\int (1 + \cos 2x + e^{3x}) dx$.

(b) (i) Luacháil $\int_1^3 \frac{12}{3x-2} dx$.

(ii) Luacháil $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin^2 2x dx$.

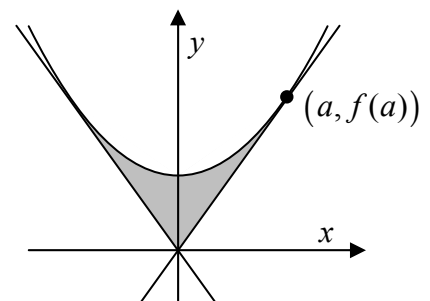
(c) Tugtar an fheidhm f le $f(x) = x^2 + k$, áit ar tairiseach deimhneach é k .

(i) Gabhann an tadhlaí leis an gcuar $y = f(x)$ ag an bpointe $(a, f(a))$ tríd an mbunphointe, áit a bhfuil $a > 0$.

Sloinn a i dtéarmaí k .

(ii) Gabhann an tadhlaí ag $(-a, f(-a))$ tríd an mbunphointe freisin.

Faigh, i dtéarmaí k , achar an réigiúin atá iata ag an dá thadhlaí sin agus an cuar.



Leathanach Bán

Leathanach Bán

Leathanach Bán