



# Coimisiún na Scrúduithe Stáit

---

**SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2011**

---

**MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL**

**PÁIPÉAR 1 (300 marc)**

---

**DÉ hAOINE, 10 MEITHEAMH – TRÁTHNÓNA, 2:00 go dtí 4:30**

---

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

---

**RABHADH:** Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

---

1. (a) Simpligh go hiomlán  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1}$ .
- (b) (i) Cruthaigh teoirim na bhfachtóirí d'iltéarmaigh de chéim 2.  
Is é sin, ag glacadh leis go bhfuil  $f(x) = ax^2 + bx + c$  agus gur uimhir í  $k$  sa chaoi go bhfuil  $f(k) = 0$ , cruthaigh gur fachtóir de  $f(x)$  é  $(x - k)$ .
- (ii) Seasann teoirim na bhfachtóirí i gcás na  $n$ -iltéarmach de chéim níos airde freisin.  
Faigh na luachanna ar  $n$  a fhágann  $(x + k)$  ina fhachtóir den iltéarmach  $g(x) = x^n + k^n$ , áit  $k \neq 0$ .
- (c) Is fachtóir é  $(x - a)^2$  de  $2x^3 - 5ax^2 + 8abx - 36a$ , áit  $a \neq 0$ .  
Faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar  $a$  agus  $b$ .
2. (a) Réitigh le haghaidh  $x$ :  $|2x - 1| \leq 3$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbb{R}$ .
- (b) Is iad  $\alpha$  agus  $\frac{1}{\alpha}$  fréamhacha na cothromóide cearnaí  $3kx^2 - 18tx + (2k + 3) = 0$ , áit ar tairisigh iad  $t$  agus  $k$ .
- (i) Faigh luach  $k$ .
- (ii) Má tá ceann amháin de na fréamhacha ceithre huairé níos mó ná an ceann eile, faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar  $t$ .
- (c) Bíodh  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + a}$ , áit ar tairiseach é  $a$ .
- (i) Má tá  $a = 13$ , ansin cruthaigh go bhfuil  $f(x) > 0$  do gach  $x \in \mathbb{R}$ .
- (ii) Má tá  $a = 13$ , ansin cruthaigh go bhfuil  $f(x) < 1$  do gach  $x \in \mathbb{R}$ .
- (iii) Faigh raon na luachanna ar  $a$  a fhágann go bhfuil  $0 < f(x) < 1$ , do gach  $x \in \mathbb{R}$ .

3. (a) Sloinn  $\frac{1+2i}{2-i}$  san fhoirm  $a+bi$ , áit a bhfuil  $i^2 = -1$ .
- (b) (i) Faigh an dá uimhir choimpléascacha  $a+bi$  sa chaoi go bhfuil  $(a+bi)^2 = -3+4i$ .
- (ii) Uaidh sin réitigh an chothromóid  $x^2 + x + 1 - i = 0$ .
- (c) (i) Bíodh  $A$  agus  $B$  ina maitrísí  $2 \times 2$ , áit a bhfuil inbhéarta ag  $A$ .  
Taispeáin go bhfuil  $(A^{-1}BA)^n = A^{-1}B^nA$  do gach  $n \in \mathbb{N}$ .
- Bíodh  $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$  agus  $M = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -10 & 6 \end{pmatrix}$ .
- (ii) Luacháil  $P^{-1}MP$  agus uaidh sin  $(P^{-1}MP)^n$ .
- (iii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil  $M^n = M$ , do gach  $n \in \mathbb{N}$ .
4. (a) I seicheamh comhbhreise, is é  $-3$  an tríú téarma agus is é  $-15$  an séú téarma. Faigh an chéad téarma agus an chomhbheis.
- (b) Bíodh  $u_n = l\left(\frac{1}{2}\right)^n + m(-1)^n$  do gach  $n \in \mathbb{N}$ .
- (i) Fíoraigh go sásaíonn  $u_n$  an chothromóid  $2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0$ .
- (ii) Má tá  $a_k = u_k + u_{k+1}$ , sloinn  $a_k$  i dtéarmaí  $k$  agus  $l$ .
- (iii) Faigh  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ , i dtéarmaí  $l$ .
- (iv) Sa chás  $l > 0$ , faigh  $n$ , an tslánuimhir dheimhneach is lú a fhágann
- $$\sum_{k=1}^n a_k > (0.99) \sum_{k=1}^{\infty} a_k.$$

5. (a) Faigh chomhéifeacht  $x^8$  i bhforbairt  $(x^2 - 1)^{10}$ .
- (b) (i) Réitigh an chothromóid:  

$$\log_2 x - \log_2 (x - 1) = 4 \log_4 2.$$
- (ii) Réitigh an chothromóid:  

$$3^{2x+1} - 17(3^x) - 6 = 0.$$
 Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.
- (c) Cruthaigh, trí ionduchtú, gur fachtóir é 9 de  $5^{2n+1} + 2^{4n+2}$ , do gach  $n \in \mathbb{N}$ .
6. (a) Dífreáil  $\cos^2 x$  i leith  $x$ .
- (b) Is í an chothromóid atá ag cuar ná  $y = e^{-x^2}$ .
- (i) Faigh  $\frac{dy}{dx}$ .
- (ii) Faigh comhordanáidí phointe casaidh an chuair.
- (iii) Déan amach cé acu uaspointe logánta nó íospointe logánta é an pointe casaidh seo.
- (c) Sainítear an fheidhm  $f$  mar  $x \rightarrow \frac{2x}{x+1}$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
- (i) Faigh cothromóidí na  $n$ -asamtóití atá ag an gcuar  $y = f(x)$ .
- (ii) Is dhá phointe ar leith iad  $P$  agus  $Q$  ar an gcuar  $y = f(x)$ .  
 Tá an tadhlaí ag  $Q$  comhthreomhar leis an tadhlaí ag  $P$ .  
 Is iad  $(1, 1)$  comhordanáidí an phointe  $P$ .  
 Faigh comhordanáidí  $Q$ .
- (iii) Fíoraigh gurb é pointe trasnaithe na  $n$ -asamtóití lárphointe  $[PQ]$ .

7. (a) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuair  $x^2 + y^3 = x - 2$  ag an bpointe  $(3, -2)$ .

(b) Déantar cuair a shainiú leis na cothromóidí paraiméadracha

$$x = \frac{t-1}{t+1} \quad \text{agus} \quad y = \frac{-4t}{(t+1)^2}, \quad \text{áit } t \neq -1.$$

(i) Faigh  $\frac{dx}{dt}$  agus  $\frac{dy}{dt}$ .

(ii) Uaidh sin faigh  $\frac{dy}{dx}$ , agus sloinn do fhreagra i dtéarmaí  $x$ .

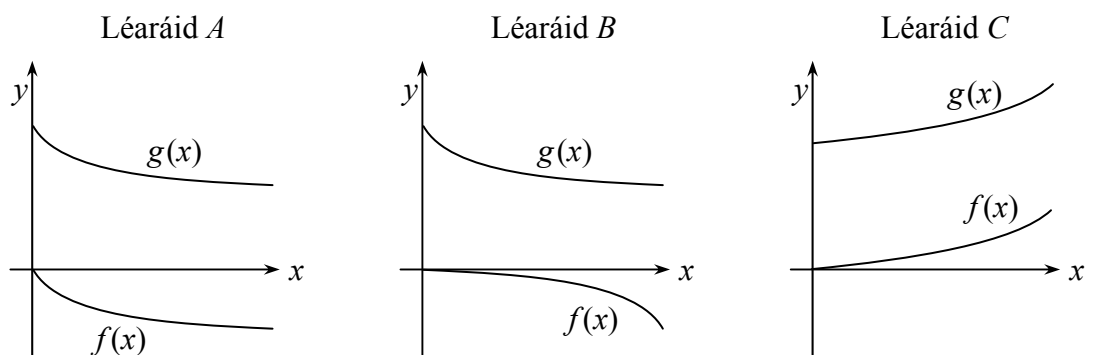
(c) Sainítear na feidhmeanna  $f$  agus  $g$  san fhearann  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$  mar seo a leanas:

$$f: x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{-x}{x+1}\right) \quad \text{agus} \quad g: x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x}\right).$$

(i) Taispeáin go bhfuil  $f'(x) = \frac{-1}{2x^2 + 2x + 1}$ .

(ii) Is féidir a thaispeáint go bhfuil  $f'(x) = g'(x)$ .

Léiríonn ceann amháin de na trí léaráid  $A$ ,  $B$ , nó  $C$  thíos cuid de graf  $f$  agus cuid de graf  $g$ . Agus do fhreagra bunaithe ar na díorthaigh amháin, luaigh cén léaráid an ceann ceart, agus luaigh freisin, i gcás an dá léaráid eile, cén fáth a bhfuil an léaráid sin mícheart.



8. (a) Faigh  $\int (x^3 + \sqrt{x}) dx$ .

(b) (i) Luacháil  $\int_0^2 \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx$ .

(ii) Luacháil  $\int_0^2 \frac{x^2+2x+2}{x+1} dx$ .

(c) Bain úsáid as modhanna suimeála chun an fhoirmle  $A = \pi r^2$  d'achar diosca a bhfuil ga  $r$  ann a bhunú.

# Leathanach Bán

# Leathanach Bán