



**Coimisiún na Scrúduithe Stáit**

**An Ardteistiméireacht, 2011**

**Aistriúchán  
Ar Scéim Mharcála**

**Matamaitic**

**Ardleibhéal**



# Clár Ábhar

*Leathanach*

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1 .....	4
CEIST 1 .....	5
CEIST 2 .....	9
CEIST 3 .....	12
CEIST 4 .....	15
CEIST 5 .....	17
CEIST 6 .....	21
CEIST 7 .....	24
CEIST 8 .....	28
TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2 .....	35
CEIST 1 .....	36
CEIST 2 .....	41
CEIST 3 .....	44
CEIST 4 .....	47
CEIST 5 .....	50
CEIST 6 .....	53
CEIST 7 .....	56
CEIST 8 .....	60
CEIST 9 .....	64
CEIST 10 .....	67
CEIST 11 .....	70
MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE .....	73

## TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1

1. Gabhann trí chineál pionóis le saothar na n-iarrthóirí mar seo a leanas:

- Botúin – earráidí matamaiticiúla / ábhar fágtha ar lár (-3)
- Sciorthaí – earráidí uimhriúla (-1)
- Míléamh (ar choinníoll nach ndéantar an tasc a róshimpliú (-1).

Liostaítear sa scéim na hearráidí a tharlaíonn go minic nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm ina leith. Lipéadaítear iad amhail: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Níl na liostaí seo uileghabhálach.

2. Tabhair an méid a leanas faoi deara agus marcanna iarrachta á dtabhairt, e.g. Iarr. (3):

- tá an marc iarrachta tuillte i gcuid de cheist má léirítear aon chéim *cheart, ábhartha* sa chuid sin;
- ní mór an marc iarrachta a thabhairt i gcás go mbíonn an marc níos lú ná an marc iarrachta tar éis asbhaintí; agus
- ní thugtar marc idir nialas agus an marc iarrachta choíche.

3. Ní thugtar marcanna ar bith as saothar gan fiúntas. Liostaítear roinnt samplaí dá leithéid sa scéim agus lipéadaítear iad amhail W1, W2, ...etc.

4. Ciallaíonn an frása “marcanna go léir nó marcanna ar bith” (“hit or miss”) nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha uile nó faigheann sé nialas.

5. Ciallaíonn an frása “agus stopann” nach bhfuil aon saothar fiúntach eile á léiriú ag an iarrthóir.

6. Cuireann réiltín nótaí speisialta in iúl a bhaineann le marcáil coda ar leith de cheist. Faightear na nótaí seo go díreach tar éis an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.

7. Níl sé i gceist go bhfuil na réitigh shamplacha i gcomhair gach ceiste ina liostaí uileghabhálacha – d’fhéadfadh réitigh chearta eile a bheith ann. Ba chóir do scrúdaitheoir nach bhfuil cinnte faoi bhailíocht an chuir chuige a úsáideann iarrthóir ar leith le haghaidh ceiste ar leith dul i dteagmháil lena scrúdaitheoir comhairleach.

8. Mura léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin má cuireadh na hiarrachtaí ar ceal.

9. Ní ghearrfar pionós ach uair *amháin* maidir leis an earráid *chéanna* sa mhír *chéanna* de cheist.

10. Tá cásanna áirithe, fíorúcháin agus freagraí a dhíorthaítear ó léaráidí (mura n-iarrtar a mhalairt) nach dtuillteann ach marcanna iarrachta ar a mhéad.

11. Marc iarrachta ar a mhéad a thugtar i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh atá tromchúiseach.

12. Ná gearr pionós as ucht camóg a úsáid i gcomhair pointe deachúlach, e.g. féadfar €5.50 a scríobh mar €5,50.

## CEIST 1

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>
-----------------	-------------------------	---------------------

<b>1.</b>	<b>(a)</b>	Simpligh go hiomlán $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1}$
-----------	------------	---

<b>Codán a bhunú</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Simplithe go hiomlán</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

<b>1 (a)</b>	$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} = \frac{(x+1)(x+1) - (x-1)(x-1) - 4}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 - 4}{(x+1)(x-1)}$ $= \frac{4x - 4}{(x+1)(x-1)} = \frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{4}{x+1}$
--------------	---

*Botúin (-3)*

B1 Fachtóirí, aon uair amháin

B2 Séana

B3 Cealú mícheart

<b>Cuid (b)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>
-----------------	---------------------------	------------------------

- |              |   |
|--------------|---|
| <b>1 (b)</b> | <p><b>(i)</b> Cruthaigh teoirim na bhfachtóirí d'iltéarmaigh de chéim 2.<br/>Is é sin, ag glacadh leis go bhfuil <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> agus gur uimhir í <math>k</math> sa chaoi go bhfuil <math>f(k) = 0</math>, cruthaigh gur fachtóir de <math>(x - k)</math> é <math>f(x)</math>.</p> <p><b>(ii)</b> Seasann teoirim na bhfachtóirí i gcás na n-iltéarmach de chéim níos airde freisin. Faigh na luachanna ar <math>n</math> a fhágann <math>(x + k)</math> ina fhachtóir den iltéarmach <math>g(x) = x^n + k^n</math>, áit a bhfuil <math>k \neq 0</math>.</p> |
|--------------|---|

<b>(b) (i) <math>f(x) - f(k)</math> fachtóirithe</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Cur i gcrích</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

<b>1 (b) (i)</b>	$f(x) = ax^2 + bx + c.$ $f(k) = ak^2 + bk + c.$ $\therefore f(x) - f(k) = a(x^2 - k^2) + b(x - k) = a(x + k)(x - k) + b(x - k).$ $\therefore f(x) - f(k) = (x - k)(ax + ak + b).$ $\therefore \text{Is fachtóir é } (x - k) \text{ de } f(x) - f(k).$ $\text{Ach is fachtóir é } f(k) = 0, \Rightarrow (x - k) \text{ de } f(x).$
------------------	---

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Fachtóirí

B3  $f(k) \neq 0$

Sciorrthai (-1)

S1 Uimhriúil

	<b>NÓ</b>	
<b>(b) (i) Roinnt a bhunú</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Cur i gcrích</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

<p><b>1 (b) (i)</b></p> $f(x) = ax^2 + bx + c$ $f(k) = ak^2 + bk + c$ $f(x) - f(k) = ax^2 + b - ak^2 - bk$ $\begin{array}{r} ax + (ak + b) \\ x - k \overline{) ax^2 + bx - ak^2 - bk} \\ \underline{ax^2 - akx} \\ (ak + b)x - ak^2 - bk \\ \underline{(ak + b)x - ak^2 - bk} \\ 0 \end{array}$ <p>Ach <math>f(k) = 0</math>, <math>\Rightarrow f(x) = (x - k)[ax + (ak + b)]</math></p>
---

Botúin (-3)

B1 Séana

Sciorrthai (-1)

S1 Uimhriúil

S2 Gan an comhartha a athrú agus dealú ar bun sa roinnt

<b>(b) (ii)</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
-----------------	----------------	----------------

<p><b>1 (b) (ii)</b></p> <p>Is fachtóir é <math>(x + k)</math> de <math>g(x) \Rightarrow g(-k) = 0</math>.</p> <p><math>\therefore (-k)^n + k^n = 0 \Rightarrow (-1)^n k^n + k^n = 0</math>.</p> <p><math>\therefore</math> Tá <math>n</math> corr <math>\Rightarrow n = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}</math>.</p>
---

Botúin (-3)

B1 Fréamh asbhainte ó fhachtóir

B2 Séana

B3  $(-1)^n$

B4 Gan an tacar réitigh a bheith luaite

B5 Gan ach luach amháin  $n$

**1 (c)** Is fachtóir é  $(x-a)^2$  de  $2x^3 - 5ax^2 + 8abx - 36a$ , áit a bhfuil  $a \neq 0$ .  
Faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar  $a$  agus  $b$ .

**Roinnt a bhunú****5 mharc****Iarr. 2****Fuíoll = 0****5 mharc****Iarr. 2****Comhéifeachtaí = 0****5 mharc****Iarr. 2****Cur i gcrích****5 mharc****Iarr. 2****1 (c)**

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2.$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 2ax + a^2 \overline{) 2x^3 - 5ax^2 + 8abx - 36a} \\
 \underline{2x^3 - 4ax^2 + 2a^2x} \\
 -ax^2 - 2a^2x + 8abx - 36a \\
 \underline{-ax^2 + 2a^2x - a^3} \\
 -4a^2x + 8abx - 36a + a^3
 \end{array}$$

$$\therefore (-4a^2 + 8ab)x + (a^3 - 36a) = 0.$$

$$\therefore -4a^2 + 8ab = 0 \Rightarrow a - 2b = 0 \text{ agus } a^2 - 36 = 0, \text{ mar } a \neq 0.$$

$$\therefore a = \pm 6 \text{ agus } b = \pm 3.$$

$$\text{i.e. } a = 6 \text{ agus } b = 3 \text{ nó } a = -6 \text{ agus } b = -3.$$

*Botúin (-3)*B1 Forbairt  $(x-a)^2$ , aon uair amháin

B2 Séana

B3 Gan téarmaí comhchosúla a úsáid agus comhéifeachtaí á gcothromú.

B4 Gan an dá luach den 1ú athróg.

*Sciorthaí (-1)*

S1 Gan an comhartha a athrú agus dealú ar bun

*Iarrachtaí*

A1 Aon iarracht an roinnt a dhéanamh do 2 mharc amháin

A2  $(x-a)$  mar fhachtóir.**NÓ**

<b>Fachtóir eile</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Iolrú ceart</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Comhéifeachtaí cothromaithe</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Luachanna</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**1 (c)**

$$\text{Fachtóir amháin} = (x^2 - 2ax + a^2)$$

$$\text{Fachtóir eile} = (2x - \frac{36}{a})$$

$$(x^2 - 2ax + a^2) \cdot (2x - \frac{36}{a}) = 2x^3 - 5ax^2 + 8abx - 36a$$

$$2x^3 - 4ax^2 + 2a^2x - \frac{36}{a}x^2 + 72x - 36a = 2x^3 + (-5a)x^2 + 8abx - 36a$$

$$2x^3 + (-4a - \frac{36}{a})x^2 + (2a^2 + 72)x - 36a = 2x^3 + (-5a)x^2 + (8ab)x - 36a$$

Comhéifeachtaí cothromaithe

$$(i) (-4a - \frac{36}{a}) = (-5a)$$

$$-4a^2 - 36 = -5a^2$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \pm 6$$

$$(ii) (2a^2 + 72) = 8ab$$

$$72 + 72 = 8ab$$

$$\Rightarrow ab = 18$$

$$a = \pm 6$$

$$\Rightarrow b = \pm 3$$

*Botúin (-3)*

B1 Séana

B2 Forbairt  $(x-a)^2$ , aon uair amháin

B3 Gan téarmaí comhchosúla a úsáid agus comhéifeachtaí á gcothromú.

B4 Gan an dá luach den chéad athróg

*Iarrachtaí*

A1 Gan an fachtóir eile bheith líneach, Iarr. 2 amháin



## CEIST 2

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>

**Cuid (a) 15 (10, 5) mharc Iarr. (3, 2)**

**2 (a)** Réitigh le haghaidh  $x$ :  $|2x-1| \leq 3$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbb{R}$ .

**Teorainneacha 10 marc Iarr. 2**  
**Raon 5 mharc Iarr. 2**

**2 (a)**

$$|2x-1| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq 2x-1 \leq 3.$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2.$$

*Botúin (-3)*

- B1 Teorainn uachtair
- B2 Teorainn íochtair
- B3 Comhartha éagothromóide
- B4 Séana
- B5 Raon mícheart
- B6 Gan raon ar bith

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Uimhriúil
- S2 Gan  $\geq$  ná  $\leq$

*Iarrachtaí*

- A1 Neamhaird déanta de chomhartha éagothromóide

### NÓ

**Éagothromóid chearnach fachtóirithe 10 marc Iarr. 3**  
**Raon 5 mharc Iarr. 2**

**2 (a)**

$$|2x-1| \leq 3$$

$$(2x-1)^2 \leq 9$$

$$4x^2 - 4x + 1 \leq 9$$

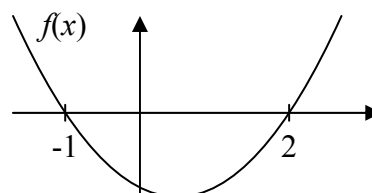
$$4x^2 - 4x - 8 \leq 0$$

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ nó } x = -1$$
  

$$f(x) \leq 0$$

$$-1 \leq x \leq 2$$


*Botúin (-3)*

- B1 Forbairt  $(2x-1)^2$ , aon uair amháin
- B2 Comhartha éagothromóide
- B3 Fachtóirí
- B4 Foirmle fréimhe, aon uair amháin
- B5 Fréamh asbhainte ó fhachtóir
- B6 Raon mícheart
- B7 Gan raon ar bith

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Uimhriúil
- S2 Gan  $\geq$  ná  $\leq$

*Iarrachtaí*

- A1 Neamhaird déanta de chomharthaí éagothromóide

**Cuid (b)**

**20 (5, 5, 5, 5) marc**

**Iarr. (2, 2, 2, 2)**

**2 (b)** Is iad  $\alpha$  agus  $\frac{1}{\alpha}$  fréamhacha na cothromóide cearnaí  $3kx^2 - 18tx + (2k + 3) = 0$ , áit ar tairisigh iad  $t$  agus  $k$ .

(i) Faigh luach  $k$ .

(ii) Má tá ceann amháin de na fréamhacha ceithre huairé níos mó ná an ceann eile, faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar  $t$ .

**(b) (i) Toradh fréamhacha**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**Luach  $k$**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**(b) (ii) Luach  $\alpha$**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**Luach  $t$**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**2 (b) (i)**

$$\alpha \left( \frac{1}{\alpha} \right) = \frac{2k+3}{3k} \Rightarrow \frac{2k+3}{3k} = 1 \Rightarrow k = 3.$$

**2 (b) (ii)**

$$k = 3 \Rightarrow 9x^2 - 18tx + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 2tx + 1 = 0.$$

$$\alpha = \frac{4}{\alpha} \Rightarrow \alpha^2 = 4 \Rightarrow \alpha = \pm 2.$$

$$= \alpha + \frac{1}{\alpha} = 2t \Rightarrow t = \frac{1}{2} \left( \pm \frac{5}{2} \right) = \pm \frac{5}{4}.$$

Suim na bhfréamhacha

*Botúin (-3)*

- B1 Séana
- B2 Suim na bhfréamhacha
- B3 Toradh na bhfréamhacha
- B4 Ráiteas na cothromóide cearnaí, aon uair amháin
- B5 Gan ach luach amháin ar  $t$ , áit a fhaightear dhá luach ar  $\alpha$ .

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Uimhriúil

2 (c) Bíodh  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + a}$ , áit ar tairiseach é  $a$ .

(i) Má tá  $a = 13$ , cruthaigh go bhfuil  $f(x) > 0$  do gach  $x \in \mathbf{R}$ .

(ii) Má tá  $a = 13$ , cruthaigh go bhfuil  $f(x) < 1$  do gach  $x \in \mathbf{R}$ .

(iii) Faigh raon na luachanna ar  $a$  a fhágann go bhfuil  $0 < f(x) < 1$ , do gach  $x \in \mathbf{R}$ .

Cuid (c) (i)

5 mharc

Iarr. 2

(c) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

(c) (iii)

5 mharc

Iarr. 2

2 (c) (i)

$$\frac{1}{x^2 - 6x + 13} = \frac{1}{(x-3)^2 + 4}$$

$$(x-3)^2 \geq 0 \text{ do gach } x \in \mathbf{R}. \Rightarrow (x-3)^2 + 4 > 0.$$

$$\therefore \frac{1}{x^2 - 6x + 13} > 0 \Rightarrow f(x) > 0 \text{ nuair } a = 13.$$

2 (c) (ii)

$$\frac{1}{x^2 - 6x + 13} = \frac{1}{(x-3)^2 + 4}$$

$$(x-3)^2 \geq 0 \Rightarrow (x-3)^2 + 4 > 1.$$

$$\therefore \frac{1}{x^2 - 6x + 13} < 1 \Rightarrow f(x) < 1 \text{ nuair } a = 13.$$

2 (c) (iii)

$$\frac{1}{x^2 - 6x + a} = \frac{1}{x^2 - 6x + 9 + (a-9)} = \frac{1}{(x-3)^2 + (a-9)}$$

Chun  $f(x)$  a fháil  $> 0$  i gcónaí, teastaíonn  $a > 9$  uainn, agus

Chun  $f(x)$  a fháil níos lú ná 1 i gcónaí, teastaíonn ainmneoir i gcónaí  $> 1$  uainn, sa tslí go bhfuil  $a > 10$ .

Faightear an choinníoll iomlán  $a > 10$  má chuirtear an dá choinníoll seo le chéile.

Botúin (-3)

B1 Gan  $(x-3)^2$

B2  $[(x-3)^2 + 4] \not\geq 0$

B3  $(x-3)^2 \not\geq 0$

B4  $[(x-3)^2 + 4] \not\geq 1$

B5 Asbhaint gach uair ón saothar léirithe

B6 Gan asbhaint ar bith gach uair

B7 Comhartha éagothromóide

### CEIST 3

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>
-----------------	-------------------------	---------------------

**3. (a)** Sloinn  $\frac{1+2i}{2-i}$  san fhoirm  $a+bi$ , áit a bhfuil  $i^2 = -1$ .

<b>Iolrú trí chomhchuingeach</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Luach</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**3 (a)** 
$$\frac{1+2i}{2-i} = \frac{(1+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+5i+2i^2}{4-i^2} = \frac{5i}{5} = i.$$

*Botúin (-3)*  
 B1 Séana  
 B2  $i$

*Sciorthaí (-1)*  
 S1 Uimhriúil

*Iarrachtaí*  
 A1 Gan an comhchuingeach ceart a úsáid

<b>Cuid (b)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>
-----------------	---------------------------	------------------------

**3 (b) (i)** Faigh an dá uimhir choimpléascacha  $a+bi$  sa chaoi go bhfuil  

$$(a+bi)^2 = -3+4i.$$

**(ii)** Uaidh sin, réitigh an chothromóid  $x^2+x+1-i=0$ .

<b>(i) Cothromóidí</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Cur i gcrích</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>(ii) Réitigh</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**3 (b) (i)**

$$(a+bi)^2 = -3+4i \Rightarrow a^2 - b^2 + 2abi = -3+4i.$$

$$\therefore a^2 - b^2 = -3 \text{ agus } ab = 2.$$

$$b = \frac{2}{a} \Rightarrow a^2 - \frac{4}{a^2} = -3 \Rightarrow a^4 + 3a^2 - 4 = 0.$$

$$\therefore (a^2 - 1)(a^2 + 4) = 0 \Rightarrow a^2 - 1 = 0 \text{ agus } a^2 + 4 \neq 0.$$

$$\therefore a = \pm 1 \Rightarrow b = \pm 2 \Rightarrow \text{is é } \pm(1+2i) \text{ an réiteach.}$$

**3 (b) (ii)**

$$x^2 + x + (1-i) = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(1-i)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3+4i}}{2}.$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm (1+2i)}{2} \text{ de réir cuid (i).}$$

$$x = \frac{-1+1+2i}{2} \text{ nó } x = \frac{-1-1-2i}{2} \Rightarrow x = i \text{ or } x = -1-i.$$

*Botúin (-3)*

- B1 Forbairt  $(a+ib)^2$
- B2 Séana
- B3  $i$
- B4 Gan téarmaí comhchosúla a úsáid
- B5 Fachtóirí
- B6 Foirmle chearnach
- B7 Luachanna iomarcacha (iad gan a bheith réadach)
- B8 Gan ach uimhir choimpléascach amháin faighte
- B9 Fréamh mhícheart asbhainte ó fheidhm

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Freagraí gan a bheith simplithe

**3 (c) (i)** Bíodh  $A$  agus  $B$  ina maitrísí  $2 \times 2$ , áit a bhfuil inbhéarta ag  $A$ .

Taispeáin go bhfuil  $(A^{-1}BA)^n = A^{-1}B^nA$  do gach  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\text{Bíodh } P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ agus } M = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -10 & 6 \end{pmatrix}.$$

**(ii)** Luacháil  $P^{-1}MP$  agus uaidh sin  $(P^{-1}MP)^n$ .

**(iii)** Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil  $M^n = M$ , do gach  $n \in \mathbb{N}$ .

**Cuid (c) (i)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**(c) (ii)  $P^{-1}MP$**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**$(P^{-1}MP)^n$**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**(c) (iii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**3 (c) (i)**

$$\begin{aligned} (A^{-1}BA)^n &= (A^{-1}BA)(A^{-1}BA)(A^{-1}BA)\dots\dots\dots(A^{-1}BA) \\ &= A^{-1}B(AA^{-1})B(AA^{-1})\dots\dots\dots(AA^{-1})BA \\ &= A^{-1}BIBI\dots\dots\dots IBA = A^{-1}BBBB\dots\dots BA \\ &= A^{-1}B^nA. \end{aligned}$$

(Nó trí ionduchtú)

**3 (c) (ii)**

$$P^{-1}MP = \frac{1}{(6-5)} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -10 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(P^{-1}MP)^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**3 (c) (iii)**

$$(P^{-1}MP)^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow P^{-1}M^nP = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \therefore M^n &= P \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} P^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -10 & 6 \end{pmatrix} \\ &= M. \end{aligned}$$

*Botúin (-3)*

B1  $P^{-1}$ : aon uair amháin

B2  $P^{-1}P \neq I$

B3 Séana

B4 Ord mícheart san iolrú

Nóta: Ní mór do  $(P^{-1}MP)$  bheith ina maitrís thrasnánach i gCuid (c) (ii) leis an 2ú 5 mharc a shaothrú; 0 marc murach sin.

## CEIST 4

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 (5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>40 (5, 5, 5, 5, 10, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2, 3, 2, 2)</b>

**Cuid (a)** **10 (5, 5) marc** **Iarr. (2, 2, 2)**

**4(a)** I seicheamh comhbhreise, is é  $-3$  an tríú téarma agus is é  $-15$  an séú téarma.  
Faigh an chéad téarma agus an chomhbhreis.

$T_3, T_6$  **5 mharc** **Iarr. 2**  
 $a$  agus  $d$  **5 mharc** **Iarr. 2**

**4 (a)**

$$a + 2d = -3$$

$$a + 5d = -15$$


---


$$3d = -12 \Rightarrow d = -4 \text{ agus } a = 5.$$

An chéad téarma = 5, an chomhbhreis =  $-4$ .

(NÓTA: féadfaidh  $a$  agus  $d$  bheith in ord ar bith)

*Botúin (-3)*

- B1 Téarma an tseichimh chomhbhreise
- B2 Foirmle don téarma: aon uair amháin
- B3  $a$  mícheart
- B4  $d$  mícheart

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Uimhriúil

**Cuid (b)** **40 (5, 5, 5, 5, 10, 5, 5) marc** **Iarr. (2, 2, 2, 2, 3, 2, 2)**

**4 (b)** Bíodh  $u_n = l\left(\frac{1}{2}\right)^n + m(-1)^n$  do gach  $n \in \mathbb{N}$ .

(i) Fíoraigh go sásaíonn  $u_n$  an chothromóid  $2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0$ .

(ii) Má tá  $a_k = u_k + u_{k+1}$ , sloinn  $a_k$  i dtéarmaí  $k$  agus  $l$ .

(iii) Sa chás  $l > 0$ , faigh  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ , i dtéarmaí  $l$ .

(iv) Faigh  $n$ , an tslánuimhir dheimhneach is lú, a fhágann  $\sum_{k=1}^n a_k > (0.99) \sum_{k=1}^{\infty} a_k$ .

<b>(b) (i) <math>u_{n+1}</math> agus <math>u_{n+2}</math> ceart</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Fíoraigh</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>(b) (ii) <math>u_{k+1}</math> ceart</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Sloinn</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>(b) (iii) <math>S_\infty</math></b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>(b) (iv) <math>S_n</math></b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Íoslúach <math>n</math></b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**4 (b) (i)**

$$2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 2l\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2} + 2m(-1)^{n+2} + l\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + m(-1)^{n+1} - l\left(\frac{1}{2}\right)^n - m(-1)^n.$$

$$= l\left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1\right) + m(-1)^n (2 - 1 - 1) = 0.$$

**4 (b) (ii)**

$$a_k = u_k + u_{k+1} \Rightarrow a_k = l\left(\frac{1}{2}\right)^k + m(-1)^k + l\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} + m(-1)^{k+1}.$$

$$\therefore a_k = l\left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{3}{2}\right) + m(-1)^k (1 - 1)$$

$$= \frac{3}{2}l\left(\frac{1}{2}\right)^k.$$

**4 (b) (iii)**

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \frac{3}{2}l\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}l\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}l\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \frac{3}{2}l\left(\frac{1}{2}\right)^k + \dots$$

Sraith iolraíoch gan teorainn í seo.  $\therefore \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \frac{\frac{3}{2}l}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}l.$

**4 (b) (iv)**

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{\frac{3}{2}l \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}l \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right].$$

$$\sum_{k=1}^n a_k > (0.99) \sum_{k=1}^{\infty} a_k \Rightarrow \frac{3}{2}l \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right] > (0.99) \frac{3}{2}l.$$

$$\therefore 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0.99 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n < 0.01 \Rightarrow n = 7.$$

*Botúin (-3)*

- B1 In  $u_{n+1}$ : aon uair amháin
- B2 In  $u_{n+2}$ : aon uair amháin
- B3 Séana
- B4  $(-1)^n$
- B5 Suim an tseichimh iolraíoch go héigríoch
- B6  $a$  mícheart
- B7  $r$  mícheart
- B8 Suim na dtéarmaí  $n$  den seicheamh iolraíoch
- B9 Gan na luachanna cearta in (iv) a úsáid: gan ach uair amháin
- B10 Dlíte na logartam
- B11 Gan a bheith ar an tslánuimhir is lú



## CEIST 5

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 (5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>20 (5, 5, 10) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 3)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 (5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2)</b>
-----------------	-----------------------	---------------------

**(a)** Faigh comhéifeacht  $x^8$  i bhforbairt  $(x^2 - 1)^{10}$ .

<b><math>T_7</math></b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Luach</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**5 (a)**

$[x^2 + (-1)]^{10}$       Bíodh  $u_{r+1}$  mar an  $r$ ú téarma

$$u_{r+1} = \binom{10}{r} (x^2)^{10-r} (-1)^r$$

$$\Rightarrow k(x^{20-2r}) = k(x^8)$$

$$\Rightarrow 20 - 2r = 8$$

$$12 = 2r$$

$$r = 6$$

Téarma:  $u_7 = \binom{10}{6} (x^2)^4 (-1)^6 = \binom{10}{4} x^8 = 210x^8$

Comhéifeacht: 210

**NÓ**

$$[x^2 + (-1)]^{10} = (x^2)^{10} + \binom{10}{1} (x^2)^9 (-1)^1 + \binom{10}{2} (x^2)^8 (-1)^2$$

$$+ \binom{10}{3} (x^2)^7 (-1)^3 + \binom{10}{4} (x^2)^6 (-1)^4$$

$$+ \binom{10}{5} (x^2)^5 (-1)^5 + \binom{10}{6} (x^2)^4 (-1)^6 + \dots$$

$$\Rightarrow u_7 = \binom{10}{6} (x^8)(1) = 210x^8$$

Comhéifeacht: 210

*Botúin (-3)*

- B1 Téarma ginearálta
- B2 Earráidí i bhforbairt dhéthéarmach: aon uair amháin
- B3 Séana
- B4 Earráid i luach  $\binom{n}{r}$  nó gan luach ar bith ar  $\binom{n}{r}$

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2)

5 (b)

(i) Réitigh an chothromóid:

$$\log_2 x - \log_2 (x-1) = 4\log_4 2.$$

(ii) Réitigh an chothromóid:

$$3^{2x+1} - 17(3)^x - 6 = 0.$$

Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

Cuid (b) (i)  $\log f(x) = 2$

5 mharc

Iarr. 2

Luach  $x$

5 mharc

Iarr. 2

5 (b) (i)

$$\log_2 x - \log_2 (x-1) = 4\log_4 2$$

$$\therefore \log_2 \frac{x}{x-1} = \log_4 16 = 2$$

$$\therefore \frac{x}{x-1} = 4 \Rightarrow 4x - 4 = x \Rightarrow x = \frac{4}{3}.$$

*Botúin (-3)*

B1 Dlíthe na logartam

B2 Séana

*Gan fiúntas*

W1 Ligeann 'log' ar lár

Cuid (b) (ii) Slonn cearnach fachtóirithe 5 mharc

Iarr. 2

Luach  $x$

5 mharc

Iarr. 2

5 (b) (ii)

$$3^{2x+1} - 17(3)^x - 6 = 0. \text{ Bíodh } y = 3^x.$$

$$\therefore 3y^2 - 17y - 6 = 0.$$

$$(y-6)(3y+1) = 0 \Rightarrow y = 6, y \neq -\frac{1}{3}.$$

$$\therefore 3^x = 6 \Rightarrow x \log_e 3 = \log_e 6 \Rightarrow x = \frac{\log_e 6}{\log_e 3} = 1.63.$$

*Botúin (-3)*

B1 Séana

B2 Fachtóirí: aon uair amháin

B3 Foirmle fréimhe: aon uair amháin

B4 Logartaim

B5 Baineann úsáid as  $y = -\frac{1}{3}$

*Sciorthaí (-1)*

S1 Uimhriúil

S2 Gan a bheith go dtí dhá ionad dheachúlacha.

*Iarrachtaí*

A1 Gan a bheith ina chothromóid chearnach

A2 Freagra ceart trí thriail is earráid

5 (c)

Cruthaigh, trí ionduchtú, gur fachtóir é 9 de  $5^{2n+1} + 2^{4n+2}$ , do gach  $n \in \mathbb{N}$ .

Cuid (c)  $P(1)$ 

5 mharc

Iarr. 2

 $P(k)$ 

5 mharc

Iarr. 2

 $P(k+1)$ 

10 marc

Iarr. 3

5 (c)

Tástáil le haghaidh  $n = 1$ .

$$P(1): 5^3 + 2^6 = 189 = 9 \times 21.$$

$\therefore$  Fíor do  $n = 1$ .

Glac leis gur fíor é do  $n = k$ .

$$P(k): \text{ tá } 5^{2k+1} + 2^{4k+2} \text{ inroinnte ar } 9.$$

Tástáil le haghaidh  $n = k + 1$ .

$$\begin{aligned} P(k+1): 5^{2k+3} + 2^{4k+6} &= 25 \cdot 5^{2k+1} + 16 \cdot 2^{4k+2} = (9+16) \cdot 5^{2k+1} + 16 \cdot 2^{4k+2} \\ &= 9 \cdot 5^{2k+1} + 16(5^{2k+1} + 2^{4k+2}), \text{ atá inroinnte ar } 9. \end{aligned}$$

$\therefore$  Fíor do  $n = k + 1$ .

Aon uair gur fíor é  $P(k)$ , is fíor  $P(k+1)$ .

Ós rud é gur fíor  $P(1)$ , mar sin de, trí ionduchtú is fíor  $P(n)$  do gach  $n \in \mathbb{N}$ .

\* Nóta: glac  $n = 0$  mar an bunchás.

## NÓ

5 (c)

Chun a chruthú go bhfuil  $(5^{2n+1} + 2^{4n+2})$  inroinnte ar 9

Tástáil  $n=1$

$$P(1): 5^3 + 2^6 = 125 + 64 = 189 = 9(21)$$

$\Rightarrow$  Fíor do  $n = 1$

Glac leis gur fíor do  $n = k$

$$P(k): \text{ tá } (5^{2k+1} + 2^{4k+2}) \text{ inroinnte ar } 9 \quad (*)$$

Chun a chruthú: tá  $(5^{2k+3} + 2^{4k+6})$  inroinnte ar 9

$$\text{Bíodh } f(k) = 5^{2k+1} + 2^{4k+2}$$

Má ghlactar leis go bhfuil  $f(k)$  inroinnte ar 9, beidh  $f(k+1)$  inroinnte ar 9 más féidir  $[f(k+1) - f(k)]$  a roinnt ar 9 agus sa chás sin amháin.

$$\begin{aligned}
f(k+1) - f(k) &= (5^{2k+3} + 2^{4k+2}) - (5^{2k+1} + 2^{4k+2}) \\
&= 25(5^{2k+1}) + 16(2^{4k+2}) - 5^{2k+1} - 2^{4k+2} \\
&= 24(5^{2k+1}) + 15(2^{4k+2}) \\
&= (27-3)(5^{2k+1}) + (18-3)(2^{4k+2}) \\
&= 27(5^{2k+1}) + 18(2^{4k+2}) - 3(5^{2k+1}) - 3(2^{4k+2}) \\
&= 9[3(5^{2k+1}) + 2(2^{4k+2})] - 3[5^{2k+1} + 2^{4k+2}] \\
&\quad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
&\text{Inroinnte ar 9} \qquad \qquad \text{Inroinnte ar 9 ó (*) thuas}
\end{aligned}$$

$\Rightarrow f(k+1) - f(k)$  inroinnte ar 9

Aon uair gur fíor é  $P(k)$ , is fíor é  $P(k+1)$ . Ós rud é gur fíor  $P(1)$ , mar sin de, trí ionduchtú is fíor uile iad  $P(2), P(3), P(4)$ ...

*Botúin (-3)*

B1 Séana

B2  $n \geq 2$

*Sciorthaí (-1)*

S1 Uimhriúil

Nóta: Ní mór céim  $P(1)$  a chruthú. Ní leor a lua gur fíor  $P(n)$  do  $n=1$

## CEIST 6

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

**(a)** Dífreáil  $\cos^2 x$  i leith  $x$ .

**6 (a)**

$$f(x) = \cos^2 x \Rightarrow f'(x) = -2 \cos x \sin x.$$

*Botúin (-3)*

B1 Dífreáil

*Iarrachtaí*

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála (cuingriail)

<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
-----------------	-----------------------------	---------------------------

**6 (b)** Is í an chothromóid atá ag cuar ná  $y = e^{-x^2}$ .

**(i)** Faigh  $\frac{dy}{dx}$ .

**(ii)** Faigh comhordanáidí phointe casaidh an chuair.

**(iii)** Déan amach cé acu uasphointe logánta nó íospointe logánta é an pointe casaidh seo.

<b>Cuid (b) (i)</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>(ii) <math>f'(x) = 0</math></b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Pointe casaidh</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>(iii)</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**6 (b) (i)**

$$\frac{dy}{dx} = e^{-x^2} (-2x).$$

**6 (b) (ii)**

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow e^{-x^2} (-2x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ agus } y = 1. \text{ Is é } (0, 1) \text{ an pointe casaidh}$$

**6 (b) (iii)**

$$\frac{d^2y}{dx^2} = e^{-x^2} (-2x)(-2x) - 2e^{-x^2} = e^{-x^2} (4x^2 - 2)$$

$$\text{I gcás } x = 0, \frac{d^2y}{dx^2} = -2e^0 = -2 < 0 \Rightarrow (0, 1), \text{ is uasphointe logánta é.}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Dífreáil

B3  $e^{-x^2} = 0$

B4 Gan an 2ú difreálach

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála (cuingriail)

Nóta: D'fhéadfadh saothar róshimplithe in (i) bheith ina ábhar iarrachta ar a mhéad in (ii) agus in (iii).

**Cuid (c)**

**15 (5, 5, 5) mharc**

**Iarr. (2, 2, 2)**

**6 (c)** Sainítear an fheidhm  $f$  mar  $x \rightarrow \frac{2x}{x+1}$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$ .

**(i)** Faigh cothromóidí na n-asamtóití atá ag an gcuar  $y = f(x)$ .

**(ii)** Is dhá phointe ar leith iad  $P$  agus  $Q$  ar an gcuar  $y = f(x)$ . iad.

Tá an tadhlaí ag  $Q$  comhthreomhar leis an tadhlaí ag  $P$ . Is iad  $(1, 1)$  comhordanáidí  $P$ .

Faigh comhordanáidí  $Q$ .

**(iii)** Fíoraigh gurb é pointe trasnaithe na n-asamtóití lárphointe  $[PQ]$ .

**Cuid (c) (i)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**(ii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**(iii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**6 (b) (i)**

$x = -1$  an asamtóit ingearach.

Is asamtóit chothrománach  $\text{tr } \frac{2x}{x+1} = \text{tr } \frac{2}{1+\frac{1}{x}} = 2 \Rightarrow y = 2$ .

**6 (c) (ii)**

$f'(x) = \frac{2(x+1) - 2x(1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$ . Fána ag  $P(1, 1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

Fána ag  $Q = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (x+1)^2 = 4$ .

$\therefore x+1 = \pm 2 \Rightarrow x = 1$  or  $x = -3$ .  $\therefore Q$  is  $(-3, 3)$ .

**NÓ**

$$\begin{aligned}
 (x+1)^2 &= 4 \\
 x^2 + 2x + 1 - 4 &= 0 \\
 x^2 + 2x - 3 &= 0 \\
 (x+3)(x-1) &= 0 \\
 \Rightarrow x+3 &= 0 \quad \text{nó} \quad x-1 = 0 \\
 x &= -3 \quad \text{nó} \quad x = 1 \\
 \downarrow & \qquad \qquad \downarrow \\
 Q(-3,3) & \qquad \qquad P(1,1)
 \end{aligned}$$

**6 (c) (iii)** Trasnaíonn asamtóití a chéile ag  $(-1, 2)$ ,  $P(1, 1)$  and  $Q(-3, 3)$ .  
Is é  $(-1, 2)$  lárphointe  $PQ$ .

*Botúin (-3)*

- B1 Asamtóití
- B2 Teorainneacha
- B3 Difreáil
- B4 Séana
- B5 Foirmle le haghaidh na líne lárphointe

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Uimhriúil

*Iarrachtaí*

- A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

Nóta: Ní féidir an 2ú 5 mharc a fháil in (c) (ii) mura mbíonn an fhána ag Q cothrom leis an bhfána ag P.

## CEIST 7

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 (5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>25 (10, 10, 5) marc</b>	<b>Iarr. (3, 3, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>

**Cuid (a)** **10 (5, 5) marc** **Iarr. (2, 2)**

7 (a) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuair  $x^2 + y^3 = x - 2$  ag an bpointe  $(3, -2)$ .

**Difreáil** **5 mharc** **Iarr. 2**  
**Fána** **5 mharc** **Iarr. 2**

7 (a)

$$2x + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1 - 2x}{3y^2}. \therefore \text{Fána an tadhlaí ag } (3, -2) = \frac{-5}{12}.$$

*Botúin (-3)*

B1 Difreáil

B2 Séana

B3 Luach mícheart ar  $x$  nó luach ar bith ar  $x$  san fhána

B4 Luach mícheart ar  $y$  nó luach ar bith ar  $y$  san fhána

*Sciorthaí (-1)*

S1 Uimhriúil

*Iarrachtaí*

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

A2  $\frac{dy}{dx} = 2x + 3y^2 \frac{dy}{dx} = 1$  agus úsáidtear an dá  $\left(\frac{dy}{dx}\right)$  théarma



Cuid (b)

25 (10, 10, 5) marc

Iarr. (3, 3, 2)

7 (b) Déantar cuar a shainiú leis na cothromóidí paraiméadracha

$$x = \frac{t-1}{t+1} \quad \text{agus} \quad y = \frac{-4t}{(t+1)^2}, \quad \text{áit } t \neq -1.$$

(i) Faigh  $\frac{dx}{dt}$  agus  $\frac{dy}{dt}$ .

(ii) Uaidh sin, faigh  $\frac{dy}{dx}$ , agus sloinn do fhreagra i dtéarmaí  $x$ .

Part (b)  $\frac{dx}{dt}$

10 marc

Iarr. 3

$\frac{dy}{dt}$

10 marc

Iarr. 3

$\frac{dy}{dx}$

5 mharc

Iarr. 2

7 (b) (i)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1(t+1) - 1(t-1)}{(t+1)^2} = \frac{2}{(t+1)^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-4(t+1)^2 + 4t(2)(t+1)}{(t+1)^4} = \frac{-4(t+1) + 8t}{(t+1)^3} = \frac{4(t-1)}{(t+1)^3}$$

7 (b) (ii)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{4(t-1)}{(t+1)^3} \times \frac{(t+1)^2}{2} = \frac{2(t-1)}{t+1} = 2x$$

*Botúin (-3)*

B1 Dífreáil

B2 Séana

B3 Earráid agus  $\frac{dy}{dx}$  á fháil

*Iarrachtaí*

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

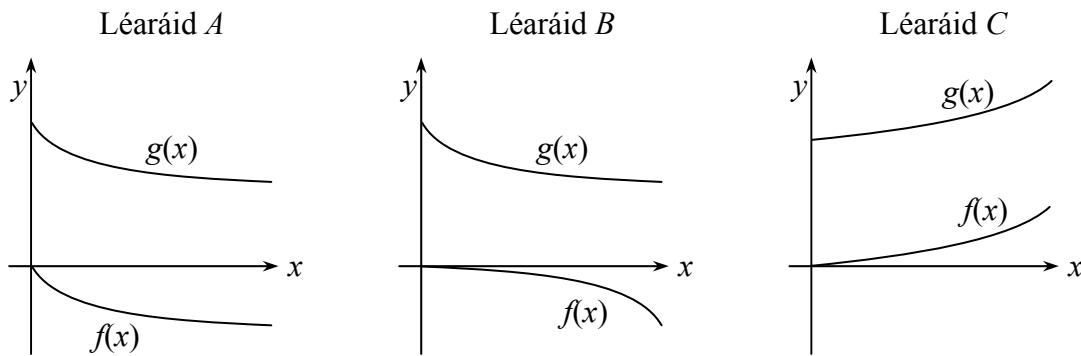
(c) Sainítear na feidhmeanna  $f$  agus  $g$  san fhearann  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$  mar seo a leanas:

$$f : x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{-x}{x+1}\right) \text{ agus } g : x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x}\right).$$

(i) Taispeáin go bhfuil  $f'(x) = \frac{-1}{2x^2 + 2x + 1}$ .

(ii) Is féidir a thaispeáint go bhfuil  $f'(x) = g'(x)$ .

Léiríonn ceann amháin de na trí léaráid A, B, nó C thíos codanna de ghraf  $f$  agus de ghraf  $g$ . Agus do fhreagra bunaithe ar na díorthaigh amháin, luaigh cén léaráid an ceann ceart, agus luaigh freisin, i gcás an dá léaráid eile, cén fáth a bhfuil na léaráidí sin mícheart.



c(i)

10 marc

Iarr. 3

7 (c) (i)

$$f(x) : x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{-x}{x+1}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{-x}{x+1}\right)^2} \times \frac{-1(x+1) + x(1)}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x + 1 + x^2} \times \frac{-1}{(x+1)^2} = \frac{-1}{2x^2 + 2x + 1}$$

NÓ

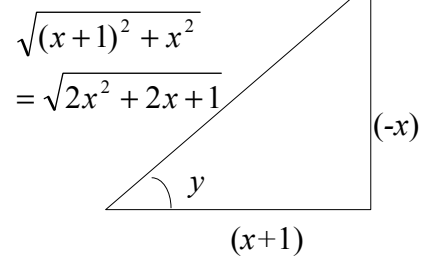
$$y = \tan^{-1}\left(\frac{-x}{x+1}\right)$$

$$\tan y = \frac{-x}{x+1}$$

$$\sec^2 y \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)(-1) - (-x)(1)}{(x+1)^2}$$

$$\frac{1}{\cos^2 y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{-x-1+x}{(x+1)^2}$$

$$\frac{1}{\cos^2 y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(x+1)^2}$$



$$\cos y = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}$$

$$\cos^2 y = \frac{(x+1)^2}{2x^2 + 2x + 1}$$

(.../)

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{-\cos^2 y}{(x+1)^2} \\ &= \frac{-1}{(x+1)^2} \cdot \frac{(x+1)^2}{2x^2 + 2x + 1} \\ &= \frac{-1}{2x^2 + 2x + 1}\end{aligned}$$

*Botúin (-3)*

- B1 Dífreáil
- B2 Séana
- B3 Earráid i luach tan y
- B4 Earráid i luach cos y
- B5 Sleasa an triantáin: aon uair amháin

*Iarrachtaí*

- A1 Earráid i bhfoirmle na difreála agus, uaidh sin, Iarr. 2 ar a mhéad maidir le simpliú

**Cuid (c) (ii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**7 (c) (ii)**

Tá Léaráid A ceart.

Ní fhéadfadh Léaráid B bheith ceart siocair nach bhfuil na cuair seo “comhthreomhar” (i.e. comhionann suas le haistriú ingearach, atá riachtanach toisc go a bhfuil a gcuid díorthach cothrom don uile  $x$ ).

Ní fhéadfadh Léaráid C bheith ceart siocair go bhfuil na graif seo ag méadú agus ba cheart go mbeadh siad ag laghdú toisc go bhfuil a gcuid díorthach diúltach do  $x > 0$ .

**NÓ**

Ag glacadh le  $f'(x) = g'(x)$

$\Rightarrow m_1 = m_2$  (na fánaí mar an gcéanna)

$\Rightarrow$  cuair chomhthreomhara

$$f'(x) = \frac{-1}{2x^2 + 2x + 1} < 0 \text{ nuair } x > 0$$

$\Rightarrow$  Is feidhmeana laghdaitheacha iad  $f(x)$  agus  $g(x)$ .

Léaráid A: ceart

Léaráid B: níl na cuair comhthreomhar

Léaráid C: tá na cuair ag méadú

*Botúin (-3)*

- B1 Ráiteas mícheart

## CEIST 8

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>25 (5, 5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>10 (5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

<b>8</b>	<b>(a)</b>	Faigh $\int (x^3 + \sqrt{x}) dx$ .
----------	------------	------------------------------------

<b>8</b>	<b>(a)</b>	$\int (x^3 + \sqrt{x}) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c.$
----------	------------	---

- Botúin (-3)*
- B1 Suimeáil
  - B2 Séana
  - B3 Gan ‘c’ ar bith

<b>Cuid (b)</b>	<b>25 (5, 5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2, 2)</b>
-----------------	--------------------------------	------------------------------

<b>8</b>	<b>(b)</b>	<b>(i)</b>	Luacháil $\int_0^2 \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx$ .
		<b>(ii)</b>	Luacháil $\int_0^2 \frac{x^2+2x+2}{x+1} dx$ .

<b>Cuid (b) (i) Ionadú ceart</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Suimeáil</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Teorainneacha</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

<b>8</b>	<b>(b)</b>	<b>(i)</b>	$\int_0^2 \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx.$	Biodh $u = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow du = (2x + 2)dx$ .
			$= \frac{1}{2} \int_2^{10} \frac{du}{u} = \frac{1}{2} [\log_e u]_2^{10} = \frac{1}{2} [\log_e 10 - \log_e 2] = \frac{1}{2} \log_e 5 = \log_e \sqrt{5}.$	

- Botúin (-3)*
- B1 Suimeáil
  - B2 Difreáil
  - B3 Logartaim
  - B4 Teorainneacha
  - B5 Ord mícheart maidir le cur chun feidhme teorainneacha

B6 Gan teorainneacha ionadaithe a ríomh

B7 Gan teorainneacha a athrú

*Sciorthaí (-1)*

S1 Uimhriúil

**Cuid (b) (ii) Suimeáil  
Teorainneacha**

**5 mharc  
5 mharc**

**Iarr. 2  
Iarr. 2**

**8 (b) (ii)**

$$\begin{aligned}\therefore \int_0^2 \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} dx &= \int_0^2 \frac{(x + 1)^2 + 1}{x + 1} dx = \int_0^2 \left( (x + 1) + \frac{1}{x + 1} \right) dx \\ &= \left[ \frac{1}{2} x^2 + x + \log_e(x + 1) \right]_0^2 = 2 + 2 + \log_e 3 = 4 + \log_e 3.\end{aligned}$$

**NÓ**

$$\begin{aligned}\int \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} dx &= \int \left[ (x + 1) + \left( \frac{1}{x + 1} \right) \right] dx \\ &= \int (x + 1) dx + \int \frac{1}{x + 1} dx \\ &= \frac{x^2 + x}{x + 2} + \frac{x + 1}{1}\end{aligned}$$

Cuir i gcrích mar atá thuas.

*Botúin (-3)*

B1 Suimeáil

B2 Difreáil

B3 Logartaim

B4 Teorainneacha

B5 Ord mícheart maidir le cur chun feidhme teorainneacha

B6 Gan teorainneacha ionadaithe a ríomh

B7 Gan teorainneacha a athrú

*Sciorthaí (-1)*

S1 Uimhriúil

S2 Gan an comhartha a athrú agus dealú ar bun i roinnt

8 (c) Bain úsáid as modhanna suimeála chun an fhoirmle  $A = \pi r^2$  a bhunú d'achar diosca a bhfuil ga  $r$  aige.

Bunú

5 mharc

Iarr. 2

Cur i gcrích

5 mharc

Iarr. 2

8 (c)

$x^2 + y^2 = r^2$  ina chiorcal, lár  $(0, 0)$ , ga  $= r$ .

$$\text{Achar an diosca} = A = 4 \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

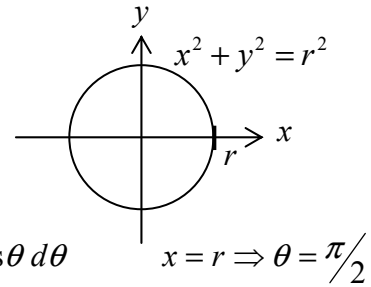
$$\text{Bíodh } x = r \sin \theta \Rightarrow dx = r \cos \theta d\theta.$$

$$\therefore A = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{r^2 - r^2 \sin^2 \theta} \cdot r \cos \theta d\theta = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{r^2 (1 - \sin^2 \theta)} \cdot r \cos \theta d\theta$$

$$= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2 \cos^2 \theta d\theta = (4r^2) \frac{1}{2} [\theta + \sin 2\theta]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2r^2 \left[ \left( \frac{\pi}{2} + \sin \pi \right) - (0 + \sin 0) \right]$$

$$\therefore A = 2r^2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = \pi r^2.$$



$$x = 0 \Rightarrow \theta = 0$$

NÓ

$$\frac{x}{r} = \sin \theta \Rightarrow x = r \sin \theta$$

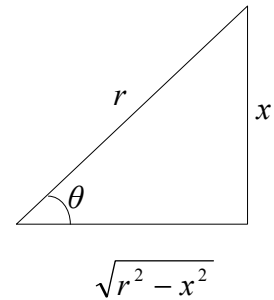
$$\frac{dx}{d\theta} = r \cos \theta \Rightarrow dx = r \cos \theta d\theta$$

$$\text{Ón léaráid: } \cos \theta = \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r} \Rightarrow r \cos \theta = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$A = 4 \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

$$= 4 \int (r \cos \theta) \cdot (r \cos \theta) d\theta$$

$$= 4 \int r^2 \cos^2 \theta d\theta \text{ etc.}$$



Botúin (-3)

B1 Suimeáil

B2 Dífreáil

B3 Foirmle thriantánachta

B4 Séana

B5 Teorainneacha

B6 Ord mícheart maidir le cur chun feidhme teorainneacha

- B7 Gan teorainneacha ionadaithe a ríomh
- B8 Gan teorainneacha a athrú
- B9 Sainiú  $\sin \theta$
- B10 Sainiú  $\cos \theta$

*Sciorrthai (-1)*

- S1 Uimhriúil
- S2 Luach triantánúil nó gan luach triantánúil ar bith

*Iarrachtaí*

- A1 Earráid i bhfoirmle na difreála nó i rialacha na suimeála

*Gan fiúntas*

- W1  $x = r \sin \theta / x = r \cos \theta$  gan a bheith in úsáid sa tsuimeáil, 0 marc don 2ú 5.







**Coimisiún na Scrúduithe Stáit**

**An Ardteistiméireacht, 2011**

**Aistriúchán  
Ar Scéim Mharcála**

**Matamaitic – Páipéar 2**

**Ardleibhéal**



## TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2

1. Gabhann trí chineál pionóis le saothar na n-iarrthóirí mar seo a leanas:

- Botúin – earráidí matamaiticiúla / ábhar fágtha ar lár (-3)
- Sciorthaí – earráidí uimhriúla (-1)
- Míléamh (ar choinníoll nach ndéantar an tasc a róshimpliú (-1).

Liostaítear sa scéim na hearráidí a tharlaíonn go minic nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm ina leith. Lipéadaítear iad amhail: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Níl na liostaí seo uileghabhálach.

2. Tabhair an méid a leanas faoi deara agus marcanna iarrachta á dtabhairt, e.g. Iarr. (3):

- tá an marc iarrachta tuillte i gcuid de cheist má léirítear aon chéim *chearta*, *ábhartha* sa chuid sin;
- ní mór an marc iarrachta a thabhairt i gcás go mbíonn an marc níos lú ná an marc iarrachta tar éis asbhaintí; agus
- ní thugtar marc idir nialas agus an marc iarrachta choíche.

3. Ní thugtar marcanna ar bith as saothar gan fíúntas. Liostaítear roinnt samplaí dá leithéid sa scéim agus lipéadaítear iad amhail W1, W2, ... etc.

4. Ciallaíonn an frása “marcanna go léir nó marcanna ar bith” (“hit or miss”) nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha uile nó faigheann sé nialas.

5. Ciallaíonn an frása “agus stopann” nach bhfuil aon saothar fíúntach eile á léiriú ag an iarrthóir.

6. Cuireann réiltín nótaí speisialta in iúl a bhaineann le marcáil coda ar leith de cheist. Faightear na nótaí seo go díreach tar éis an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.

7. Níl sé i gceist go bhfuil na réitigh shamplacha i gcomhair gach ceiste ina liostaí uileghabhálacha – d’fhéadfadh réitigh chearta eile a bheith ann. Ba chóir do scrúdaitheoir nach bhfuil cinnte faoi bhailíocht an chuir chuige a úsáideann iarrthóir ar leith le haghaidh ceiste ar leith dul i dteagmháil lena scrúdaitheoir comhairleach.

8. Mura léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin má cuireadh na hiarrachtaí ar ceal.

9. Ní ghearrfar pionós ach uair *amháin* maidir leis an earráid *chéanna* sa mhír *chéanna* de cheist.

10. Tá cásanna áirithe, fíorúcháin agus freagraí a dhíorthaítear ó léaráidí (mura n-iarrtar a mhalairt) nach dtuillteann ach marcanna iarrachta ar a mhéad.

11. Marc iarrachta ar a mhéad a thugtar i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh atá tromchúiseach.

12. Ná gearr pionós as ucht camóg a úsáid i gcomhair pointe deachúlach, e.g. féadfadh €5.50 a scríobh mar €5,50.

## CEIST 1

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>25 (10, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (3, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (10, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
-----------------	----------------	----------------

**1 (a)** Déantar ciorcal a shainiú leis na cothromóidí paraiméadracha seo a leanas:

$$x = 2 + 3\sin\theta, \quad y = 3\cos\theta, \quad \text{áit a bhfuil } \theta \in \mathbf{R}.$$

Cad í cothromóid Chairtéiseach an chiorcail?

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
-----------------	----------------	----------------

**1 (a)**

$$x = 2 + 3\sin\theta \quad y = 3\cos\theta$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 9\sin^2\theta + 9\cos^2\theta = 9(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$\therefore (x-2)^2 + y^2 = 9.$$

NÓ

$$x^2 = 4 + 12\sin\theta + 9\sin^2\theta \quad \text{agus } y^2 = 9\cos^2\theta$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 4 + 12\sin\theta + 9(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 13 + 12\sin\theta$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 13 + 12\left(\frac{x-2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 13 + 4x - 8$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$$

NÓ

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\left(\frac{x-2}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1 \quad \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 9$$

NÓ

$$\text{Lár } (2, 0) \text{ agus Ga } 3 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 9$$

*Botúin (-3)*

B1 Cearnú mícheart (i gceist uair amháin má bhíonn an cineál earráide céanna ann)

B2  $\cos^2\theta + \sin^2\theta \neq 1$

B3 Lár nó ga mícheart

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráid uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Iarracht déanta  $x^2$  nó  $y^2$  a shloinneadh i dtéarmaí  $\theta$

A2 Níl  $\theta$  as an áireamh

A3 Lár (2, 0) agus/nó Ga 3 agus stopann

A4  $x^2 + y^2 = 9$  le hobair

*Gan fiúntas*

W1  $x^2 + y^2 = 1$

**1 (b)** Faigh cothromóid an chiorcail a ghabhann trí na pointí (0, 3), (2, 1) agus (6, 5).

<b>(b) Meáingear amháin</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>An dara meáingear</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Lár</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Críoch</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**1 (b)**

Lárphointe  $[AB] = E(1, 2)$ .

Fána  $AB = \frac{3-1}{0-2} = -1 \Rightarrow$  fána  $EQ = 1$ .

$\therefore$  Cothromóid  $EQ: y - 2 = 1(x - 1) \Rightarrow EQ: x - y = -1$ .

Lárphointe  $[BC] = D(4, 3)$ .

Fána  $BC = \frac{5-1}{6-2} = 1 \Rightarrow$  fána  $DQ = -1$ .

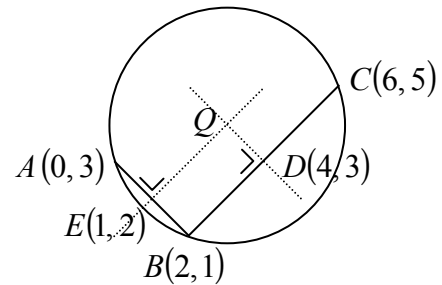
$\therefore$  Cothromóid  $DQ: y - 3 = -1(x - 4) \Rightarrow DQ: x + y = 7$ .

$$x - y = -1$$

$$x + y = 7$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ agus } y = 4. \therefore \text{Is é lárphointe } Q(3, 4).$$

$$|AQ| = r = \sqrt{(3-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}. \text{ Cothromóid an chiorcail: } (x-3)^2 + (y-4)^2 = 10.$$



**NÓ**

<b>(b) Cothromóid in dhá athróg</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>An dara cothromóid in dhá athróg</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Dhá luach</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Críoch</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**1(b)**

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$\Rightarrow 0 + 9 + 2g(0) + 2f(3) + c = 0 \Rightarrow 6f + c = -9.$$

$$\text{Agus } 4 + 1 + 4g + 2f + c = 0 \Rightarrow 4g + 2f + c = -5 \dots\dots(i)$$

$$\text{agus } 36 + 25 + 12g + 10f + c = 0 \Rightarrow 12g + 10f + c = -61 \dots\dots(ii)$$

$$\text{Ag réiteach idir (i) agus (ii) } g = -3 \text{ agus } f = -4$$

$$\Rightarrow 6(-4) + c = -9 \Rightarrow c = 15$$

$$\text{Cothromóid an chiorcail: } x^2 + y^2 - 6x - 8y + 15 = 0$$

**NÓ**

<b>b) Fánaí cuí</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Leathchiorcal a bhunú</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Lár nó ga</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Críoch</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**1(b)** Fána (0, 3) agus (2, 1)  $\frac{1-3}{2-0} = -1$

Fána (2, 1) agus (6, 5)  $\frac{5-1}{6-2} = 1$

$\Rightarrow$  línte ceartingearacha.

Ach uillinn i ndronuillinn leathchiorcail  $\Rightarrow$  (0, 3) agus (6, 5) na pointí trastomhais.

Lárphointe an chiorcail (3, 4)

Ga:  $\sqrt{(3-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$

Cothromóid:  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 10$

*Botúin (-3)*

- B1 Fána ceartingearach mícheart
- B2 Earráid i bhfoirmle fána
- B3 Earráid i gcothromóid fhoirmle na líne
- B4 Earráid i bhfoirmle an gha
- B5 Cothromóid an chiorcail neamhiomlán
- B6 Trastomhas mícheart
- B7 Earráid i gcothromóid ghinearálta an chiorcail
- B8 Cothromóid an chiorcail ach níor ríomhadh an ga

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3, 2, 2, 2 mharc)*

- A1 Toradh na bhfánaí ceartingearacha = -1
- A2 Ordanáidí  $x$  agus  $y$  a mheascadh
- A3 Foirmle cheart le roinnt ionadú ceart
- A4 Roinnt ionadú ceart i gcothromóid ghinearálta an chiorcail

<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (10, 5) marc</b>	<b>Iarr. (3, 2)</b>
-----------------	------------------------	---------------------

**1 (c)** Tá lárphointe  $A$  agus ga  $r_1$  ag an gchiorcal  $c_1: x^2 + y^2 - 8x + 2y - 23 = 0$ .

Tá lárphointe  $B$  agus ga  $r_2$  ag an gchiorcal  $c_2: x^2 + y^2 + 6x + 4y + 3 = 0$ .

(i) Taispeáin go dtrasnaíonn  $c_1$  agus  $c_2$  a chéile ag dhá phointe.

(ii) Taispeáin go ngabhann na tadhlaithle le  $c_1$  ag na pointí trasnaithe seo trí lárphointe  $c_2$ .

1 (c) (i)

$$A(4, -1) \text{ agus } r_1 = \sqrt{16+1+23} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

$$B(-3, -2) \text{ agus } r_2 = \sqrt{9+4-3} = \sqrt{10}.$$

$$|AB| = \sqrt{(4+3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

$$\text{Mar sin, } r_1 + r_2 = 3\sqrt{10} = \sqrt{90} > \sqrt{50} \text{ agus } |r_1 - r_2| = \sqrt{10} < \sqrt{50}$$

$\Rightarrow$  trasnaíonn na ciorcail a chéile ag dhá phointe.

NÓ

1(c)(i)

$$x^2 + y^2 - 8x + 2y - 23 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 6x + 4y + 3 = 0$$

$$-14x - 2y - 26 = 0 \Rightarrow y = -7x - 13$$

$$x^2 + (-7x - 13)^2 - 8x + 2(-7x - 13) - 23 = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 16x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (5x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6}{5}, x = -2$$

$$\Rightarrow y = \frac{-23}{5}, y = 1$$

Dhá phointe trasnaithe  $\left(\frac{-6}{5}, \frac{-23}{5}\right)$  agus  $(-2, 1)$

*Botúin (-3)*B1 Níl an caidreamh idir  $3\sqrt{10}$  agus  $\sqrt{50}$  nó  $\sqrt{40} + \sqrt{10} > \sqrt{50}$  bunaithe go soiléir

B2 Earráid i gcearnú

B3 Earráid i bhfachtóirí

B4 Conclúid mhícheart luaite nó intuigthe

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

S2 Gan an dá chás a bhunú

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Lár agus ga amháin faighte

A2 Sloinntear  $y$  i dtéarmaí  $x$  agus stopann

## 1 (c) (ii)

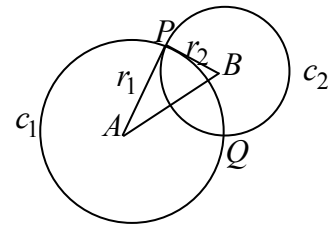
Bíodh  $P$  agus  $Q$  mar phointí trasnaithe na gciorcail.  
 Gabhann an tadhlaí le  $c_1$  trí  $B$ , má tá  $APB$  agus  $AQB$   
 ina dtriantáin dronuilleacha, agus ar an gcúis sin amháin.

$$|AP|^2 + |BP|^2 = r_1^2 + r_2^2 = 40 + 10 = 50 = |AB|^2.$$

$$\therefore |\angle APB| = 90^\circ \Rightarrow AP \perp PB.$$

$\therefore$  Is tadhlaí é  $PB$  le  $c_1$  agus tá lárphointe  $B$  de  $c_2$  aige.

Ar an dóigh chéanna, is tadhlaí é  $QB$  le  $c_1$  agus tá lárphointe  $B$  de  $c_2$  aige.



## NÓ

## 1(c)(ii)

Trastomhas fána: lárphointe  $(4, -1)$  agus pointe tadhlaithe  $(-2, 1)$

$$\frac{-1-1}{4+2} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \text{fána an tadhlaí cothrom le } 3$$

Cothromóid an tadhlaí:  $y-1=3(x+2) \Rightarrow 3x-y+7=0$

Ach luíonn  $(-3, -2)$  ar an tadhlaí ó  $3(-3)-1(-2)+7 = -9+2+7=0$

Fána  $(4, -1)$  agus  $\left(\frac{-6}{5}, \frac{-23}{5}\right)$  cothrom le  $\frac{9}{13} \Rightarrow$  fána an tadhlaí cothrom

$$\text{le } \frac{-13}{9}$$

Cothromóid an tadhlaí:  $y + \frac{23}{5} = \frac{-13}{9} \left(x + \frac{6}{5}\right)$

Ach luíonn  $(-3, -2)$  ar an tadhlaí seo ó

$$\text{TLC: } -2 + \frac{23}{5} = \frac{13}{5} \quad \text{agus} \quad \text{TLD: } \frac{-13}{9} \left(-3 + \frac{6}{5}\right) = \frac{-13}{9} \left(\frac{-9}{5}\right) = \frac{13}{5}$$

*Botúin (-3)*

- B1 Úsáid mhícheart bainte as Pythagoras
- B2 Aon uair amháin
- B3 Fána nó cothromóid fhoirmle na líne mhícheart le hionadú
- B4 Ní fhíoraítear an lárphointe ar na tadhlaithe

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

- A1 Cearnaítear ga amháin agus stopann
- A2 Cothromóid tadhlaí amháin agus stopann

*Miléamh (-1)*

- M1 Lárphointí malartaithe



## CEIST 2

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (10, 10) marc</b>	<b>Iarr. (3, 3)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

**2 (a)** Faigh an luach ar  $s$  agus an luach ar  $t$  a shásaíonn an chothromóid

$$s(\vec{i} - 4\vec{j}) + t(2\vec{i} + 3\vec{j}) = 4\vec{i} - 27\vec{j}.$$

**2 (a)**

$$s(\vec{i} - 4\vec{j}) + t(2\vec{i} + 3\vec{j}) = 4\vec{i} - 27\vec{j}$$

$$\therefore \vec{i}(s + 2t) + \vec{j}(-4s + 3t) = 4\vec{i} - 27\vec{j}.$$

$$s + 2t = 4 \quad \Rightarrow \quad 4s + 8t = 16$$

$$-4s + 3t = -27 \quad \underline{-4s + 3t = -27}$$

$$11t = -11 \Rightarrow t = -1 \text{ agus } s = 6.$$

*Botúin (-3)*

B1 Aon luach amháin

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (5 mharc)*

A1 Cothromóid amháin in  $s$  agus  $t$

<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (10, 10) marc</b>	<b>Iarr. (3, 3)</b>
-----------------	-------------------------	---------------------

**2 (b)**  $\overrightarrow{OP} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  agus  $\overrightarrow{OQ} = 5(\overrightarrow{OP}^\perp)$ .

(i) Faigh  $\overrightarrow{OQ}$  i dtéarmaí  $\vec{i}$  agus  $\vec{j}$ .

(ii) Faigh  $\cos|\angle OQP|$ , i bhfoirm surda.

<b>Cuid (b) (i)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
---------------------	----------------	----------------

**2 (b) (i)**

$$\overrightarrow{OP} = 3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{OP}^\perp = 4\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\therefore \overrightarrow{OQ} = 20\vec{i} + 15\vec{j}.$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid in  $\overrightarrow{OP}^\perp$

B2  $\overrightarrow{OQ} = (\overrightarrow{OP}^\perp)$

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Caidreamh idir veicteoir agus ceartingearach bainteach luaite nó intuigthe

Cuid (b) (ii)

10 marc

Iarr. 3

2 (b) (ii)

$$\begin{aligned}\cos \angle OQP &= \frac{(\overline{OQ}) \cdot (\overline{PQ})}{|\overline{OQ}| |\overline{PQ}|} = \frac{(20\vec{i} + 15\vec{j}) \cdot (17\vec{i} + 19\vec{j})}{|20\vec{i} + 15\vec{j}| |17\vec{i} + 19\vec{j}|} \\ &= \frac{340 + 285}{\sqrt{400 + 225} \sqrt{289 + 461}} = \frac{625}{\sqrt{625} \sqrt{650}} = \frac{25}{5\sqrt{26}} = \frac{5}{\sqrt{26}}.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1  $\overline{PQ} \neq \vec{q} - \vec{p}$

B2 Earráid i bhfoirmle modail

B3 Freagra gan a bheith i surda aonair

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí uimhríochta.

Iarrachtaí (3 mharc)

A1  $\cos \angle POQ$  ríofa

A2 Foirmle  $\cos \theta$  le roinnt ionadú ceart

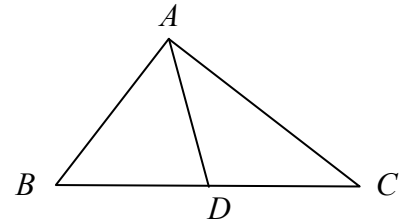
Cuid (c)

15 (5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2)

2 (c) Is triantán é  $ABC$  agus is é  $D$  lárphointe  $[BC]$ .

(i) Sloinn  $\overline{AB}$  i dtéarmaí  $\overline{AD}$  agus  $\overline{BC}$   
agus sloinn  $\overline{AC}$  i dtéarmaí  $\overline{AD}$  agus  $\overline{BC}$ .



(ii) Uaidh sin, cruthaigh go bhfuil  $|AB|^2 + |AC|^2 = 2|AD|^2 + \frac{1}{2}|BC|^2$ .

Cuid (c) (i)

10 (5, 5) marc

Iarr. (2, 2)

2 (c) (i)

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AD} - \frac{1}{2}\overline{BC}. \\ \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{DC} = \overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{BC}.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1  $\overline{DB} \neq -\frac{1}{2}\overline{BC}$

B2  $\overline{DC} \neq \frac{1}{2}\overline{BC}$

Iarrachtaí (2, 2 mharc)

A1  $\overline{AB}$  agus/nó  $\overline{AC}$  mar shuim an dá veicteoir

2 (c) (ii)

$$|AB|^2 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \left( \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) \left( \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = |AD|^2 + \frac{1}{4} |BC|^2 - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$|AC|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = \left( \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) \left( \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = |AD|^2 + \frac{1}{4} |BC|^2 + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$\therefore |AB|^2 + |AC|^2 = 2|AD|^2 + \frac{1}{2} |BC|^2$$

*Botúin (-3)*

B1 Conclúid mhícheart nó gan chonclúid intuigthe

*Sciorrthai (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

$$A1 \quad \left( \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) \left( \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = |AD|^2 + \frac{1}{4} |BC|^2$$

$$A2 \quad |AB|^2 \text{ nó } \left( \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) \left( \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = |AD|^2 + \frac{1}{4} |BC|^2 - AD \cdot BC$$

$$A3 \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 \text{ nó } |AB|^2$$

*Gan fiúntas (0 marc)*

$$W1 \quad |AB|^2 = |AD|^2 + \frac{1}{4} |BC|^2$$

### CEIST 3

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>35 (20, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (7, 2, 2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

**3 (a)** Is iad  $P$  agus  $Q$  na pointí  $(-1, 4)$  agus  $(3, 7)$  faoi seach.  
Faigh comhordanáidí an phointe a dhéanann  $[PQ]$  a roinnt go himmheánach sa chóimheas 3 : 1.

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

**3 (a)**

$$\text{Is ionann an pointe agus } \left( \frac{1(-1)+3(3)}{3+1}, \frac{1(4)+3(7)}{3+1} \right) = \left( \frac{8}{4}, \frac{25}{4} \right) = \left( 2, 6\frac{1}{4} \right).$$

\* Nóta: Ní gá go mbeadh feidhm ag Treoirlíne Ghinearálta 8 anseo

*Botúin (-3)*

B1 Foirmle chóimheasa mhícheart

B2 Aistriú mícheart

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (5 mharc)*

A1 Ordanáid cheart amháin

*Gan fiúntas (0 marc)*

W1 Úsáideadh an lárphointe uair amháin

<b>Cuid (b)</b>	<b>35 (20, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (7, 2, 2, 2)</b>
-----------------	------------------------------	---------------------------

**3 (b)** Is é  $f$  an claochlú  $(x, y) \rightarrow (x', y')$ , áit a bhfuil  $x' = x - y$  agus  $y' = 2x + 3y$ .  
Is é  $l_1$  an líne  $2x - y - 1 = 0$ .

- (i) Faigh cothromóid  $f(l_1)$ , íomhá  $l_1$  faoi  $f$ .
- (ii) Cruthaigh go mapálann  $f$  gach péire de línte comhthreomhara ar phéire de línte comhthreomhara.  
Glac leis go mapálann  $f$  gach líne ar líne.
- (iii) Tá an líne  $l_2$  comhthreomhar leis an líne  $l_1$ .  
Trasnaíonn  $f(l_2)$  an  $x$ -ais ag  $A'$  agus an  $y$ -ais ag  $B'$ .  
Is é achar an triantáin  $A'OB'$  ná 9 n-aonad chearnacha, áit arb é  $O$  an bunphointe.  
Faigh an dá chothromóid a d'fhéadfadh a bheith ag  $l_2$ .
- (iv) Má thugtar go bhfuil  $A' = f(A)$  agus  $B' = f(B)$ , taispeáin  $|\angle AOB| \neq |\angle A'OB'|$ .

## 3 (b) (i)

$$2x' = 2x - 2y$$

$$y' = 2x + 3y$$

$$2x' - y' = -5y \Rightarrow y = \frac{1}{5}(-2x' + y')$$

$$x = x' + y \Rightarrow x = x' + \frac{1}{5}(-2x' + y') \Rightarrow x = \frac{1}{5}(3x' + y')$$

$$f(l_1): \frac{2}{5}(3x' + y') - \frac{1}{5}(-2x' + y') - 1 = 0 \Rightarrow 8x' + y' - 5 = 0.$$

Botúin (-3)

B1 ní  $f(l_1)$  i bhfoirm  $px' + qy' + r = 0$  ná  $y' = mx' + c$

B2 Maitrís mhícheart

B3 Iolrú maitrise mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí uimhríochta

Iarrachtaí (7 marc)

A1 Iarracht déanta  $x$  nó  $y$  a shloinneadh i dtéarmaí  $x'$  agus  $y'$

A2 Maitrís cheart do  $f$  agus  $f(l_1)$  á aimsiú

A3 Pointe íomhá cheart ar  $f(l_1)$

## Cuid (b) (ii)

## 3 (b) (ii)

Is dhá líne chomhthreomhara iad  $s_1 : ax + by + c = 0$  agus  $s_2 : ax + by + d = 0$ .

$$f(s_1): \frac{a}{5}(3x' + y') + \frac{b}{5}(-2x' + y') + c = 0 \Rightarrow (3a - 2b)x' + (a + b)y' + 5c = 0.$$

$$f(s_2): \frac{a}{5}(3x' + y') + \frac{b}{5}(-2x' + y') + d = 0 \Rightarrow (3a - 2b)x' + (a + b)y' + 5d = 0$$

Meitseálann comhéifeachtaí  $x'$  agus  $y'$ , is línte comhthreomhara iad seo mar sin.

**NÓ**

Glac leis nach bhfuil  $f(s_1)$  agus  $f(s_2)$  comhthreomhar. Ansin, tá pointe coitianta acu,  $P'$ .

Tá  $f$  in-inbhéartaithe, mar sin bíodh  $P = f^{-1}(P')$ .

$P' \in f(s_1) \Rightarrow P \in s_1$  agus  $P' \in f(s_2) \Rightarrow P \in s_2$ .

Bréagnaíonn sé seo  $s_1 \parallel s_2$ , (mura bhfuil siad comhionann, agus sa chás sin, tá a n-íomhanna comhionann chomh maith).

Botúin (-3)

B1 Níl  $f(s_1)$  ná  $f(s_2)$  i bhfoirm  $px' + qy' + r = 0$  ná  $y' = mx' + c$

B2 Maitrís mhícheart

B3 Iolrú maitrise mícheart

B4 Ní chríochnaítear i gceart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

- A1 Breactar pointe íomhá amháin i gceart
- A2 Cás ar leith e.g.  $2x-y-1=0$  agus  $2x-y+k=0$  a úsáid
- A3 Iarracht déanta ar íomhá líne amháin

**Cuid (b) (iii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**3 (b) (iii)**

$$f(l_2): 8x' + y' = k. \quad \therefore A' \text{ is } \left(\frac{k}{8}, 0\right) \text{ agus } B' \text{ is } (0, k).$$

$$\text{Achar triantáin } A'OB' = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} k \\ 8 \end{pmatrix} (k) \right| = 9.$$

$$\therefore k^2 = 144 \Rightarrow k = \pm 12. \quad \therefore f(l_2): 8x' + y' = \pm 12 \Rightarrow 2x - y \pm \frac{12}{5} = 0$$

*Botúin (-3)*

- B1 Aon luach amháin ar  $k$
- B2 Earráid i bhfoirmle achair
- B3 Ní aimsítear  $l_2$  ó  $f(l_2)$

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

- A1  $A'$  nó  $B'$

**Cuid (b) (iv)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**3 (b) (iv)**

$$x = \frac{1}{5}(3x' + y') \text{ agus } y = \frac{1}{5}(-2x' + y') \text{ agus } A' \left(\frac{k}{8}, 0\right), B'(0, k).$$

$$\therefore \text{Is é } A \left(\frac{3k}{40}, \frac{-2k}{40}\right) \text{ agus is é } B \left(\frac{k}{5}, \frac{k}{5}\right).$$

$$|\angle A'OB'| = 90^\circ.$$

$$\text{Fána } OA = \frac{-2k}{40} = -\frac{2}{3} \text{ agus fána } OB = \frac{k}{5} = 1 \Rightarrow \text{Níl } OA \perp \text{ le } OB.$$

$$\therefore |\angle AOB| \neq |\angle A'OB'|.$$

*Botúin (-3)*

- B1  $A$  nó  $B$  mícheart
- B2 Earráid i bhfoirmle fána
- B3 Gan chonclúid nó conclúid mhícheart

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

- A1 Iarracht chun  $A$  nó  $B$  a aimsiú agus stopann
- A2 Iarracht chun uillinn nach í an uillinn a theastaíonn í a aimsiú
- A3  $|\angle A'OB'| = 90^\circ$

## CEIST 4

Cuid (a)	5 mharc	Iarr. 2
Cuid (b)	30 (10, 10, 10) marc	Iarr. (3, 3, 3)
Cuid (c)	15 (5, 5, 5) marc	Iarr. (2, 2, 2)

Cuid (a)	5 mharc	Iarr. 2
----------	---------	---------

4 (a) Luacháil teorainn  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x + \sin x}{3x} \right)$ .

Cuid (a)	5 mharc	Iarr. 2
----------	---------	---------

4 (a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x + \sin x}{3x} \right) = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{2x} \right) + \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1.$$

NÓ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x + \sin x}{3x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 \sin x \cos x + \sin x}{3x} \right) = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x (2 \cos x + 1)}{x} \right) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot (2+1) = 1.$$

NÓ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x + \sin x}{3x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}}{3x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\frac{3x}{2}} \right) = 1 \cdot \cos 0 = 1$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid in athscríobh mar shuim dhá theorainn

B2 Earráid i  $\sin 2x$  mar thoradh dhá fheidhme

B3 Míláimhseáil  $\frac{\sin \theta}{\theta}$

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Freagra ceart gan obair

A2 Fachtóirí cearta

Cuid (b)

30 (10, 10, 10) marc

Iarr. (3, 3, 3)

4 (b) Faigh gach uile réiteach atá ar an gcothromóid

$$\sin 2x + \cos x = 0, \text{ áit a bhfuil } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ.$$

Claochlaigh cothromóid

10 marc

Iarr. 3

Réitigh do cos/sin

10 marc

Iarr. 3

Réitigh

10 marc

Iarr. 3

4 (b)

$$\sin 2x + \cos x = 0$$

$$2\sin x \cos x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2\sin x + 1) = 0.$$

$$\therefore \cos x = 0 \text{ nó } \sin x = -\frac{1}{2}.$$

$$\therefore x = 90^\circ, 270^\circ \text{ n } x = 210^\circ, 330^\circ.$$

$$\text{Réiteach} = \{90^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ\}.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhforbairt  $\sin 2x$

B2 Earráid i bhfachtóirí

B3 Earráid i bhfréamhacha

B4 Réitigh in easnamh agus/nó mícheart (suas le huasmhéid 3)

B5 Réitigh taobh amuigh den raon (suas le huasmhéid 3)

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí uimhríochta

Iarrachtaí (3, 3, 3)

A1  $\sin x \cos x + \cos x = 0$  agus stopann

A2 Uillinn cheart amháin

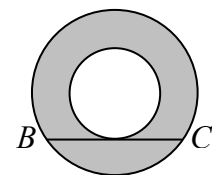
Cuid (c)

15 (5, 5, 5) mharc

Iarr. (2, 2, 2)

4 (c) Sa léaráid taispeántar dhá chiorcal chomhlárnacha.

Déanann tadhlaí leis an gchiorcal inmheánach an chiorcal seachtrach a ghearradh ag  $B$  agus  $C$ , áit a bhfuil  $|BC| = 2x$ .



(i) Sloinn achar an réigiúin scáthaithe i dtéarmaí  $x$ .

(ii) Sa chás gurb é  $2x$  ga an chiorcail sheachtraigh, taispeáin go bhfuil achar

$$\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)x^2 \text{ sa chuid den réigiún scáthaithe atá taobh thíos de } BC.$$



**Cuid (c) (i) Achar i dtéarmaí gathanna 5 mharc**  
**Achar i dtéarmaí  $x$  5 mharc**

**Iarr. 2**  
**Iarr. 2**

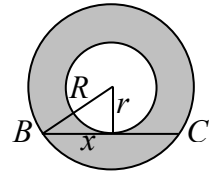
**4 (c) (i)**

Bíodh ga an chiorcail mhóir =  $R$  agus ga an chiorcail bhig =  $r$ .

$$\text{Achar scáthaithe} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$

$$\text{Ach } R^2 = x^2 + r^2 \Rightarrow R^2 - r^2 = x^2.$$

$$\therefore \text{Réigiún scáthaithe} = \pi x^2.$$



*Botúin (-3)*

- B1 Achar =  $\pi r^2 - \pi R^2$  nó  $\pi R^2 + \pi r^2$   
 B2 Luach mícheart ar  $x$  do chordaí déroinnte  
 B3 Úsáid mhícheart Pythagoras

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2, 2 mharc)*

A1 Déroinnteoir corda léirithe

**Cuid (c) (ii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**4 (c) (ii)**

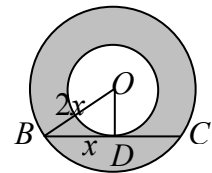
$$\sin \angle BOD = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow |\angle BOD| = \frac{\pi}{6} \Rightarrow |\angle BOC| = \frac{\pi}{3}.$$

$\therefore$  Achar riachtanach = achar réimse  $BOC$  - achar triantáin  $BOC$ .

$$= \frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} |BC| \cdot |OD|$$

$$= \frac{1}{2} (2x)^2 \left( \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{2} (2x)(\sqrt{3}x), \quad [ |OD| = \sqrt{3}x ]$$

$$= \frac{2x^2 \pi}{3} - x^2 \sqrt{3} = \left( \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \right) x^2.$$



*Botúin (-3)*

- B1  $\angle BOC$  mícheart  
 B2 Ga mícheart ionadaithe san fhoirmle réimse  
 B3 Úsáid mhícheart Pythagoras i.e.  $|OD|$  mícheart  
 B4 Conclúid mhícheart luaite nó intuigthe

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

- A1 Achar réimse le roinnt ionadaithe  
 A2 Achar riachtanach sainaitheanta

## CEIST 5

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>15 (5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>25 (10, 10, 5) marc</b>	<b>Iarr. (3, 3, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
-----------------	----------------	----------------

**5 (a)** Faigh na luachanna ar  $x$  a fhágann  $3\tan x = \sqrt{3}$ , áit a bhfuil  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

**5 (a)**

$$3\tan x = \sqrt{3} \Rightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore x = 30^\circ, 210^\circ.$$

*Botúin (-3)*

B1 Míláimhseáil  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B2 Gach uillinn mhícheart agus/nó uillinn in easnamh

B3 Gach uillinn mhícheart taobh amuigh den raon

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Uillinn cheart amháin gan obair

<b>Cuid (b)</b>	<b>15 (5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>
-----------------	--------------------------	------------------------

**5 (b) (i)** Cruthaigh go bhfuil  $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$ .

<b>Cuid (b) (i) Forbairt</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Críoch</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**5 (b) (i)**

$$\begin{aligned} \tan(A+B) &= \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} = \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B - \sin A \sin B} \\ &= \frac{\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\sin B}{\cos B}}{1 - \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B}} = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} \end{aligned}$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid i bhforbairt  $\sin(A+B)$

B2 Earráid i bhforbairt  $\cos(A+B)$

B3 Ní luaitear  $\sin A \cos B + \cos A \sin B = \sin(A+B)$  nó a chomhionann

Sciorrthai (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2, 2 mharc)

A1  $\tan(A+B)$  scríofa i dtéarmaí feidhmeanna  $\sin$  agus  $\cos$ .

Cuid (b) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

5 (b) (ii) Má tá  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , ansin taispeáin go bhfuil  $\frac{\tan 2\alpha}{\tan 2\beta} = -1$ .

Cuid (b) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

5 (b) (ii)

$$\frac{\tan 2\alpha}{\tan 2\beta} = \frac{\tan 2\alpha}{\tan(180^\circ - 2\alpha)} = \frac{\tan 2\alpha}{-\tan 2\alpha} = -1.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhforbairt  $\tan(180^\circ - 2\alpha)$

B2 Conclúid mhícheart

Sciorrthai (-1)

S1 Earráidí uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1  $\beta = 90^\circ - \alpha$  nó  $2\beta = 180^\circ - 2\alpha$  agus stopann

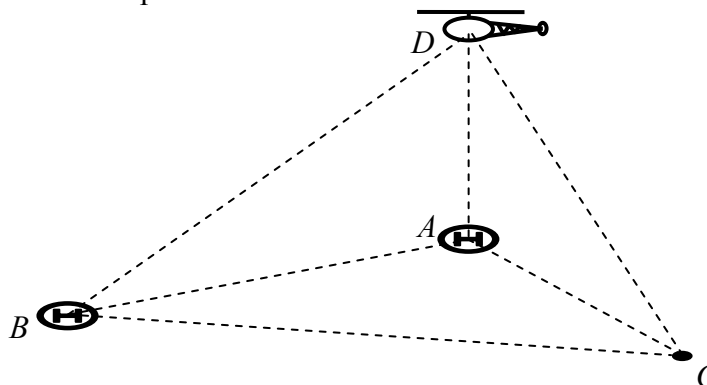
Cuid (c)

25 (10, 10, 5) marc

Iarr. (3, 3, 2)

5 (c) Tá dhá áit tuirlingthe do héileacaptair ag  $A$  agus  $B$  ar thalamh comhréidh. Is pointe eile é  $C$  ar an talamh comhréidh céanna.  $|BC| = 800$  méadar,  $|AC| = 900$  méadar, agus  $|\angle BCA| = 60^\circ$

Tá héileacaptar ar foluain go ceartingearach os cionn  $A$ . Feiceann breathnóir ag  $C$  go bhfuil uillinn de  $30^\circ$  ag an héileacaptar.



(i) Faigh  $|AD|$ , i bhfoirm surda.

(ii) Faigh  $|BD|$ .

**Cuid (c) (i)**

**10 marc**

**Iarr. 3**

**5 (c) (i)**

$$\tan 30^\circ = \frac{|AD|}{900} \Rightarrow |AD| = 900 \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 300\sqrt{3} \text{ m.}$$

*Botúin (-3)*

B1 Úsáid mhícheart cóimheasa thriantánúil

B2 Níl an freagra i bhfoirm surda

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

S2 Fágadh aonaid ar lár nó aonaid mhíchearta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Saináithnítear an triantán dronuilleach cuí

*Gan fiúntas (0 marc)*

W1 Ní léirítear ná ní intuigthe an triantán dronuilleach cuí

**Cuid (c) (ii)  $|AB|^2$**

**10 marc**

**Iarr. 3**

**$|BD|$**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**5 (c) (ii)**

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= (800)^2 + (900)^2 - 2(800)(900)\cos 60^\circ \\ &= 640000 + 810000 - 720000 = 730000 \\ |BD|^2 &= |AB|^2 + |AD|^2 = 730000 + 270000 = 1000000. \\ \therefore |BD| &= 1000 \text{ m.} \end{aligned}$$

\*Glac le freagra iarrthóra as (c)(i)

\* Má tá  $|AB|^2$  gan fiúntas, marc iarrachta ar a mhéad don chuid eile den chuid seo

*Botúin (-3)*

B1 Earráid i bhfoirmle an chomhshínis le hionadú

B2 Úsáid deachúlacha ina cúis le freagra mícheart

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3, 2 mharc)*

A1 Foirmle an chomhshínis le roinnt ionadú ceart

*Gan fiúntas (0)*

W1 Níor saináithníodh ná níor léiríodh dronuillinn

## CEIST 6

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (10, 10) marc</b>	<b>Iarr. (3, 3)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>

**Cuid (a)** **10 marc** **Iarr. 3**

**6 (a)** Seasann beirt daoine fásta agus ceathrar páistí i líne do ghrianghraf. Cé mhéad eagar éagsúil is féidir a dhéanamh má tá an ceathrar páistí idir an bheirt fhásta?

**Cuid (a)** **10 marc** **Iarr. 3**

**6 (a)**  
An líon eagar =  $2! \times 4! = 48$

*Botúin (-3)*

B1  $2! \times 4! \times 2!$

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1  $4!$

A2  $2! + 4!$  nó  $2 + 4!$  (le tuilleadh oibre nó dá huireasa)

*Gan fiúntas (0 marc)*

W1  $6!$

**Cuid (b)** **20 (10, 10) marc** **Iarr. (3, 3)**

**6 (b) (i)** Réitigh an difearchothromóid  $u_{n+2} - 6u_{n+1} + 8u_n = 0$ , áit a bhfuil  $n \geq 0$ , má thugtar go bhfuil  $u_0 = 0$  agus  $u_1 = 4$ .

**(ii)** Cad é an luach ar  $n$  a fhágann  $u_n = 30(2^n)$ ?

**Cuid (b) (i)** **10 marc** **Iarr. 3**

**6 (b) (i)**

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ or } x = 4.$$

$$u_n = l(2)^n + k(4)^n$$

$$u_0 = 0 \Rightarrow l + k = 0 \text{ agus } u_1 = 4 \Rightarrow 2l + 4k = 4.$$

$$\therefore 2l - 4l = 4 \Rightarrow l = -2 \text{ agus } k = 2.$$

$$\therefore u_n = 2(4)^n - 2(2)^n \Rightarrow u_n = 2^{2n+1} - 2^{n+1}.$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid i gcothromóid chearnach a leagan amach

B2 Earráid i réiteach na cothromóide cearnaí

B3 Earráid i dtéarma ginearálta

B4 Cothromóid in  $l$  agus  $k$

*Sciorrtháí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Ionadú i bhfoirmle chearnach

A2 Cothromóid in  $l$  agus  $k$

**Cuid (b) (ii)**

**10 marc**

**Iarr. 3**

**6 (b) (ii)**

$$2^{2n+1} - 2^{n+1} = 30(2^n) \Rightarrow 2^n \cdot 2^n \cdot 2 - 2^n \cdot 2 = 30 \cdot 2^n \Rightarrow 2^n \cdot 2 - 2 = 30 \\ \Rightarrow 2^n - 1 = 15 \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow \therefore n = 4.$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid i láimhseáil séan

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1  $2^{2n+1} = 2^{2n} \cdot 2$  nó a chomhionann

**Cuid (c)**

**20 (5, 5, 5, 5) marc**

**Iarr. (2, 2, 2, 2)**

**6 (c)** Tarraingítear cúig cárta le chéile go randamach as paca caighdeánach de 52 cárta imeartha.

Faigh, i bhfoirm dheachúlach, ceart go dtí dhá fhigiúr shuntasacha, an dóchúlacht:

(i) gur muileataí iad gach ceann de na cúig cárta

(ii) go mbaineann gach ceann de na cúig cárta leis an gculaith chéanna

(iii) gurb iad na cúig cárta ná: an t-aon, an dó, an trí, an ceathair agus an cúig muileata

(iv) go bhfuil na ceithre aon i measc na gcúig cárta.

**Cuid (c) (i)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**6 (c) (i)**

$$P(\text{cúig mhuileata}) = \frac{{}^{13}C_5}{{}^{52}C_5} = \frac{1287}{2598960} = 4.95 \times 10^{-4} = 5.0 \times 10^{-4} \text{ or } 0.00050$$

*Botúin (-3)*

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

*Sciorthaí (-1)*

S1 Níl an freagra ceart go dtí dhá fhigiúr bhunúsacha

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1  $\frac{{}^{13}C_5}{{}^{52}C_5}$

**Cuid (c) (ii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**6 (c) (ii)**

$P(\text{an culaith chéanna orthu ar fad}) = P(5 \text{ mhuileata}) + P(5 \text{ hart}) + P(5 \text{ thriuf}) + P(5 \text{ spéireata})$

$$= 4 \times \frac{{}^{13}C_5}{{}^{52}C_5} = \frac{5148}{2598960} = 1.98 \times 10^{-3} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ nó } 0.0020$$

*Botúin (-3)*

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

*Sciorthaí (-1)*

S1 Níl an freagra ceart go dtí dhá fhiigiúr bhunúsacha

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1  $4 \times \frac{{}^{13}C_5}{{}^{52}C_5}$

**Cuid (c) (iii)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**6 (c) (iii)**

$$P(\text{aon, 2, 3, 4, 5 mhuileata}) = \frac{{}^5C_5}{{}^{52}C_5} = \frac{1}{2598960} = 3.84 \times 10^{-7} = 3.8 \times 10^{-7}$$

nó 0.00000038

*Botúin (-3)*

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

*Sciorthaí (-1)*

S1 Níl an freagra ceart go dtí dhá fhiigiúr bhunúsacha

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1  $\frac{{}^5C_5}{{}^{52}C_5}$

**Cuid (c) (iv)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**6 (c) (iv)**

$$P(\text{ceithre aon}) = \frac{{}^4C_4 \times {}^{48}C_1}{{}^{52}C_5} = \frac{48}{2598960} = 1.84 \times 10^{-5} = 1.8 \times 10^{-5} \text{ nó } 0.000018$$

*Botúin (-3)*

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

*Sciorthaí (-1)*

S1 Níl an freagra ceart go dtí dhá fhiigiúr bhunúsacha

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1  $\frac{{}^4C_4 \times {}^{48}C_1}{{}^{52}C_5}$

## CEIST 7

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 (5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2)</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>20 (10, 10) marc</b>	<b>Iarr. (3, 3)</b>

**Cuid (a)** **10 (5, 5) marc** **Iarr. (2, 2)**

**7 (a)** Roghnaítear foireann de cheathrar as seachtar cailíní agus cúigear buachaillí.

- (i) Cé mhéad rogha éagsúil is féidir a dhéanamh?
- (ii) Cé mhéad de na roghanna seo a bhfuil cailín amháin ar a laghad ina measc?

**Cuid (a) (i)** **5 mharc** **Iarr. 2**

**7 (a) (i)**

$$\text{An líon roghanna} = {}^{12}C_4 = 495.$$

*Botúin (-3)*

B1  ${}^7C_4 + {}^5C_4$

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1  ${}^7C_4 \text{ or } {}^5C_4$

*Gan fiúntas*

W1  $\frac{12!}{4!}$

**Cuid (a) (ii)** **5 mharc** **Iarr. 2**

**7 (a) (ii)**

An líon roghanna gan chailíní =  ${}^5C_4 = 5$ .

An líon roghanna le cailín amháin ar a laghad =  $495 - 5 = 490$ .

**NÓ**

$${}^7C_1 {}^5C_3 + {}^7C_2 {}^5C_2 + {}^7C_3 {}^5C_1 + {}^7C_4 {}^5C_0 = 490$$

*Botúin (-3)*

B1 Téarma in easnamh

B2 Freagra neamhiomlán

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1  ${}^5C_4$

A2  ${}^7C_1 {}^5C_3$  nó a chomhionann

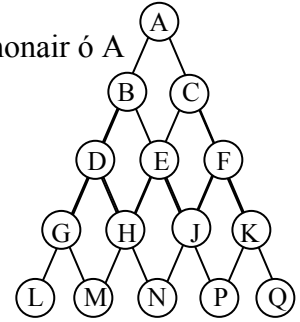


Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr. (2, 2, 2, 2)

7 (b) Titeann mirlín ó A agus caithfidh sé ceann amháin de na conairí a léirítear ar an léaráid a leanúint. Ní dóchúla don mhirlín aon chonair ó A go dtí an bhunlíne a leanúint seachas a chéile.



(i) Ceann amháin de na conairí ó A go dtí H is ea A-B-D-H. Liostaigh an dá chonair fhéideartha eile ó A go dtí H.

(ii) Faigh an dóchúlacht go ngabhann an mirlín trí H nó J.

(iii) Faigh an dóchúlacht go dtuirlingíonn an mirlín ar N.

(iv) Titeann dhá mhirlín ó A, ceann i ndiaidh a chéile, gan tionchar ar a chéile. Faigh an dóchúlacht go dtuirlingíonn an dá cheann acu ar P.

Cuid (b) (i)

5 mharc

Iarr. 2

7 (b) (i)

Tá dhá chonair fhéideartha eile: A-B-E-H agus A-C-E-H.

Botúin (-3)

B1 Conair amháin

Cuid (b) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

7 (b) (ii) Is iad na conairí go dtí J: A-B-E-J, A-C-E-J agus A-C-F-J.

∴ Tá sé chonair ó A go dtí H nó J.

Is é líon iomlán na conairí féideartha ó A chuig líne GHJK:

A-B-D-G, A-B-D-H, A-B-E-H, A-B-E-J, A-C-E-H, A-C-E-J, A-C-F-J, A-C-F-K.

∴ Tá ocht gconair fhéideartha ann.

(Nó díreach  $2 \times 2 \times 2 = 8$ .)

∴ Dóchúlacht =  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ .

Botúin (-3)

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

Sciorthaí (-1)

S1 Earráidí uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Gach toradh fabhrach agus/nó ionchasach liostaithe i gceart

Gan fiúntas (0 marc)

W1 Liosta neamhiomlán torthaí agus stopann

**Cuid (b) (iii)****5 mharc****Iarr. 2****7 (b) (iii)**

6 chonair chuig N: ABDHN, ABEHN, ABEJN, ACEHN, ACEJN, ACFJN.  
16 chonair fhéideartha ó A chuig an mbunlíne.

$$\therefore \text{Dóchúlacht} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

*Botúin (-3)*

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Gach toradh fabhrach agus/nó ionchasach liostaithe i gceart

*Gan fiúntas (0 marc)*

W1 Liosta neamhiomlán torthaí agus stopann

W2  $\frac{1}{5}$  le míniú nó dá uireasa**Cuid (b) (iv)****5 mharc****Iarr. 2****7 (b) (iv)**Tá ceithre chonair ó A go P.  $\therefore 4 \times 4$  thoradh is díol spéiseTá 16 chonair fhéideartha ann do gach mirlín.  $\therefore 16 \times 16$  thoradh ina n-iomláine.

$$\therefore \text{Dóchúlacht} = \frac{4 \times 4}{16 \times 16} = \frac{1}{16}$$

*Botúin (-3)*

B1 Líon mícheart torthaí fabhracha

B2 Líon mícheart torthaí ionchasacha

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Gach toradh fabhrach agus/nó ionchasach liostaithe i gceart

A2 Mirlín amháin

*Gan fiúntas (0 marc)*W1  $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ **Cuid (c)****20 (10, 10) marc****Iarr. (3, 3)****7 (c)** Tá meán  $\mu$  ag na réaduimhreacha  $a$ ,  $b$  agus  $c$  agus is é  $\sigma$  a ndiall caighdeánach.(i) Taispeáin gurb é meán na  $n$ -uimhreacha  $\frac{a-\mu}{\sigma}$ ,  $\frac{b-\mu}{\sigma}$  agus  $\frac{c-\mu}{\sigma}$  ná 0.(ii) Faigh diall caighdeánach na  $n$ -uimhreacha. Cosain do fhreagra

$$\frac{a-\mu}{\sigma}, \frac{b-\mu}{\sigma} \text{ agus } \frac{c-\mu}{\sigma}$$

**Cuid (c) (i)**

**10 marc**

**Iarr. 3**

**7 (c) (i)**

$$\text{Meán} = \frac{a - \mu + b - \mu + c - \mu}{3} = \frac{a + b + c - 3\mu}{3\sigma} = \frac{3\mu - 3\mu}{3\sigma} = 0, \text{ mar } \frac{a + b + c}{3} = \mu.$$

*Botúin (-3)*

B1  $a + b + c \neq 3\mu$  nó a chomhionann

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Meán ceart  $a$ ,  $b$ , agus  $c$

A2 Sloinneadh do mheán  $\frac{a - \mu}{\sigma}$ ,  $\frac{b - \mu}{\sigma}$  agus  $\frac{c - \mu}{\sigma}$

*Gan fiúntas (0 marc)*

W1  $\frac{a - \mu}{\sigma} + \frac{b - \mu}{\sigma} + \frac{c - \mu}{\sigma}$  agus stopann

**Cuid (c) (ii)**

**10 marc**

**Iarr. 3**

**7 (c) (ii)**

Tá meán  $\mu$  ag na huimhreacha  $a$ ,  $b$  agus  $c$  agus is é  $\sigma$  a ndiall caighdeánach.

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{(a - \mu)^2 + (b - \mu)^2 + (c - \mu)^2}{3}}.$$

Tá diall caighdeánach ag na huimhreacha  $\frac{a - \mu}{\sigma}$ ,  $\frac{b - \mu}{\sigma}$  agus  $\frac{c - \mu}{\sigma}$ , le meán = 0,

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{\left(\frac{a - \mu}{\sigma} - 0\right)^2 + \left(\frac{b - \mu}{\sigma} - 0\right)^2 + \left(\frac{c - \mu}{\sigma} - 0\right)^2}{3}} \\ &= \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{(a - \mu)^2 + (b - \mu)^2 + (c - \mu)^2}{3}} = \frac{1}{\sigma}(\sigma) = 1 \end{aligned}$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid i gcearnú

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Sloinneadh do dhiall caighdeánach ceart

## CEIST 8

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
<b>Cuid (c)</b>	<b>15 (5, 5, 5) mharc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

**8 (a)** Bain úsáid as suimeáil na míreanna chun  $\int x \sin x \, dx$  a fháil.

<b>Cuid (a)</b>	<b>15 mharc</b>	<b>Iarr. 5</b>
-----------------	-----------------	----------------

**8 (a)**

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du.$$

Bíodh  $u = x \Rightarrow du = dx$  agus  $dv = \sin x \, dx \Rightarrow v = -\cos x$ .

$$\therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x + \int \cos x \, dx = -x \cos x + \sin x + \text{Tairseach na suimeála.}$$

*Botúin (-3)*

- B1 Dífreáil nó suimeáil mhícheart
- B2 Foirmle mhícheart ‘codanna’

*Sciorthaí (-1)*

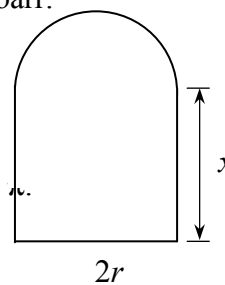
- S1 Earráid uimhríochta
- S2 Fágtar tairseach na suimeála ar lár

*Iarrachtaí (5 mharc)*

- A1 Uillinn cheart amháin i sannadh foirmle ‘codanna’
- A2 Dífreáil nó suimeáil cheart chuí

<b>Cuid (b)</b>	<b>20 (5, 5, 5, 5) marc</b>	<b>Iarr. (2, 2, 2, 2)</b>
-----------------	-----------------------------	---------------------------

**8 (b)** Is é an cruth atá ar fhuinneog ná dronuilleog agus leathchiorcal ar a barr. Is é  $r$  méadar ga an leathchiorcail agus is é an airde atá sa chuid dhronuilleogach ná  $x$  méadar. Is é imlíne na fuinneoige ná 20 méadar.



- (i) Bain úsáid as an imlíne chun  $x$  a shloinneadh i dtéarmaí  $r$  agus  $\pi$ .
- (ii) Faigh, i dtéarmaí  $\pi$ , an luach  $r$  a fhágann achar na fuinneoige ina uasluach.

<b>Cuid (b) (i)</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
---------------------	----------------	----------------

**8 (b) (i)** Imlíne =  $2x + 2r + \pi r = 20 \Rightarrow x = \frac{20 - 2r - \pi r}{2}$  méadar

*Botúin (-3)*

- B1 Earráid in imlíne
- B2 Freagra gan a bheith san fhoirm riachtanach

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta
- S2 Fágtar aonaid ar lár nó aonaid mhíchearta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

- A1 Sloinneadh d'ímlíne leathchiorcail
- A2 Sloinneadh d'ímlíne dhronuilleogach na fuinneoige

<b>Cuid (b) (ii) Achar i dtéarmaí <math>r</math></b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Difreáil</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>
<b>Críoch</b>	<b>5 mharc</b>	<b>Iarr. 2</b>

**8 (b) (ii)**

$$\text{Achar na fuinneoige} = A = 2rx + \frac{1}{2}\pi r^2.$$

$$\therefore A = 2r\left(\frac{20 - 2r - \pi r}{2}\right) + \frac{1}{2}\pi r^2 = 20r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2.$$

$$\therefore \frac{dA}{dr} = 20 - 4r - \pi r.$$

$$\text{Nuair is } \frac{dA}{dr} = 0 \Rightarrow 20 - 4r - \pi r = 0$$

$$\Rightarrow r(4 + \pi) = 20.$$

$$\therefore r = \frac{20}{4 + \pi}.$$

$$\frac{d^2A}{dr^2} = -4 - \pi < 0. \therefore \text{Tá achar na fuinneoige ina uasluach do } r = \frac{20}{4 + \pi} \text{ méadar.}$$

\* Má tá aonaid chearnacha i sloinneadh iarrthóirí d'ímlíne in (b)(i), ní féidir tuilleadh marcanna a fháil sa chuid seo

*Botúin (-3)*

- B1 Earráid in  $x$  a dhíchur ón sloinneadh don achar
- B2 Earráid i ndifreáil
- B3 Earráid in  $r$  a aimsiú

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta
- S2 Fágtar aonaid ar lár nó aonaid mhíchearta

*Iarrachtaí (2, 2, 2)*

- A1 Roinnt difreáil cheart
- A2  $20 - 4r - \pi r = 0$  agus stopann

*Gan fiúntas (0 marc)*

- W1 Sloinneadh neamhchearnach don achar

Cuid (c)

15 (5, 5, 5) mharc

Iarr. (2, 2, 2)

8 (c) Is í an tsraith Maclaurin do  $\tan^{-1}x$  ná  $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$

- (i) Scríobh síos téarma ginearálta na sraithe.
- (ii) Bain úsáid as an Tástáil Chóimheasa chun a thaispeáint go gcoimbhéiríonn an tsraith do  $|x| < 1$ .
- (iii) Agus úsáid á baint agat as  $\frac{\pi}{4} = 4 \tan^{-1} \frac{1}{5} - \tan^{-1} \frac{1}{239}$ , agus na chéad trí théarma sa tsraith Maclaurin do  $\tan^{-1}x$  á dtógáil agat, faigh neastachán do  $\pi$ . Bíodh do fhreagra ceart go dtí cúig ionad dheachúlacha.

Cuid (c) (i)

5 mharc

Iarr. 2

8 (c) (i)

$$u_n = \frac{x^{2n-1}}{2n-1} (-1)^{n+1}$$

Botúin (-3)

- B1 -1 in easnamh i dtéarma ginearálta
- B2 Séan  $x$  mícheart i dtéarma ginearálta
- B3 Ní mheaitseálann luach  $n$  in ainmneoir séan  $x$  san uimhreoir

Sciorthaí (-1)

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 Páirt amháin den téarma ginearálta ceart

Cuid (c) (ii)

5 mharc

Iarr. 2

8 (c) (ii)

$$\begin{aligned} \text{Teorainn}_{x \rightarrow 0} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| &= \text{Teorainn}_{x \rightarrow 0} \left| \frac{x^{2n+1}}{2n+1} (-1)^{n+2} \times \frac{2n-1}{x^{2n-1} (-1)^{n+1}} \right| \\ &= \text{Teorainn}_{x \rightarrow 0} \left| \frac{x^2 (2n-1)}{2n+1} (-1) \right| = \text{Teorainn}_{x \rightarrow 0} \left| \frac{x^2 (2 - \frac{1}{n})}{2 + \frac{1}{n}} \right| = x^2. \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Coinbhéiríonn } x^2 < 1 \Rightarrow |x| < 1.$$

\* Nóta: Má fhaightear 0 marc in (c)(i), ní féidir ach marc iarrachta ar a mhéad a fháil in (c)(i)  
Má tá séan  $x$  mícheart in (c)(i), ní féidir ach marc iarrachta ar a mhéad a fháil in (c)(ii)

Botúin (-3)

- B1 Earráid in  $u_{n+1}$
- B2 Earráid i dteorainneacha seachas sciorthaí
- B3 Míláimhseáil  $|x^2|$  nó  $|-x^2|$
- B4 Conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráidí uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 Tástáil chóimheasa úsáidte i gceart

**8 (c) (iii)**

$$\frac{\pi}{4} = 4 \left[ \frac{1}{5} - \frac{1}{3(5)^3} + \frac{1}{5(5)^5} \right] - \left[ \frac{1}{239} - \frac{1}{3(239)^3} + \frac{1}{5(239)^5} \right]$$

$$\therefore \pi = 3.14162.$$

*Botúin (-3)*

B1 Téarma in easnamh i bhforbairt

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráid uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Liostáil cheart sraithe amháin agus stopann

## CEIST 9

Cuid (a)	10 marc	Iarr. 3
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr. (3, 3)
Cuid (c)	20 (5, 5, 10) marc	Iarr. (2, 2, 3)

Cuid (a)	10 marc	Iarr. 3
----------	---------	---------

**9 (a)** Athróg randamach is ea  $Z$  faoi dháileadh normalach caighdeánach.  
Bain úsáid as na táblaí chun luach  $z_1$  a fháil a fhágann  $P(Z \geq z_1) = 0.0778$ .

Cuid (a)	10 marc	Iarr. 3
----------	---------	---------

**9 (a)**

$$P(Z \geq z_1) = 0.0778 \Rightarrow 1 - P(Z \leq z_1) = 0.0778.$$
$$P(Z \leq z_1) = 0.9222 \Rightarrow z_1 = 1.42.$$

*Botúin (-3)*

- B1 Léamh mícheart táblaí
- B2 Achar mícheart

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

- A1  $P(Z \geq z_1) \Rightarrow 1 - P(Z \leq z_1)$

Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr. (3, 3)
----------	------------------	--------------

**9 (b)** Tá díse laofa sa tslí gurb í an dóchúlacht go ndéanfar uimhir a sé a rolladh ná  $p$ .  
Tá na cúig uimhir eile chomh dóchúil lena chéile. Caitear an díse laofa seo ag an am céanna agus a chaitear díse cóir. Taispeáin go bhfuil an dóchúlacht go ndéanfar iomlán de 7 a rolladh, neamhspleách ar  $p$ .

Dóchúlacht réiteach aonair eile	10 marc	Iarr. 3
Críoch	10 marc	Iarr. 3

**9 (b)**

Dóchúlacht go rollfar 6 ar dhíse laofa =  $p$   
Dóchúlacht nach rollfar 6 ar dhíse laofa =  $1-p$

$\Rightarrow$  dóchúlacht aon toradh aonair eile (a bhfuil 5 cinn díobh ann) ar dhíse =  $\frac{1-p}{5}$ .

Dóchúlacht iomlán go ndéanfar iomlán de seacht a rolladh ó dhíse laofa agus ó dhíse cóir [i.e. (6, 1), (5, 2), (4, 3), (3, 4), (2, 5), (1, 6)]

$$= p\left(\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1-p}{5}\right)\frac{1}{6} + \left(\frac{1-p}{5}\right)\frac{1}{6} + \left(\frac{1-p}{5}\right)\frac{1}{6} + \left(\frac{1-p}{5}\right)\frac{1}{6} + \left(\frac{1-p}{5}\right)\frac{1}{6}$$
$$= \frac{p}{6} + \frac{5}{6}\left(\frac{1-p}{5}\right) = \frac{p+1-p}{6} = \frac{1}{6}.$$

*Botúin (-3)*

- B1 Úsáidtear roinntoir seachas 5
- B2 Gach téarma in easnamh suas go huasmhéid 3
- B3 Conclúid mhícheart nó gan chonclúid scríofa ná intuigthe



*Sciorrthai (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3, 3 mharc)*

A1 Tagairt do  $1 - p$

A2 Na torthaí fabhracha liostaithe (caithfear (6, 1) agus toradh amháin eile ar a laghad bheith ann)

A3 Téarma ceart amháin

**Cuid (c)**

**20 (5, 5, 10) marc**

**Iarr. (2, 2, 3)**

**9 (c)** Ba é an meánmharc céatadánach a fuair iarrthóirí i scrúdú na hArdteistiméireachta sa Mhatamaitic Ardleibhéil in 2010 ná 67.0%, le diall caighdeánach de 10.4%. Tá fiosrú á dhéanamh ar an tuairim go mbíonn na torthaí acu sin a rinne achomharc, cosúil ar an meán le torthaí na n-iarrthóirí eile go léir. Tógtar sampla randamach d'iarrthóirí a rinne achomharc. Is é meánmharc céatadánach an tsampla seo ná 69.3%.

- (i) Más é méid an tsampla ná 25, taispeáin ansin *nach bhfuil* an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5% .
- (ii) Más é méid an tsampla ná 100, taispeáin ansin *go bhfuil* an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5%.
- (iii) Cad é an méid is lú a chaithfeadh a bheith sa sampla chun go mbeadh an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5%?

**Cuid (c) (i)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**9 (c) (i)**

$$n = 25, \mu = 67, \sigma = 10.4, \bar{x} = 69.3.$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{69.3 - 67}{\frac{10.4}{\sqrt{25}}} = \frac{2.3}{2.08} = 1.105 < 1.96.$$

$\therefore$  Níl an toradh suntasach.

NÓ

$$\mu - 1.96\sigma_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \mu + 1.96\sigma_{\bar{x}}$$

$$67 - \frac{(1.96)(10.4)}{\sqrt{25}} \leq \bar{x} \leq 69.3 + \frac{(1.96)(10.4)}{\sqrt{25}}$$

$$62.9232 \leq \bar{x} \leq 71.0768$$

Laistigh den raon  $\Rightarrow$  níl an toradh suntasach

*Botúin (-3)*

B1 Earráid san fhoirmle

B2  $\sigma_{\bar{x}} \neq \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

B3 Conclúid mhícheart nó gan chonclúid intuigthe

*Sciorrthai (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Cuid den fhoirmle ionadaithe

9 (c) (ii)

$$n = 100, \mu = 67, \sigma = 10.4, \bar{x} = 69.3.$$

$$\frac{69.3 - 67}{\frac{10.4}{\sqrt{100}}} = \frac{2.3}{1.04} = 2.211 > 1.96.$$

$\therefore$  Tá an toradh suntasach.

*Botúin (-3)*

B1 Earráid san fhoirmle

B2  $\sigma_{\bar{x}} \neq \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

B3 Conclúid mhícheart nó gan chonclúid

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Cuid den fhoirmle ionadaithe

9 (c) (iii)

$$\mu = 67, \sigma = 10.4, \bar{x} = 69.3.$$

$$\frac{69.3 - 67}{\frac{10.4}{\sqrt{n}}} = \frac{2.3\sqrt{n}}{10.4} \geq 1.96.$$

$$2.3\sqrt{n} \geq 1.96 \times 10.4 \Rightarrow \sqrt{n} \geq 8.862.$$

$$\therefore n > 78 \Rightarrow n = 79.$$

$\therefore$  Is é 79 méid an tsampla is lú.

*Botúin (-3)*

B1 Earráid san fhoirmle

B2  $\sigma_{\bar{x}} \neq \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

B3 Sampla mícheart nó níor roghnaíodh an sampla is lú

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1 Cuid den fhoirmle ionadaithe

## CEIST 10

**Cuid (a)** **10 (5, 5) marc** **Iarr. (2, 2)**  
**Cuid (b)** **40 (5, 5, 5, 5, 10, 5, 5) marc** **Iarr. (2, 2, 2, 2, 3, 2, 2)**

**Cuid (a)** **10 (5, 5) marc** **Iarr. (2, 2)**

**10 (a)** Taispeántar tábla Cayley don ghrúpa  $(\{a, b, c\}, *)$ .

(i) Scríobh síos an ball ionannais.

(ii) Scríobh síos inbhéarta gach bail.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>

**Cuid (a) (i)** **5 mharc** **Iarr. 2**

**10 (a) (i)**  
 Ball ionannais = *b*.

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Airí ionannais luaite agus níos sainaitníodh an ball

**Cuid (a) (ii)** **5 mharc** **Iarr. 2**

**10 (a) (ii)**  
 $a^{-1} = c, \quad b^{-1} = b, \quad c^{-1} = a.$

*Botúin (-3)*

B1 Inbhéarta aon bhail fágtha ar lár

*Iarrachta (2 mharc)*

A1  $a * a^{-1} = b$

A2 Aon inbhéarta ceart

**Cuid (b)** **40 (5, 5, 5, 5, 10, 5, 5) marc** **Iarr. (2, 2, 2, 2, 3, 2, 2)**

**10 (b)** Tá dhá shiméadracht rothlacha dhéag ag teitrihéadrán rialta. Déanann siad seo grúpa  $G$  faoi chomhshuíomh,  $\circ$ . Is féidir na siméadrachtaí a léiriú mar iomalartuithe de na stuaiceanna  $A, B, C$  agus  $D$ .

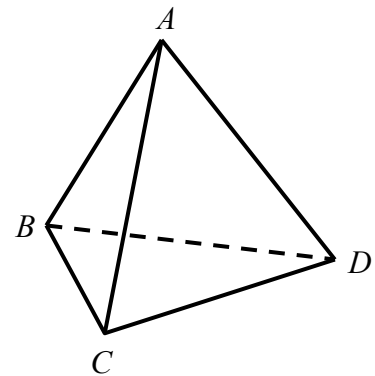
(i) Scríobh síos i bhfoirm iomalartaithe, ball amháin  $x$  d'ord 3, agus déan cur síos ar an tsiméadracht seo go céimseatóil.

(ii) Scríobh síos i bhfoirm iomalartaithe, ball amháin  $y$  d'ord 2, agus déan cur síos ar an tsiméadracht seo go céimseatóil.

(iii) Taispeáin go bhfuil  $x \circ y \neq y \circ x$ .

(iv) Is é  $S$  an tacar  $\{e, x, y, x \circ y, y \circ x, x \circ x\}$ , áit arb é  $e$  an claochlú ionannais. Taispeáin **nach** bhfuil  $S$  iata faoi  $\circ$ .

(v) Is foghrúpa de  $G$  é  $H$ . Bíodh  $x \in H$  agus  $y \in H$ . Taispeáin go bhfuil  $H = G$ .



**Cuid (b) (i) Iomalartú**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**Cur síos**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**10 (b) (i)** Ceartaigh rinn amháin e.g. A

Tá ocht bhfreagra fhéideartha ann, cosúil le:

$$x = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & C & D & B \end{pmatrix}$$

Go céimseatóil, is rothlú é seo de  $\frac{2\pi}{3}$  timpeall ar ais  $AG$ , áit a bhfuil  $G$  ina mheánlár de thriantán  $BCD$ .

Comhfhreagraíonn na réitigh eile le rothlathes  $\frac{2\pi}{3}$  nó  $\frac{4\pi}{3}$  timpeall ar an ais seo nó aiseanna comhionanna.

*Botúin (-3)*

B1 Iomalartú eile seachas ord 3

B2 Cosaint céimseatóil neamhiomlán

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2, 2 mharc)*

A1 Uillinn mhícheart rothlathes

**Cuid (b) (ii) Iomalartú**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**Léirmhíniú**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**10 (b) (ii)**

Tá trí fhreagra fhéideartha ann, cosúil le:

$$y = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & B & A \end{pmatrix}$$

Go céimseatóil, is rothlú é seo de  $\pi$  timpeall ar an ais, trí lárphointí na n-imeall urchomhaireacha  $[AD]$  agus  $[BC]$ .

*Botúin (-3)*

B1 Léirmhíniú céimseatóil neamhiomlán

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarracht (2, 2 mharc)*

A1 Tagairt do  $\pi$

**Cuid (b) (iii)**

**10 marc**

**Iarr. 3**

**10 (b) (iii)**

$$x \circ y = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & C & D & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & D & C & A \end{pmatrix}$$

$$y \circ x = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & C & D & B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & B & A & C \end{pmatrix}$$

$$\therefore x \circ y \neq y \circ x.$$

Nóta: braitheann comhshuíomh ar rogha an iarrthóra de  $x$  agus  $y$ , ach beidh sé míchothrom i ngach cás ceart.

*Botúin (-3)*

B1 Earráid i gcomhshuíomh

B2 Conclúid mhícheart luaite nó intuigthe

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

A1  $x \circ y$  sainaitheanta

**Cuid (b) (iv)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**10 (b) (iv)**

$$(y \circ x)(x \circ y) = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & B & A & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & D & C & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & C & A & D \end{pmatrix} \notin S.$$

$\therefore$  Níl  $S$  iata.

Nóta: tá samplaí cearta eile ann nach bhfuil iata, agus braitheann siad ar rogha an iarrthóra de  $x$  agus  $y$ .

*Botúin (-3)*

B1 Comhshuíomh mícheart

B2 Ní luaitear, ná ní intuigthe, an conclúid

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 2 bhall ar a laghad den chomhshuíomh i gceart

**Cuid (b) (v)**

**5 mharc**

**Iarr. 2**

**10 (b) (v)**

De réir theoirim Lagrange, caithfidh aon fhoghrúpa  $H$  de  $G$  bheith d'ord 1, 2, 3, 4, 6 nó 12.

Caithfidh ar a laghad baill  $\{e, x, y, x \circ y, y \circ x, x \circ x\}$  bheith in  $H$ .

Ach de réir chuid (iii), níl an tacar seo iata. Dá bhrí sin caithfidh 12 bhall bheith ann.

Uaidh sin  $H = G$ .

*Botúin (-3)*

B1 Earráid in úsáid Theoirim Lagrange

B2 Ní dhéantar tagairt do thacair nach bhfuil iata ó (iii)

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*

A1 Sainiú foghrúpa scríofa nó intuigthe.

## CEIST 11

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
<b>Cuid (b)</b>	<b>40 (10, 5, 10, 15) marc</b>	<b>Iarr. (3, 2, 3, 5)</b>

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
-----------------	----------------	----------------

**11 (a)** Tá éalárnacht de  $(0, 0)$  ag éilips, ar lárphointe dó  $\frac{1}{2}$ . Tá fócas amháin aige ag an bpointe  $(2, 0)$ . Faigh cothromóid an éilips.

<b>Cuid (a)</b>	<b>10 marc</b>	<b>Iarr. 3</b>
-----------------	----------------	----------------

**11 (a)**

$$ae = 2 \Rightarrow a\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ agus } b^2 = a^2(1 - e^2) \Rightarrow b^2 = 16\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 12.$$

$$\text{Is ionann an éilips agus } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1.$$

*Botúin (-3)*

- B1 Luachanna  $a^2$  agus  $b^2$  faighte ach níor foirmíodh cothromóid
- B2 Earráid san fhoirmle
- B3 Míláimhseáil  $e^2$

*Sciorthaí (-1)*

- S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

- A1  $a = 4$  agus stopann

<b>Cuid (b)</b>	<b>40 (10, 5, 10, 15) marc</b>	<b>Iarr. (3, 2, 3, 5)</b>
-----------------	--------------------------------	---------------------------

**11 (b)(i)** Is dhá phointe iad  $P(x_1, y_1)$  agus  $Q(x_2, y_2)$  sa tslí go bhfuil  $x_1 \leq x_2$ . Más é  $\tan\theta$  fána  $PQ$ , agus más é  $d$  fad  $[PQ]$ , sloinn  $(x_2 - x_1)$  agus  $(y_2 - y_1)$  i dtéarmaí  $d$  agus  $\theta$ .

**(ii)** Is é  $f$  an claochlú  $(x, y) \rightarrow (x', y')$ , áit a bhfuil  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

$$\text{Taispeáin go bhfuil } \frac{|f(P)f(Q)|}{|PQ|} = \sqrt{(2\cos\theta + 5\sin\theta)^2 + (3\cos\theta + 4\sin\theta)^2}.$$

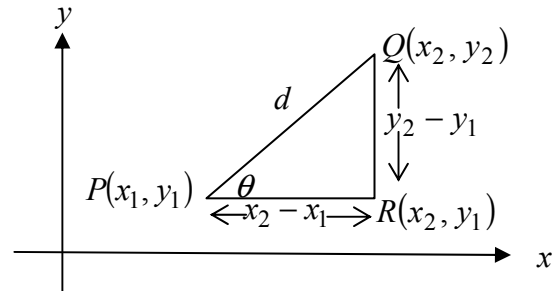
**(iii)** Déan a dhéaduchtú go bhfuil cóimheas na bhfad ar línte comhthreomhara do-athraitheach faoi  $f$ .

**Cuid (b) (i)****10 marc****Iarr. 3****11 (b) (i)**

$$|PR| = x_2 - x_1 \quad \text{agus} \quad |QR| = y_2 - y_1.$$

$$\cos \theta = \frac{x_2 - x_1}{d} \Rightarrow x_2 - x_1 = d \cos \theta.$$

$$\sin \theta = \frac{y_2 - y_1}{d} \Rightarrow y_2 - y_1 = d \sin \theta.$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid san fhoirmle thriantánúil

B2  $x_2 - x_1 = d \cos \theta$  amháin*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*

$$A1 \quad \tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**Cuid (b) (ii)**  $\frac{|f(P)f(Q)|}{|PQ|}$ **5 mharc****Iarr. 2****Críoch****10 marc****Iarr. 3****11 (b) (ii)**

$$f(P) = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + 5y_1 + 6 \\ 3x_1 + 4y_1 + 1 \end{pmatrix} \quad \text{agus} \quad f(Q) = \begin{pmatrix} 2x_2 + 5y_2 + 6 \\ 3x_2 + 4y_2 + 1 \end{pmatrix}.$$

$$\therefore \frac{|f(P)f(Q)|}{|PQ|} = \frac{\sqrt{(2x_2 + 5y_2 + 6 - 2x_1 - 5y_1 - 6)^2 + (3x_2 + 4y_2 + 1 - 3x_1 - 4y_1 - 1)^2}}{d}$$

$$= \frac{\sqrt{[2(x_2 - x_1) + 5(y_2 - y_1)]^2 + [3(x_2 - x_1) + 4(y_2 - y_1)]^2}}{d}$$

$$= \frac{\sqrt{(2d \cos \theta + 5d \sin \theta)^2 + (3d \cos \theta + 4d \sin \theta)^2}}{d}$$

$$= \frac{d \sqrt{(2 \cos \theta + 5 \sin \theta)^2 + 3(\cos \theta + 4 \sin \theta)^2}}{d}$$

$$= \sqrt{(2 \cos \theta + 5 \sin \theta)^2 + (3 \cos \theta + 4 \sin \theta)^2}$$

*Botúin (-3)*

B1 Earráid in iolrú mairtrise

B2 Conclúid mhícheart

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarrachtaí (2, 3 mharc)*

A1  $f(P)$  nó a chomhionann

A2 Foirmle faid le roinnt ionadú ceart le haghaidh  $|f(P)f(Q)|$

**Cuid (b) (iii)**

**15 mharc**

**Iarr. 5**

**11 (b) (iii)**

Is línte chomhthreomhara iad  $[PQ]$  agus  $[RS]$

$[PQ]$  agus  $[RS]$  mapáilte chuig  $[f(P)f(Q)]$  agus  $[f(R)f(S)]$  faoi seach.

De réir chuid (ii),

$$|f(P)f(Q)| = k|PQ|, \text{ áit a bhfuil } k = \sqrt{(2\cos\theta + 5\sin\theta)^2 + (3\cos\theta + 4\sin\theta)^2}.$$

Mar go mbraitheann  $k$  ar  $\theta$  amháin, is é an  $k$  céanna atá i gceist don dá theascán.

$$\therefore \frac{|f(P)f(Q)|}{|f(R)f(S)|} = \frac{k|PQ|}{k|RS|} = \frac{|PQ|}{|RS|}.$$

*Botúin (-3)*

B1 Níl chosnaítear  $|f(R)f(S)| = k|RS|$

B2 Gan chonclúid nó conclúid mhícheart

*Sciorthaí (-1)*

S1 Earráidí uimhríochta

*Iarracht (5 mharc)*

A1  $|f(P)f(Q)| = k|PQ|$



## MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE

Ba chóir marcanna de réir an ghnáthráta a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don pháipéar. Ba chóir freisin an marc bónais sin a shlánú **síos**.

Déantar an cinneadh agus an ríomhaireacht faoin marc bónais i gcás gach páipéir ar leithligh.

Is é 5% an gnáthráta agus is é 300 iomlán na marcanna don pháipéar. Mar sin, bain úsáid as an ngnáthráta 5% i gcás iarrthóirí a ghnóthaíonn 225 marc nó níos lú, e.g.  $198 \text{ marc} \times 5\% = 9.9 \Rightarrow \text{bónas} = 9 \text{ marc}$ .

Má ghnóthaíonn an t-iarrthóir níos mó ná 225 marc, ríomhtar an bónas de réir na foirmle  $[300 - \text{bunmharc}] \times 15\%$ , agus an marc bónais sin a shlánú **síos**. In ionad an ríomhaireacht sin a dhéanamh, is féidir úsáid a bhaint as an tábla thíos.

Bunmharc	Marc Bónais
226	11
227 – 233	10
234 – 240	9
241 – 246	8
247 – 253	7
254 – 260	6
261 – 266	5
267 – 273	4
274 – 280	3
281 – 286	2
287 – 293	1
294 – 300	0





