Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2011

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 13 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair **CÚIG** cheist as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **Roinn B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

RABHADH: **Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.**

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí nuair is ábhartha iad.

ROINN A

Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

1. **(a)** Déantar ciorcal a shainiú leis na cothromóidí paraiméadracha seo a leanas:

$$x = 2 + 3\sin\theta, \quad y = 3\cos\theta, \text{ áit a bhfuil } \theta \in \mathbb{R}.$$

Cad í cothromóid Chairtéiseach an chiorcail?

(b) Faigh cothromóid an chiorcail a ghabhann trí na pointí $(0, 3)$, $(2, 1)$ agus $(6, 5)$.

(c) Tá lárphointe A agus ga r_1 ag an gciorcal $c_1 : x^2 + y^2 - 8x + 2y - 23 = 0$.
Tá lárphointe B agus ga r_2 ag an gciorcal $c_2 : x^2 + y^2 + 6x + 4y + 3 = 0$.

(i) Taispeáin go dtrasnaíonn c_1 agus c_2 a chéile ag dhá phointe.

(ii) Taispeáin go ngabhann na tadhlaithe le c_1 ag na pointí trasnaithe seo trí lárphointe c_2.

2. **(a)** Faigh an luach ar s agus an luach ar t a shásaíonn an chothromóid

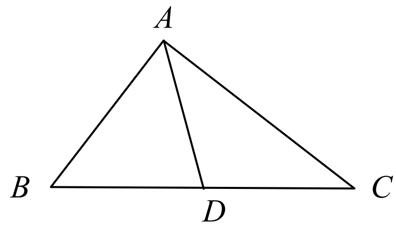
$$s\left(\vec{i} - 4\vec{j}\right) + t\left(2\vec{i} + 3\vec{j}\right) = 4\vec{i} - 27\vec{j}.$$

(b) $\overrightarrow{OP} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ agus $\overrightarrow{OQ} = 5\left(\overrightarrow{OP}^{\perp}\right)$, áit arb é O an bunphointe.

(i) Faigh $\overrightarrow{OQ}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

(ii) Faigh $\cos|\angle OQP|$, i bhfoirm surda.

(c) Is triantán é ABC agus is é D lárphointe $[BC]$.



(i) Sloinn $\overrightarrow{AB}$ i dtéarmaí $\overrightarrow{AD}$ agus $\overrightarrow{BC}$
agus sloinn $\overrightarrow{AC}$ i dtéarmaí $\overrightarrow{AD}$ agus $\overrightarrow{BC}$.

(ii) Uaidh sin, cruthaigh go bhfuil $|AB|^2 + |AC|^2 = 2|AD|^2 + \frac{1}{2}|BC|^2$.

3. **(a)** Is iad P agus Q na pointí $(-1, 4)$ agus $(3, 7)$ faoi seach.
Faigh comhordanáidí an phointe a dhéanann $[PQ]$ a roinnt go hinmheánach sa chóimheas 3 : 1.

(b) Is é f an claochlú $(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $x' = x - y$ agus $y' = 2x + 3y$.
Is é l_1 an líne $2x - y - 1 = 0$.

(i) Faigh cothromóid $f(l_1)$, íomhá l_1 faoi f.

(ii) Cruthaigh go mapálann f gach péire de línte comhthreomhara ar phéire de línte comhthreomhara. Glac leis go mapálann f gach líne ar líne.

(iii) Tá an líne l_2 comhthreomhar leis an líne l_1.
Trasnaíonn $f(l_2)$ an x-ais ag A' agus an y-ais ag B'.
Is é achar an triantáin $A'OB'$ ná 9 n-aonad chearnacha, áit arb é O an bunphointe.
Faigh an dá chothromóid a d'fhéadfadh a bheith ag l_2.

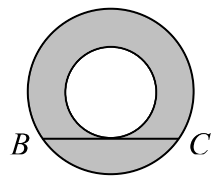
(iv) Má thugtar go bhfuil $A' = f(A)$ agus $B' = f(B)$, taispeáin $|\angle AOB| \neq |\angle A'OB'|$.

4. **(a)** Luacháil $\displaystyle \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x + \sin x}{3x}\right)$.

(b) Faigh gach uile réiteach atá ar an gcothromóid

$$\sin 2x + \cos x = 0, \text{ áit a bhfuil } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ.$$

(c) Sa léaráid taispeántar dhá chiorcal chomhlárnacha.
Déanann tadhlaí leis an gciorcal inmheánach an ciorcal seachtrach a ghearradh ag B agus C, áit a bhfuil $|BC| = 2x$.



(i) Sloinn achar an réigiúin scáthaithe i dtéarmaí x.

(ii) Sa chás gurb é $2x$ ga an chiorcail sheachtraigh,
taispeáin go bhfuil achar $\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)x^2$ sa chuid den réigiún scáthaithe atá taobh thíos de BC.

5. **(a)** Faigh na luachanna ar x a fhágann $3\tan x = \sqrt{3}$, áit a bhfuil $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

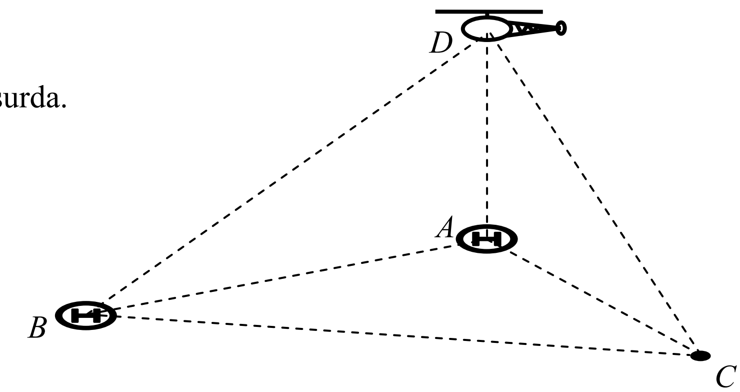
(b) **(i)** Cruthaigh go bhfuil $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$.

(ii) Má tá $\alpha + \beta = 90^\circ$, ansin taispeáin go bhfuil $\dfrac{\tan 2\alpha}{\tan 2\beta} = -1$.

(c) Tá dhá áit tuirlingthe do héileacaptair ag A agus B ar thalamh comhréidh. Is pointe eile é C ar an talamh comhréidh céanna. $|BC| = 800$ méadar, $|AC| = 900$ méadar, agus $|\angle BCA| = 60^\circ$. Tá héileacaptar D ar foluain go ceartingearach os cionn A. Feiceann breathnóir ag C go bhfuil uillinn airde 30° ag an héileacaptar.

(i) Faigh $|AD|$, i bhfoirm surda.

(ii) Faigh $|BD|$.



6. **(a)** Seasann beirt daoine fásta agus ceathrar páistí i líne do ghrianghraf. Cé mhéad eagar éagsúil is féidir a dhéanamh má tá an ceathrar páistí idir an bheirt fhásta?

(b) **(i)** Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 6u_{n+1} + 8u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, má thugtar go bhfuil $u_0 = 0$ agus $u_1 = 4$.

(ii) Cad é an luach ar n a fhágann $u_n = 30(2^n)$?

(c) Tarraingítear cúig chárta le chéile go randamach as paca caighdeánach de 52 cárta imeartha. Faigh, i bhfoirm dheachúlach, ceart go dtí dhá fhigiúr shuntasacha, an dóchúlacht:

(i) gur muileataí iad gach ceann de na cúig chárta

(ii) go mbaineann gach ceann de na cúig chárta leis an gculaith chéanna

(iii) gurb iad na cúig chárta ná: an t-aon, an dó, an trí, an ceathair agus an cúig muileata

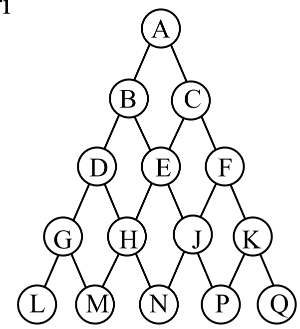
(iv) go bhfuil na ceithre aon i measc na gcúig chárta.

7. **(a)** Roghnaítear foireann de cheathrar as seachtar cailíní agus cúigear buachaillí.

(i) Cé mhéad rogha éagsúil is féidir a dhéanamh?

(ii) Cé mhéad de na roghanna seo a bhfuil cailín amháin ar a laghad ina measc?

(b) Titeann mirlín ó A agus caithfidh sé ceann amháin de na conairí a léirítear ar an léaráid a leanúint. Ní dóchúla don mhirlín aon chonair ó A go dtí an bhunlíne a leanúint seachas a chéile.



(i) Ceann amháin de na conairí ó A go dtí H is ea A-B-D-H. Liostaigh an dá chonair fhéideartha eile ó A go dtí H.

(ii) Faigh an dóchúlacht go ngabhann an mirlín trí H nó J.

(iii) Faigh an dóchúlacht go dtuirlingíonn an mirlín ar N.

(iv) Titeann dhá mhirlín ó A, ceann i ndiaidh a chéile, gan tionchar ar a chéile. Faigh an dóchúlacht go dtuirlingíonn an dá cheann acu ar P.

(c) Tá meán μ ag na réaduimhreacha a, b agus c agus is é σ a ndiall caighdeánach.

(i) Taispeáin gurb é meán na n-uimhreacha $\dfrac{a-\mu}{\sigma}$, $\dfrac{b-\mu}{\sigma}$ agus $\dfrac{c-\mu}{\sigma}$ ná 0.

(ii) Faigh diall caighdeánach na n-uimhreacha $\dfrac{a-\mu}{\sigma}$, $\dfrac{b-\mu}{\sigma}$ agus $\dfrac{c-\mu}{\sigma}$.

Cosain do fhreagra.

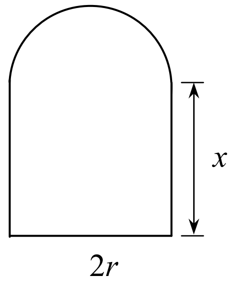
ROINN B

Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo

8. **(a)** Bain úsáid as suimeáil na míreanna chun $\int x \sin x \, dx$ a fháil.

(b) Is é an cruth atá ar fhuinneog ná dronuilleog agus leathchiorcal ar a barr.

Is é r méadar ga an leathchiorcail agus is é an airde atá sa chuid dhronuilleogach ná x méadar. Is é imlíne na fuinneoige ná 20 méadar.



(i) Bain úsáid as an imlíne chun x a shloinneadh i dtéarmaí r agus π.

(ii) Faigh, i dtéarmaí π, an luach r a fhágann achar na fuinneoige ina uasluach.

(c) Is í an tsraith Maclaurin do $\tan^{-1}x$ ná $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$

(i) Scríobh síos téarma ginearálta na sraithe.

(ii) Bain úsáid as an Tástáil Chóimheasa chun a thaispeáint go gcoinbhéirsíonn an tsraith do $|x| < 1$.

(iii) Agus úsáid á baint agat as $\frac{\pi}{4} = 4\tan^{-1}\frac{1}{5} - \tan^{-1}\frac{1}{239}$, agus na chéad trí théarma sa tsraith Maclaurin do $\tan^{-1}x$ á dtógáil agat, faigh neastachán do π.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí cúig ionad dheachúlacha.

9. **(a)** Athróg randamach is ea Z faoi dháileadh normalach caighdeánach.
Bain úsáid as na táblaí chun luach z_1 a fháil a fhágann $P(Z \geq z_1) = 0{\cdot}0778$.

(b) Tá dísle laofa sa tslí gurb í an dóchúlacht go ndéanfar uimhir a sé a rolladh ná p.
Tá na cúig uimhir eile chomh dóchúil lena chéile.
Caitear an dísle laofa seo ag an am céanna agus a chaitear dísle cóir. Taispeáin go bhfuil an dóchúlacht go ndéanfar iomlán de 7 a rolladh, neamhspleách ar p.

(c) Ba é an meánmharc céatadánach a fuair iarrthóirí i scrúdú na hArdteistiméireachta sa Mhatamaitic Ardleibhéil in 2010 ná 67·0%, le diall caighdeánach de 10·4%.
Tá fiosrú á dhéanamh ar an tuairim go mbíonn na torthaí acu sin a rinne achomharc, cosúil ar an meán le torthaí na n-iarrthóirí eile go léir. Tógtar sampla randamach d'iarrthóirí a rinne achomharc. Is é meánmharc céatadánach an tsampla seo ná 69·3%.

(i) Más é méid an tsampla ná 25, taispeáin ansin *nach bhfuil* an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5% .

(ii) Más é méid an tsampla ná 100, taispeáin ansin *go bhfuil* an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5% .

(iii) Cad é an méid is lú a chaithfeadh a bheith sa sampla chun go mbeadh an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5%?

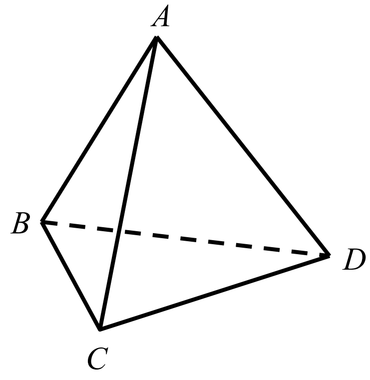
10. **(a)** Taispeántar tábla Cayley don ghrúpa $(\{a,b,c\},*)$.

$*$	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

(i) Scríobh síos an ball ionannais.

(ii) Scríobh síos inbhéarta gach baill.

(b) Tá dhá shiméadracht rothlacha dhéag ag teitrihéadrán rialta. Déanann siad seo grúpa G faoi chomhshuíomh, $\circ$. Is féidir na siméadrachtaí a léiriú mar iomalartuithe de na stuaiceanna A, B, C agus D.



(i) Scríobh síos i bhfoirm iomalartaithe, ball amháin x d'ord 3, agus déan cur síos ar an tsiméadracht seo go céimseatúil.

(ii) Scríobh síos i bhfoirm iomalartaithe, ball amháin y d'ord 2 agus déan cur síos ar an tsiméadracht seo go céimseatúil.

(iii) Taispeáin go bhfuil $x \circ y \neq y \circ x$.

(iv) Is é S an tacar $\{e,\ x,\ y,\ x \circ y,\ y \circ x,\ x \circ x\}$, áit arb é e an claochlú ionannais. Taispeáin **nach** bhfuil S iata faoi $\circ$.

(v) Is foghrúpa de G é H. Bíodh $x \in H$ agus $y \in H$. Taispeáin go bhfuil $H = G$.

11. **(a)** Tá éalárnacht de $\frac{1}{2}$ ag éilips, ar lárphointe dó (0, 0). Tá fócas amháin aige ag an bpointe (2, 0). Faigh cothromóid an éilips.

(b) **(i)** Is dhá phointe iad $P(x_1, y_1)$ agus $Q\ (x_2, y_2)$ sa tslí go bhfuil $x_1 < x_2$. Más é $\tan\theta$ fána PQ, agus más é d fad $[PQ]$, sloinn $(x_2 - x_1)$ agus $(y_2 - y_1)$ i dtéarmaí d agus θ.

(ii) Is é f an claochlú $(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Taispeáin go bhfuil $\dfrac{|f(P)f(Q)|}{|PQ|} = \sqrt{(2\cos\theta + 5\sin\theta)^2 + (3\cos\theta + 4\sin\theta)^2}$.

(iii) Déan a dhéaduchtú go bhfuil cóimheas na bhfad ar línte comhthreomhara do-athraitheach faoi f.

Leathanach Bán