



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2011

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 (300 marc)

DÉ hAOINE, 10 MEITHEAMH – TRÁTHNÓNA, 2:00 go dtí 4:30

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

1. (a) Simpligh go hiomlán $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1}$.
- (b) (i) Cruthaigh teoirim na bhfachtóirí d'iltéarmaigh de chéim 2.
Is é sin, ag glacadh leis go bhfuil $f(x) = ax^2 + bx + c$ agus gur uimhir í k sa chaoi go bhfuil $f(x) = 0$, cruthaigh gur fachtóir de $f(x)$ é $(x-k)$.
- (ii) Seasann teoirim na bhfachtóirí i gcás na n-iltéarmach de chéim níos airde freisin. Faigh na luachanna ar n a fhágann $(x+k)$ ina fhachtóir den iltéarmach $g(x) = x^n + k^n$, áit $k \neq 0$.
- (c) Is fachtóir é $(x-a)^2$ de $2x^3 - 5ax^2 + 8abx - 36a$, áit $a \neq 0$.
Faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar a agus b .
2. (a) Réitigh le haghaidh x : $|2x-1| \leq 3$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.
- (b) Is iad α agus $\frac{1}{\alpha}$ fréamhacha na cothromóide cearnaí $3kx^2 - 18tx + (2k+3) = 0$, áit ar tairisigh iad t agus k .
- (i) Faigh luach k .
- (ii) Má tá ceann amháin de na fréamhacha ceithre huairé níos mó ná an ceann eile, faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar t .
- (c) Bíodh $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + a}$, áit ar tairiseach é a .
- (i) Má tá $a = 13$, ansin cruthaigh go bhfuil $f(x) > 0$ do gach $x \in \mathbb{R}$.
- (ii) Má tá $a = 13$, ansin cruthaigh go bhfuil $f(x) < 1$ do gach $x \in \mathbb{R}$.
- (iii) Faigh raon na luachanna ar a a fhágann go bhfuil $0 < f(x) < 1$, do gach $x \in \mathbb{R}$.

3. (a) Sloinn $\frac{1+2i}{2-i}$ san fhoirm $a+bi$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.
- (b) (i) Faigh an dá uimhir choimpléascacha $a+bi$ sa chaoi go bhfuil $(a+bi)^2 = -3+4i$.
- (ii) Uaidh sin réitigh an chothromóid $x^2 + x + 1 - i = 0$.
- (c) (i) Bíodh A agus B ina maitrísí 2×2 , áit a bhfuil inbhéarta ag A .
Taispeáin go bhfuil $(A^{-1}BA)^n = A^{-1}B^nA$ do gach $n \in \mathbb{N}$.
- Bíodh $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ agus $M = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -10 & 6 \end{pmatrix}$.
- (ii) Luacháil $P^{-1}MP$ agus uaidh sin $(P^{-1}MP)^n$.
- (iii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil $M^n = M$, do gach $n \in \mathbb{N}$.
4. (a) I seicheamh comhbhreise, is é -3 an tríú téarma agus is é -15 an séú téarma. Faigh an chéad téarma agus an chomhbheis.
- (b) Bíodh $u_n = l\left(\frac{1}{2}\right)^n + m(-1)^n$ do gach $n \in \mathbb{N}$.
- (i) Fíoraigh go sásaíonn u_n an chothromóid $2u_{n+2} + u_{n+1} - u_n = 0$.
- (ii) Má tá $a_k = u_k + u_{k+1}$, sloinn a_k i dtéarmaí k agus l .
- (iii) Faigh $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, i dtéarmaí l .
- (iv) Sa chás $l > 0$, faigh n , an tslánuimhir dheimhneach is lú a fhágann
- $$\sum_{k=1}^n a_k > (0.99) \sum_{k=1}^{\infty} a_k.$$

5. (a) Faigh chomhéifeacht x^8 i bhforbairt $(x^2 - 1)^{10}$.
- (b) (i) Réitigh an chothromóid:

$$\log_2 x - \log_2 (x - 1) = 4 \log_4 2.$$
- (ii) Réitigh an chothromóid:

$$3^{2x+1} - 17(3^x) - 6 = 0.$$
 Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.
- (c) Cruthaigh, trí ionduchtú, gur fachtóir é 9 de $5^{2n+1} + 2^{4n+2}$, do gach $n \in \mathbb{N}$.
6. (a) Dífreáil $\cos^2 x$ i leith x .
- (b) Is í an chothromóid atá ag cuar ná $y = e^{-x^2}$.
- (i) Faigh $\frac{dy}{dx}$.
- (ii) Faigh comhordanáidí phointe casaidh an chuair.
- (iii) Déan amach cé acu uaspointe logánta nó íospointe logánta é an pointe casaidh seo.
- (c) Sainítear an fheidhm f mar $x \rightarrow \frac{2x}{x+1}$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- (i) Faigh cothromóidí na n -asamtóití atá ag an gcuar $y = f(x)$.
- (ii) Is dhá phointe ar leith iad P agus Q ar an gcuar $y = f(x)$.
 Tá an tadhlaí ag Q comhthreomhar leis an tadhlaí ag P .
 Is iad $(1, 1)$ comhordanáidí an phointe P .
 Faigh comhordanáidí Q .
- (iii) Fíoraigh gurb é pointe trasnaithe na n -asamtóití lárphointe $[PQ]$.

7. (a) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuair $x^2 + y^3 = x - 2$ ag an bpointe $(3, -2)$.

(b) Déantar cuair a shainiú leis na cothromóidí paraiméadracha

$$x = \frac{t-1}{t+1} \quad \text{agus} \quad y = \frac{-4t}{(t+1)^2}, \quad \text{áit } t \neq -1.$$

(i) Faigh $\frac{dx}{dt}$ agus $\frac{dy}{dt}$.

(ii) Uaidh sin faigh $\frac{dy}{dx}$, agus sloinn do fhreagra i dtéarmaí x .

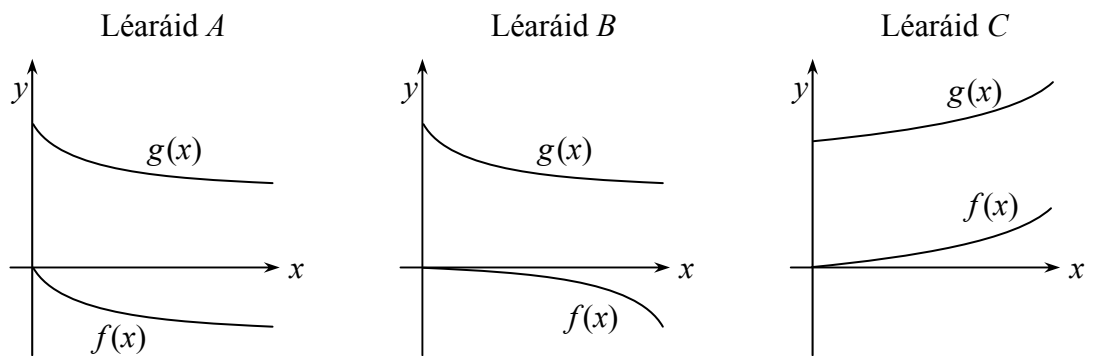
(c) Sainítear na feidhmeanna f agus g san fhearann $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$ mar seo a leanas:

$$f: x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{-x}{x+1}\right) \quad \text{agus} \quad g: x \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x}\right).$$

(i) Taispeáin go bhfuil $f'(x) = \frac{-1}{2x^2 + 2x + 1}$.

(ii) Is féidir a thaispeáint go bhfuil $f'(x) = g'(x)$.

Léiríonn ceann amháin de na trí léaráid A , B , nó C thíos cuid de graf f agus cuid de graf g . Agus do fhreagra bunaithe ar na díorthaigh amháin, luaigh cén léaráid an ceann ceart, agus luaigh freisin, i gcás an dá léaráid eile, cén fáth a bhfuil an léaráid sin mícheart.



8. (a) Faigh $\int (x^3 + \sqrt{x}) dx$.

(b) (i) Luacháil $\int_0^2 \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx$.

(ii) Luacháil $\int_0^2 \frac{x^2+2x+2}{x+1} dx$.

(c) Bain úsáid as modhanna suimeála chun an fhoirmle $A = \pi r^2$ d'achar diosca a bhfuil ga r ann a bhunú.

Leathanach Bán

Leathanach Bán