



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT 2010

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHARCÁLA**

MATAMAITIC

ARDLEIBHÉAL

Clár

Leathanach

| | |
|--|----|
| TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1 | 4 |
| CEIST 1..... | 5 |
| CEIST 2..... | 10 |
| CEIST 3..... | 14 |
| CEIST 4..... | 18 |
| CEIST 5..... | 23 |
| CEIST 6..... | 27 |
| CEIST 7..... | 32 |
| CEIST 8..... | 35 |
| TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2 | 41 |
| CEIST 1..... | 42 |
| CEIST 2..... | 46 |
| CEIST 3..... | 49 |
| CEIST 4..... | 52 |
| CEIST 5..... | 56 |
| CEIST 6..... | 60 |
| CEIST 7..... | 63 |
| CEIST 8..... | 66 |
| CEIST 9..... | 69 |
| CEIST 10..... | 72 |
| CEIST 11..... | 76 |
| MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE | 81 |

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:

- Botúin - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
- Sciorthaí - earráidí uimhriúla (-1)
- Míléamh (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.

2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí e.g. Iarr 3, tabhair an méid seo a leanas do d'aire:

- aon chéim *cheart, ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, *ar a laghad*, an marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
- más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith iarrachta, ansin ní mór an marc i leith iarrachta a thabhairt
- ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.

3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus na lipéid W1, W2, .. etc. orthu.

4. Ciallaíonn an frása “aimsiú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marcanna ar bith

5. Ciallaíonn an frása “agus stopann sé/sí” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.

6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.

7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chur chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.

9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist ach *aon uair amháin*.

10. Marcanna i leith iarrachta ar a mhéad is ceart a thabhairt do chásanna áirithe, d'fhíoruithe agus do fhreagraí a thig ó léaráidí (mura rud é go n-iarrtar amhlaidh).

11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.

12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad pointe dheachúlaiigh e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5.50.

CEIST 1

| | | |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 20 (5, 10, 5) marc | Iarr (2, 3, 2) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

Cuid (a) (5, 5) marc Iarr (2, 2)

1. (a) Tá $x^2 - 6x + t = (x + k)^2$, áit ar tairisigh iad t agus k .
Faigh luach k agus luach t .

(a) **Comhéifeachtaí a Chothromú** 5 mharc Iarr 2
Luachanna 5 mharc Iarr 2

1 (a)

$$x^2 - 6x + t = (x + k)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + t = x^2 + 2kx + k^2.$$
$$\therefore 2k = -6 \text{ agus } t = k^2 \Rightarrow k = -3 \text{ agus } t = 9.$$

Nó

(a) **Cearnóg Fhoirfe** 5 mharc Iarr 2
Luachanna 5 mharc Iarr 2

1 (a)

$$x^2 - 6x + t = (x + k)^2$$

Tá $(x^2 - 6x + t)$ ina chearnóg fhoirfe

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$
$$\Rightarrow k = -3 \text{ agus } t = 9$$

Botúin (-3)

B1 Forbairt $(x + a)^2$ aon uair amhain

B2 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

B3 Séanta

Cuid (b)

20 (5, 10, 5) marc

Iarr (2, 3, 2)

(b) Ag glacadh leis gur réaduimhir í p , cruthaigh go bhfuil fréamhacha réadacha ag an gcothromóid $x^2 - 4px - x + 2p = 0$.

(b) Socraítear an Chothromóid

5 mharc

Iarr 2

Ionadú cheart in $b^2 - 4ac$

10 marc

Iarr 3

Críoch

5 mharc

Iarr 2

(b) $x^2 - 4px - x + 2p = 0 \Rightarrow x^2 + x(-4p-1) + 2p = 0$.

$b^2 - 4ac = (-4p-1)^2 - 4(2p) = 16p^2 + 8p - 8p + 1 = 16p^2 + 1 > 0$ le haghaidh p uile.

\therefore Tá na fréamhacha réadach.

Botúin (-3)

B1 Forbairt $(a+b)^2$ aon uair amhain

B2 Luach mícheart a

B3 Luach mícheart b

B4 Luach mícheart c

B5 Síneamh-chomhionannais

B6 Séanta

B7 Asbhaint mhícheart nó gan aon asbhaint a bheith ann

(c) Fachtóirí is ea $(x-2)$ agus $(x+1)$ de $x^3 + bx^2 + cx + d$.

(i) Sloinn c i dtéarmaí b .

(ii) Sloinn d i dtéarmaí b .

(iii) Ag glacadh leis gur trí théarma leantacha iad b, c agus d i seicheamh comhbhreise, faigh a luachanna.

f(2) agus *f(-1)*

5 mharc

Iarr 2

Luach c i dtéarmaí b

5 mharc

Iarr 2

Luach d i dtéarmaí b

5 mharc

Iarr 2

Luachanna

5 mharc

Iarr 2

1 (c) (i)

Is fachtóir é $(x-2) \Rightarrow f(2)=0. \therefore 8+4b+2c+d=0 \Rightarrow 4b+2c+d=-8.$

Is fachtóir é $(x+1) \Rightarrow f(-1)=0. \therefore -1+b-c+d=0 \Rightarrow b-c+d=1.$

$\therefore 3b+3c=-9 \Rightarrow b+c=-3 \Rightarrow c=-b-3.$

1 (c) (ii) Trí chuid (i)

$$4b+2c+d=-8$$

$$\frac{2b-2c+2d=2}{6b+3d=-6}$$

$$\Rightarrow 2b+d=-2 \Rightarrow d=-2b-2.$$

1 (c) (iii) Seicheamh comhbhreise $b, c, d \Rightarrow c-b=d-c \Rightarrow 2c=b+d.$

$$\therefore -2b-6=b-2b-2 \Rightarrow b=-4$$

$$\therefore c=1 \text{ agus } d=6$$

Botúin (-3)

B1 Séanta

B2 Asbhaint fréamha ó fhachtóir

B3 Ráiteas AP

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Gan fiúntas

W1 Seicheamh Iolraíoch

Nó

Roinnt + fülleach = 0
 Luach c i dtéarmaí b
 Luach d i dtéarmaí b
 Luachanna

5 mharc
 5 mharc
 5 mharc
 5 mharc

Iarr 2
 Iarr 2
 Iarr 2
 Iarr 2

1 (c) (i)

$$(x-2)(x+1) = (x^2 - x - 2) \quad \text{fachtóir}$$

1 (c) (ii)

$$\begin{array}{r}
 x + (b+1) \\
 x^2 - x - 2 \overline{) x^3 + bx^2 + cx + d} \\
 \underline{x^3 - x^2 - 2x} \\
 (b+1)x^2 + (c+2)x + d \\
 \underline{(b+1)x^2 - (b+1)x - 2(b+1)} \\
 (c+2)x + (b+1)x + d + 2(b+1) = 0
 \end{array}$$

ós rud é gur fachtóir é $(x^2 - x - 2)$
 $[(c+2) + (b+1)]x + [d + 2(b+1)] = (0)x + (0)$
 Comhéifeachtaí a Chothromú

$$\begin{array}{l}
 \text{(i)} \quad b + c + 3 = 0 \Rightarrow c = -3 - b \\
 \text{(ii)} \quad d + 2b + 2 = 0 \Rightarrow d = -2b - 2
 \end{array}$$

1 (c) (iii) Mar atá sa chuid sin roimhe seo

Botúin (-3)

B1 $(x-2)(x+1)$ uair amháin

B2 Séanta

B3 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

Sciorthaí (-1)

S1 Gan sín a athrú nuair atá dealú á dhéanamh

Iarrachtaí

A1 Aon iarracht chun roinnt a dhéanamh

Gan fiúntas

W1 Seicheamh Iolraíoch

Fachtóir eile Líneach & Iolrú

5 mharc

Iarr 2

Luach c i dtéarmaí b

5 mharc

Iarr 2

Luach d i dtéarmaí b

5 mharc

Iarr 2

Luachanna

5 mharc

Iarr 2

1 (c) (i) (ii)

$$(x-2)(x+1) = (x^2 - x - 2) \text{ fachtóir}$$

$$(x^2 - x - 2)\left(x - \frac{d}{2}\right) = x^3 + bx^2 + cx + d$$

$$x^3 - x^2 - 2x - \frac{dx^2}{2} + \frac{dx}{2} + d = x^3 + bx^2 + cx + d$$

$$x^3 + \left(-\frac{d}{2} - 1\right)x^2 + \left(-2 + \frac{d}{2}\right)x + d = x^3 + (b)x^2 + (c)x + (d)$$

Comhéifeachtaí a Chothromú

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad &: -2 + \frac{d}{2} = c \\ &-4 + d = 2c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad &: -\frac{d}{2} - 1 = b \\ &-d - 2 = 2b \\ &-2b - 2 = d \end{aligned}$$

Cuir an luach seo le haghaidh d isteach in (i)

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad &-4 - 2b - 2 = 2c \\ &-6 - 2b = 2c \\ &c = -3 - b \end{aligned}$$

1 (c) (iii) Mar atá sa chuid sin roimhe seo

Botúin (-3)

B1 Séanta

B2 $(x-2)(x+1)$ uair amháin

B3 Le linn comhéifeachtaí a chothromú, ní úsáidtear comhchodanna comhchosúla

Iarrachtaí

A1 Gan fachtóirí eile a bheith líneach ach amháin in (1)

Gan fiúntas

W1 Seicreamh Iolraíoch

CEIST 2

| | | |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 20 (10, 10) marc | Iarr (3, 3) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

| | | |
|-----------------|-----------------------|--------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
|-----------------|-----------------------|--------------------|

(a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$2x + 3y = 0$$

$$x + y + z = 0$$

$$3x + 2y - 4z = 9.$$

| | | |
|-------------------------------|----------------|---------------|
| Cuid (a) Athróg amháin | 5 mharc | Iarr 2 |
| Luachanna eile | 5 mharc | Iarr 2 |

2 (a)

$$4x + 4y + 4z = 0$$

$$3x + 2y - 4z = 9$$

$$\hline 7x + 6y = 9$$

$$4x + 6y = 0$$

$$\hline 3x = 9 \Rightarrow x = 3. \therefore y = -2 \text{ agus } z = -1.$$

Botúin (-3)

B1 Ní iolraítear ach taobh amháin den chothromóid

B2 Ní fhaightear an 2^ú luach, tar éis an 1^ú luach a fháil

B3 Ní fhaightear an 3^ú luach, tar éis an dá cheann eile a fháil

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

S1 Gan sín a athrú nuair atá dealú á dhéanamh

Gan fiúntas

W1 Triail agus earráid amháin

- (b) Is iad α^2 agus β^2 fréamhacha na cothromóide $x^2 - 12x + 16 = 0$, áit a bhfuil $\alpha > 0$ agus $\beta > 0$.
- (i) Faigh luach $\alpha\beta$.
- (ii) Uaidh sin, faigh luach $\alpha + \beta$.

| | | | |
|-----------------|--|----------------|---------------|
| (b) (i) | Luach $\alpha\beta$ | 10 marc | Iarr 3 |
| (b) (ii) | Luach $(\alpha + \beta)$ | 10 marc | Iarr 3 |

2 (b) (i)

$$\alpha^2 \beta^2 = 16 \Rightarrow \alpha\beta = 4.$$

2 (b) (ii) $\alpha^2 + \beta^2 = 12$ agus $\alpha\beta = 4$.

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 12 + 8 = 20.$$

$$\therefore \alpha + \beta = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Botúin (-3)

- B1 Séanta
- B2 Suim mhícheart
- B3 Toradh mícheart
- B4 Ráitis mhíchearta
- B5 Luach iomarcach gach uair

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

(c) (i) Cruthaigh i gcás gach réaduimhir a agus b go bhfuil

$$a^2 - ab + b^2 \geq ab.$$

(ii) Bíodh a agus b ina réaduimhreacha neamhnialasacha sa chaoi go bhfuil $a + b \geq 0$.

Taispeáin go bhfuil $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

(ii) Fachtóirí

5 mharc

Iarr 2

Úsáid chuid (i)

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

2 (c) (i)

$$(a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0.$$

$$\therefore a^2 - ab + b^2 \geq ab.$$

2 (c) (ii) $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} = \frac{a^3 + b^3}{a^2 b^2} = \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 b^2}$.

Ach $\frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 b^2} \geq \frac{ab(a+b)}{a^2 b^2}$, trí chuid (i)

$$\frac{ab(a+b)}{a^2 b^2} = \frac{a+b}{ab} = \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}.$$

$$\therefore \frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

NÓ

2 (c) (ii)

$$\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Iolraigh trasna faoi $a^2 b^2$, atá deimhneach:

$$\Leftrightarrow a^3 + b^3 \geq ab^2 + ba^2$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a+b)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - ab + b^2 \geq ab, \text{ ós rud é go bhfuil } a+b \geq 0$$

fíor, trí chuid (i).

Botúin (-3)

B1 Forbairt $(a-b)^2$ aon uair amhain

B2 Fachtóirí $a^3 + b^3$

B3 Séanta

B4 Síneamh-chomhionannais

B5 Asbhaint mhícheart nó gan aon asbhaint a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

A1 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2)$

Gan fiúntas

W1 Luachanna áirithe

| | | |
|--------------------|---------|--------|
| (c) (i) | 5 mharc | Iarr 2 |
| (ii) Comhainmneoir | 5 mharc | Iarr 2 |
| Fachtóirithe | 5 mharc | Iarr 2 |
| Críochnaithe | 5 mharc | Iarr 2 |

2 (c) (i)

Má tá $(a^2 - ab + b^2) \geq ab$, ansin $(a^2 - ab + b^2) - ab \geq 0$

$$\begin{aligned}(a^2 - ab + b^2) - ab &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= (a - b)^2 \\ &\geq 0\end{aligned}$$

2 (c) (ii)

Má tá $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, ansin $\left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right) - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 0$

$$\begin{aligned}\left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right) - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) &= \frac{a^3 + b^3 - ab^2 - a^2b}{a^2b^2} \\ &= \frac{(a^3 - a^2b) - (ab^2 - b^3)}{a^2b^2} \\ &= \frac{a^2(a - b) - b^2(a - b)}{a^2b^2} \\ &= \frac{(a - b)[a^2 - b^2]}{a^2b^2} \\ &= \frac{(a - b)[(a - b)(a + b)]}{(ab)^2} \\ &= \frac{(a - b)^2(a + b)}{(ab)^2} \geq 0, \text{ mar tá } (a + b) \geq 0\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Séanta

B2 Síneamh-Chomhionannais

B3 Níl fachtóirí $(a^2 - b^2)$ ann ach aon uair amhain

B4 Asbhaint mhícheart nó gan aon asbhaint a bheith ann

Gan fiúntas

W1 Luachanna áirithe

CEIST 3

| | | |
|----------|----------------------|-------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

| | | |
|----------|----------------|-------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
|----------|----------------|-------------|

(a) Faigh x agus y sa chaoi go bhfuil

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \end{pmatrix}.$$

| | | |
|-----------------------|---------|--------|
| Luacháiltear A^{-1} | 5 mharc | Iarr 2 |
| Críoch | 5 mharc | Iarr 2 |

3 (a)

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \end{pmatrix}.$$
$$\therefore \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{18-20} \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Nó

| | | |
|---------------|---------|--------|
| Athróg amháin | 5 mharc | Iarr 2 |
| Athróg eile | 5 mharc | Iarr 2 |

3 (a)

(i) $3x + 4y = 20.6 \Rightarrow 18x + 24y = 120$

(ii) $5x + 6y = 32.4 \Rightarrow 20x + 24y = 128$

$$\begin{array}{r} 20x + 24y = 128 \\ -18x - 24y = -120 \\ \hline 2x = 8 \\ x = 4 \end{array}$$

(i) $3x + 4y = 20$

$12 + 4y = 20$

$4y = 8 \Rightarrow y = 2$

Botúin (-3)

B1 Foirmle don inbhéarta

B2 Iolrú maitríseach

Sciorthaí (-1)

S1 Gach eilimint mhícheart san iolrú maitrise

S2 Uimhriúil

S3 Gan sín a athrú nuair atá dealú á dhéanamh

(b) Bíodh $z_1 = s + 8i$ agus $z_2 = t + 8i$, áit a bhfuil $s \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$ agus $i^2 = -1$.

(i) Ag glacadh leis go bhfuil $|z_1| = 10$, faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar s .

(ii) Ag glacadh leis go bhfuil $\arg(z_2) = \frac{3\pi}{4}$, faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar t .

(b) (i) Luachanna don mhodal

5 mharc

Iarr 2

Luachanna s

5 mharc

Iarr 2

(ii) Luach t

10 marc

Iarr 3

3 (b) (i) $|s + 8i| = 10 \Rightarrow \sqrt{s^2 + 64} = 10 \Rightarrow s^2 = 36. \therefore s = \pm 6.$

3 (b) (ii) $\tan \frac{3\pi}{4} = \frac{8}{t} \Rightarrow -t = 8 \Rightarrow t = -8.$

Nó

3 (b) (i) $z_1 = s + 8i \Rightarrow |z_1| = 10$

$$\sqrt{s^2 + 64} = 10$$

$$s^2 + 64 = 100$$

$$s^2 = 36$$

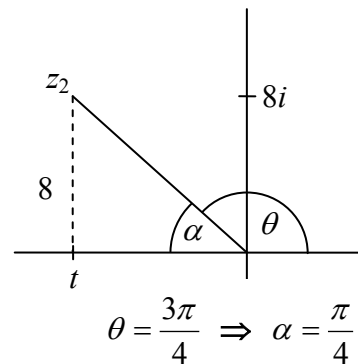
$$s = \pm 6$$

3 (b) (ii)

$$\tan \alpha = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{8}{|t|} = 1$$

$$|t| = 8 \Rightarrow t = -8$$



Botúin (-3)

B1 Modal Foirmle

B2 Séanta

B3 Níl ach luach amháin ann do s

B4 Léaráid do z_2 aon uair amháin

B5 Argóint mhícheart

B6 Sainmhíniú triantánachta

B7 Luachanna modail

B8 $\tan \frac{3\pi}{4} = 1$

Sciorthaí (-1)

S1 Luach Triantánachta

S2 Uimhriúil

- (c) (i) Bain úsáid as teoirim De Moivre chun na cúig fhréamh den chothromóid $z^5 = 1$.
a fháil san fhoirm pholach.
- (ii) Roghnaigh w , ceann amháin de na fréamhacha, áit $w \neq 1$. Cruthaigh go bhfuil $w^2 + w^3$ réadach.

| | | |
|--|----------------|---------------|
| (c) (i) $z = cis \frac{2n\pi}{5}$ | 5 mharc | Iarr 2 |
| 5 fhréamh | 5 mharc | Iarr 2 |
| (c) (ii) $w^2 + w^3$ mar shuim cos agus sin | 5 mharc | Iarr 2 |
| Réadach | 5 mharc | Iarr 2 |

3 (c) (i)

$$z = (\cos 0 + i \sin 0)^{\frac{1}{5}} = \cos\left(\frac{0 + 2n\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{0 + 2n\pi}{5}\right), \text{ for } n = 0, 1, 2, 3, 4.$$

$$n = 0 \Rightarrow z_0 = 1.$$

$$n = 1 \Rightarrow z_1 = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}.$$

$$n = 2 \Rightarrow z_2 = \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5}.$$

$$n = 3 \Rightarrow z_3 = \cos \frac{6\pi}{5} + i \sin \frac{6\pi}{5}.$$

$$n = 4 \Rightarrow z_4 = \cos \frac{8\pi}{5} + i \sin \frac{8\pi}{5}.$$

3 (c) (ii)

$$\text{Bíodh } w = z_1 = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}.$$

$$\therefore w^2 + w^3 = \left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}\right)^2 + \left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}\right)^3$$

$$= \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + i \sin \frac{6\pi}{5}$$

$$= \left(\cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5}\right) + i \left(\sin \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5}\right)$$

$$= \left(2 \cos \pi \cos \frac{\pi}{5}\right) + i \left(2 \sin \pi \cos \frac{\pi}{5}\right)$$

$$= -2 \cos \frac{\pi}{5} + i(0),$$

$$= -2 \cos \frac{\pi}{5}, \text{ atá réadach}$$

Botúin (-3)

- B1 Foirmle De Moivre uair amháin
- B2 Feidhm De Moivre
- B3 Séanta
- B4 Foirmle Thriantánachta
- B5 Foirmle pholach aon uair amháin
- B6 i

Sciorthaí (-1)

- S1 Luach triantánachta
- S2 Fághtar fréamh ar lár

Nóta: Ní mór (0) i a thaispeáint

Iarracht

- A1 Úsáid deachúlacha in c(ii)

Gan fiúntas

- W1 Úsáidtear $w=1$ in c(ii)

CEIST 4

| | | |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 15 (5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2) |
| Cuid (c) | 25 (5, 5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2, 2) |

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

(a) Scríobh an deachúil athfhillteach $0.474747\dots$ mar shraith iolraíoch éigríochta agus uaidh sin scríobh mar chodán í.

Sraith **5 mharc** **Iarr 2**
Codán **5 mharc** **Iarr 2**

4 (a)

$$\begin{aligned}0.474747\dots &= \frac{47}{100} + \frac{47}{100^2} + \frac{47}{100^3} + \dots \\ &= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{47}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{47}{99}.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

- B1 Foirmle éigríche aon uair amháin
- B2 a mícheart
- B3 r mícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

Cuid (b)

15 (5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2)

(b) I seicheamh comhbhreise, is é -18 an cúigiú téarma agus is é 12 an deichiú téarma.

(i) Faigh an chéad téarma agus an chomhbheis.

(ii) Faigh suim na chéad chúig théarma déag den seicheamh.

(b) (i) Téarmaí in a agus d

5 mharc

Iarr 2

Luachanna a agus d

5 mharc

Iarr 2

(b) (ii) Suim

5 mharc

Iarr 2

4 (b) (i)

$$T_5 = -18 \Rightarrow a + 4d = -18$$

$$T_{10} = 12 \Rightarrow \underline{a + 9d = 12}$$

$$-5d = -30 \Rightarrow d = 6 \text{ agus } a = -42$$

4 (b) (ii)

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}. \therefore S_{15} = \frac{15}{2} \{-84 + 14(6)\} = \frac{15}{2}(0) = 0.$$

Botúin (-3)

B1 Téarma A.P.

B2 Foirmle A.P. aon uair amháin (Téarma)

B3 a mícheart

B4 d mícheart

B5 Foirmle do shuim sraithe uimhríochta aon uair amháin

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Gan fiúntas

W1 Déileáiltear leis mar G.P.

Cuid (c)

25 (5, 5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2, 2)

(c) (i) Taispeáin go bhfuil $(r+1)^3 - (r-1)^3 = 6r^2 + 2$.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh go bhfuil $\sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

(iii) Faigh $\sum_{r=1}^{30} (3r^2 + 1)$.

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (i) $(r+1)^3 - (r-1)^3 = r^3 + 3r^2 + 3r + 1 - (r^3 - 3r^2 + 3r - 1) = 6r^2 + 2$.

NÓ

4 (c) (i)

$$\begin{aligned}(r+1)^3 - (r-1)^3 &= [(r+1) - (r-1)][(r+1)^2 + (r+1)(r-1) + (r-1)^2] \\ &= [r+1 - r + 1][r^2 + 2r + 1 + r^2 - 1 + r^2 - 2r + 1] \\ &= (2)(3r^2 + 1) \\ &= 6r^2 + 2\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Forbairt $(r+1)^3$ aon uair amhain

B2 Forbairt $(r-1)^3$ aon uair amhain

B3 Foirmle $a^3 - b^3$

B4 Séanta

B5 Forbairt $(r+1)^2$ aon uair amhain

B6 Forbairt $(r-1)^2$ aon uair amhain

B7 Forbairt dhéthéarmach aon uair amháin

4 (c) (ii)

$$\begin{aligned}
2^3 - 0^3 &= 6(1^2) + 2 \\
3^3 - 1^3 &= 6(2^2) + 2 \\
4^3 - 2^3 &= 6(3^2) + 2 \\
&\vdots \\
&\vdots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(n-1)^3 - (n-3)^3 &= 6(n-2)^2 + 2 \\
n^3 - (n-2)^3 &= 6(n-1)^2 + 2 \\
(n+1)^3 - (n-1)^3 &= 6n^2 + 2
\end{aligned}$$

$$(n+1)^3 + n^3 - 1 = 6 \sum_{r=1}^n r^2 + 2n$$

$$\begin{aligned}
\sum_{r=1}^n r^2 &= \frac{1}{6}(n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + n^3 - 1 - 2n) = \frac{1}{6}(2n^3 + 3n^2 + n) \\
&= \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{6} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.
\end{aligned}$$

NÓ

4 (c) (ii) Cruthaigh trí ionductú $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$

P(1) : Tástáil $n = 1$ $\frac{1}{6}(2)(3) = 1 \Rightarrow$ Fíor le haghaidh $n = 1$

P(k) : Glac leis gur fíor le haghaidh $n = k$: $\Rightarrow S_k = \frac{k}{6}(k+1)(2k+1)$

Chun a chruthú: $S_{k+1} = \frac{k+1}{6}(k+2)(2k+3)$

Cruthú: $S_{k+1} = 1^2 + 2^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k}{6}(k+1)(2k+1) + (k+1)^2$, ag baint úsáid as P(k)

$$\begin{aligned}
&= \frac{(k+1)}{6}[k(2k+1) + 6(k+1)] \\
&= \frac{(k+1)}{6}[2k^2 + k + 6k + 6] \\
&= \frac{k+1}{6}[2k^2 + 7k + 6] \\
&= \frac{k+1}{6}[(k+2)(k+3)]
\end{aligned}$$

\Rightarrow Tá an fhoirmle fíor le haghaidh $n = (k+1)$, má tá sí fíor le haghaidh $n = k$
Tá sí fíor le haghaidh $n = 1 \Rightarrow$ tá sí fíor le haghaidh gach n

* Ní mór trí théarma a thaispeáint ag an tús agus dhá cheann a thaispeáint ag an deireadh nó *vice versa*

Botúin (-3)

B1 Séanta

B2 Ní mór cealú a bheith ar taispeáint nó intuigthe

B3 Téarma fágtha ar lár

B4 Forbairt $(n+1)^3$ aon uair amhain

Cuid (c) (iii)

10 (5, 5) marc

Iarr (2, 2)

Ionadú Ceart ar $r = 30$ agus $r = 10$

5 mharc

Iarr 2

Suim

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (iii)

$$\begin{aligned}\sum_{r=11}^{30} (3r^2 + 1) &= 3 \sum_{r=1}^{30} r^2 - 3 \sum_{r=1}^{10} r^2 + 30 - 10 \\ &= \frac{3(30)(31)(61)}{6} - \frac{3(10)(11)(21)}{6} + 20 = 28365 - 1155 + 20 = 27230.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Foirmle

B2 Ní ($\Sigma 30 - \Sigma 10$) atá ann

B3 Luach n

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

CEIST 5

| | | |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

(a) Réitigh an chothromóid: $\log_2(x+6) - \log_2(x+2) = 1$.

Cuid (a) Cuirtear an dlí logartam i bhfeidhm **5 mharc** **Iarr 2**
Luach **5 mharc** **Iarr 2**

$$\log_2(x+6) - \log_2(x+2) = 1.$$

$$\therefore \log_2\left(\frac{x+6}{x+2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x+6}{x+2} = 2$$

$$\therefore 2x+4 = x+6 \Rightarrow x = 2.$$

Botúin (-3)

B1 Dlíthe Logartam

B2 Séanta

(b) Bain úsáid as ionduchtú chun a chruthú go bhfuil

$$2 + (2 \times 3) + (2 \times 3^2) + (2 \times 3^3) + \dots + (2 \times 3^{n-1}) = 3^n - 1, \text{ áit ar slánuimhir dheimhneach } i \ n.$$

(b) $P(1)$

5 mharc

Iarr 2

$P(k)$

5 mharc

Iarr 2

$P(k+1)$

10 marc

Iarr 3

5 (b)

Tástáil le haghaidh $n = 1$, $P(1) = 3^1 - 1 = 2$.

\therefore Fíor le haghaidh $n = 1$.

Glac le $P(k)$. (Is é sin le rá, glac leis gur fíor le haghaidh $n = k$.)

i.e., glac leis go bhfuil $S_k = 3^k - 1$, áit arb é S_k suim an chéad k téarma.

Déaduchtaigh $P(k+1)$. (Is é sin le rá, déaduchtaigh fírinne le haghaidh $n = k+1$.)

i.e. déaduchtaigh go bhfuil $S_{k+1} = 3^{k+1} - 1$.

Cruthúnas: $S_{k+1} = S_k + T_{k+1} = 3^k - 1 + 2 \times 3^k = 3(3^k) - 1 = 3^{k+1} - 1$.

\therefore Fíor le haghaidh $n = k+1$.

Dá bhrí sin, tá $P(k+1)$ fíor aon uair atá $P(k)$ fíor. Ós rud é go bhfuil $P(1)$ fíor, ansin, trí ionduchtú,

tá $P(n)$ fíor, le haghaidh gach ceann de na slánuimhreacha deimhneacha n .

Botúin (-3)

B1 Séanta

B2 Ní hé T_{k+1} a chuirtear le gach taobh

B3 Ní hé $n = 1$ atá i gceist

Gan fiúntas

W1 $P(0)$

(c) (i) Déan $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ agus $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ a fhorbairt.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh luach $x^4 + \frac{1}{x^4}$, ag glacadh le $x + \frac{1}{x} = 3$.

(c) (i) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ 5 mharc Iarr 2

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ 5 mharc Iarr 2

(c) (ii) Téarmaí bailithe 5 mharc Iarr 2
Luach 5 mharc Iarr 2

5 (c) (i)

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}.$$

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 &= x^4 + {}^4C_1 x^3 \left(\frac{1}{x}\right) + {}^4C_2 x^2 \left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}^4C_3 x \left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 \\ &= x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}. \end{aligned}$$

NÓ

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 &= \left[\left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right]^2 \\ &= \left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\right]^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 + 2(2)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 4 \\ &= x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} + 4x^2 + \frac{4}{x^2} + 4 \\ &= x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4} \end{aligned}$$

5 (c) (ii)

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 = 81 = x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4} = \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 6$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 75 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right).$$

$$\text{Ach } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7.$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 75 - 28 = 47.$$

Botúin (-3)

B1 Forbairt Dhéthéarmach aon uair amháin

B2 Séanta

B3 Luach $\binom{n}{r}$ nó gan aon $\binom{n}{r}$ a bheith ann

B4 $x^0 \neq 1$

B5 Forbairt $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ aon uair amháin

B6 Forbairt $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ aon uair amháin

B7 Luach $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ nó gan aon $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ a bheith ann

NÓ

**(c) (ii) Fréamhacha
Luach**

**5 mharc
5 mharc**

**Iarr 2
Iarr 2**

5 (c) (ii)

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2$$

$$x^4 - 7x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{7 + 3\sqrt{5}}\right)^2$$

$$= \frac{94 + 42\sqrt{5}}{4} + \frac{4}{94 + 42\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2209 + 987\sqrt{5}}{47 + 21\sqrt{5}} \cdot \frac{47 - 21\sqrt{5}}{47 - 21\sqrt{5}}$$

$$= \frac{103823 + 46389\sqrt{5} - 46389\sqrt{5} - 103635}{2209 - 2205}$$

$$= 47$$

Mar an gcéanna, nuair atá $x^2 = \frac{7 - 3\sqrt{5}}{2}$, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$

Le nótaíl: ní mór dhá fhréamh a thástáil.

Botúin (-3)

B1 Níl foirmle na bhfréamhacha ann ach uair amháin

B2 Séanta

B3 Forbairt $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ aon uair amháin

Iarrachtaí

A1 Úsáidtear deachúlacha

CEIST 6

| | | |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

(a) Níl ach fréamh réadach amháin ag an gcothromóid $x^3 + x^2 - 4 = 0$.

Ag glacadh le $x_1 = \frac{3}{2}$ mar an chéad mheastachán ar an bhfréamh, bain úsáid as modh

Newton-Raphson chun x_2 , an dara meastachán, a fháil.

(a) **Difreáil** **5 mharc** **Iarr 2**
Luach **5 mharc** **Iarr 2**

6 (a)

$$x_2 = f\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{f\left(\frac{3}{2}\right)}{f'\left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - 4 \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8} + \frac{9}{4} - 4 = \frac{13}{8}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x \Rightarrow f'\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{4} + 3 = \frac{39}{4}$$

$$\therefore x_2 = \frac{3}{2} - \frac{\frac{13}{8}}{\frac{39}{4}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Botúin (-3)

B1 Foirmle Newton-Raphson aon uair amháin

B2 Difreáil

B3 Séanta

B4 $x_1 \neq \frac{3}{2}$

Cuid (b)

20 (5, 5, 10) marc

Iarr (2, 2, 3)

(b) Is cothromóidí paraiméadracha cuair iad seo thíos:

$$x = \frac{2t-1}{t+2}$$

$$y = \frac{t}{t+2}, \text{ áit a bhfuil } t \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$$

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$.

(ii) Cad a chuireann do fhreagra ar chuid (i) in iúl duit i dtaobh chruth an ghraif?

(b) (i) $\frac{dx}{dt}$ nó $\frac{dy}{dt}$

5 mharc

Iarr 2

$\frac{dy}{dx}$

5 mharc

Iarr 2

6 (b) (i)

$$x = \frac{2t-1}{t+2} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{(t+2)2 - (2t-1)1}{(t+2)^2} = \frac{5}{(t+2)^2}.$$

$$y = \frac{t}{t+2} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{1(t+2) - t(1)}{(t+2)^2} = \frac{2}{(t+2)^2}.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{2}{(t+2)^2} \cdot \frac{(t+2)^2}{5} = \frac{2}{5}.$$

Botúin (-3)

B1 Séanta

B2 Difreáil

B3 $\frac{dy}{dx}$ mícheart

Iarrachtaí

A1 Earráid san fhoirmle dhifreála

NÓ

(b) (i) t a dhíothú

5 mharc

Iarr 2

$$\frac{dy}{dx}$$

5 mharc

Iarr 2

6 (b) (i)

$$x = \frac{2t-1}{t+2}$$
$$\Rightarrow t = \frac{(-2x-1)}{(x-2)}$$

$$y = \frac{t}{t+2}$$
$$t = \frac{-2y}{y-1}$$

$$t = \frac{(-2x-1)}{(x-2)} = \frac{(-2y)}{(y-1)}$$

$$\Rightarrow 2x+1 = 5y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{5}$$

Cuid (b) (ii)

10 marc

Iarr 3

6 (b) (ii)

Ós rud é go bhfuil an fhána tairiseach, is (fo-thacar de) líne dhíreach í

Mura luaitear “líne” sa fhreagra, ní féidir ach Iarr 3 ar a mhéad a thabhairt.

(c) Déantar cuar a shainiú leis an gcothromóid $x^2y^3 + 4x + 2y = 12$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

(ii) An tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe $(6, 0)$, taispeáin go bhfuil sé ina thadhlaí leis an gcuar ag an bpointe $(0, 3)$ freisin.

| | | |
|---|---------|--------|
| (c) (i) Dífreaíl | 5 mharc | Iarr 2 |
| Leithlisiú $\frac{dy}{dx}$ | 5 mharc | Iarr 2 |
| (c) (ii) Cothromóid an 1 ^ú Tadhlaí | 5 mharc | Iarr 2 |
| Cothromóid an 2 ^ú Tadhlaí | 5 mharc | Iarr 2 |

6 (c) (i)

$$x^2y^3 + 4x + 2y = 12 \Rightarrow x^2 \cdot 3y^2 \frac{dy}{dx} + y^3 \cdot 2x + 4 + 2 \frac{dy}{dx} = 0.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} (3x^2y^2 + 2) = -2xy^3 - 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2xy^3 - 4}{3x^2y^2 + 2}.$$

6 (c) (ii)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2xy^3 - 4}{3x^2y^2 + 2}$$

Is é atá i bhfána an tadhlaí ag $(0, 6)$ ná $\frac{-4}{2} = -2$.

Is é atá i gcothromóid an tadhlaí ag $(0, 6)$ ná $y - 6 = -2x \Rightarrow 2x + y = 6$.

Is é atá i bhfána an tadhlaí ag $(3, 0)$ ná $\frac{-4}{2} = -2$.

Is é atá i gcothromóid an tadhlaí ag $(3, 0)$ ná $y = -2(x - 3) \Rightarrow 2x + y = 6$.

\therefore an tadhlaí céanna atá ann.

Botúin (-3)

B1 Dífreaíl

B2 Séanta

B3 Luach mícheart x nó gan aon luach x san fhána

B4 Luach mícheart y nó gan aon luach y san fhána

B5 Cothromóid an tadhlaí

B6 Conclúid mhícheart nó gan chonclúid a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

A1 Earráid san fhoirmle dhífreaíla

A2 $\frac{dy}{dx} = 3x^2y^2 \frac{dy}{dx} + 4 + 2 \frac{dy}{dx} \rightarrow$ agus úsáideann na trí $\left(\frac{dy}{dx}\right)$

NÓ

(c) (ii)

10 marc

Iarr 3

6 (c) (ii)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2xy^3 - 4}{3x^2y^2 + 2}$$

Is é atá i bhfána an tadhlaí ag $A(0, 6)$ ná $\frac{-4}{2} = -2 = m_1$

Is é atá i bhfána an tadhlaí ag $B(3, 0)$ ná $\frac{-4}{2} = -2 = m_2$

Is é atá i bhfána na líne $[AB]$ ná $m_3 = \frac{-6}{3} = -2$

Dá bhrí sin, $m_1 = m_2 = m_3 = -2$

\Rightarrow is é an líne trí A agus B an tadhlaí ag an dá phointe.

Botúin (-3)

B1 Fághtar an fána ar lár

B2 Déaduchtú mícheart nó níl aon déaduchtú ann

CEIST 7

| | | |
|----------|----------------------|-------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 20 (10, 10) marc | Iarr (3, 3) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

| | | |
|----------|----------------|-------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
|----------|----------------|-------------|

(a) Difreáil x^2 i leith x ó bhunphrionsabail.

| | | |
|---------------------------|---------|--------|
| $f(x+h) - f(x)$ simplithe | 5 mharc | Iarr 2 |
| Críoch | 5 mharc | Iarr 2 |

7 (a)

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f(x+h) = (x+h)^2.$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \text{Teorainn}_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \text{teorainn}_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \text{teorainn}_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \text{teorainn}_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 $f(x+h)$

B2 Séanta

B3 Forbairt $(x+h)^2$ aon uair amháin

B4 $h \rightarrow \infty$

B5 Ní thaispeántar, nó ní intuigte, aon teorainneacha nó ní léirítear $h \rightarrow 0$

(b) Bíodh $y = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$.

(ii) Taispeáin go bhfuil $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$.

(b) (i) Dífreáil

10 marc

Iarr 3

(ii) Taispeáin

10 marc

Iarr 3

7 (b) (i)

$$y = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(\cos x - \sin x)(-\sin x + \cos x) - (\cos x + \sin x)(-\sin x - \cos x)}{(\cos x - \sin x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} = \frac{2}{(\cos x - \sin x)^2}$$

7 (b) (ii)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} = 1 + \frac{(\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} = 1 + y^2$$

NÓ

7 (b) (i) & 7 (b) (ii)

$$y = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)^{-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = (\cos x + \sin x) \left[-1 \cdot (\cos x - \sin x)^{-2} (-\sin x - \cos x) \right] + (\cos x - \sin x)^{-1} (-\sin x + \cos x)$$

$$= \frac{(\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} + \frac{\cos x - \sin x}{\cos x - \sin x}$$

$$= \left(\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \right)^2 + 1$$

$$= y^2 + 1$$

Botúin (-3)

B1 Dífreáil

B2 Séanta

B3 Foirmle thriantánachta

Iarrachtaí

A1 Earráid san fhoirmle dhífreála

Gan fiúntas

W1 Suimeáil

(c) Sainítear an fheidhm $f(x) = (1+x)\log_e(1+x)$ le haghaidh $x > -1$.

(i) Taispeáin go bhfuil pointe casaidh ag an gcuair $y = f(x)$ ag $\left(\frac{1-e}{e}, -\frac{1}{e}\right)$.

(ii) Déan amach cé acu uasphointe logánta nó íospointe logánta é an pointe casaidh.

(c) (i) $f'(x)$

5 mharc

Iarr 2

Luach x

5 mharc

Iarr 2

Luach y

5 mharc

Iarr 2

(c) (ii) Pointí Casaidh

5 mharc

Iarr 2

7 (c) (i)

$$f(x) = (1+x)\log_e(1+x) \Rightarrow f'(x) = (1+x) \cdot \left(\frac{1}{1+x}\right) + \log_e(1+x) = 1 + \log_e(1+x).$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \log_e(1+x) = -1 \Rightarrow 1+x = e^{-1}. \therefore x = \frac{1}{e} - 1 = \frac{1-e}{e}.$$

$$y = \left(\frac{1}{e}\right)\log_e\left(\frac{1}{e}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{e}(-\log_e e) = -\frac{1}{e}. \text{ Dá bhrí sin, is é } \left(\frac{1-e}{e}, -\frac{1}{e}\right) \text{ an pointe casaidh.}$$

NÓ

7 (c) (i) $f'(x) = [\log_e(1+x)] + 1$

$$\text{Ag } x = \frac{1-e}{e}, f'(x) = \log_e\left(1 + \frac{1-e}{e}\right) + 1 = \log_e\left(\frac{e+1-e}{e}\right) + 1 = \log_e\left(\frac{1}{e}\right) + 1$$

$$= [\log_e(1) - \log_e(e)] + 1$$

$$= 0 - 1 + 1 = 0.$$

$$\text{Dá bhrí sin, } f'(x) = 0 \text{ ag } x = \frac{1-e}{e}$$

$$\text{Leis sin, ag } x = \frac{1-e}{e}, y = \left(\frac{1}{e}\right)\log_e\left(\frac{1}{e}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{e}(-\log_e e) = -\frac{1}{e}.$$

$$\text{Dá bhrí sin, is é atá sa phointe casaidh ná } \left(\frac{1-e}{e}, -\frac{1}{e}\right)$$

7 (c) (ii)

$$f''(x) = \frac{1}{1+x} \Rightarrow f''\left(\frac{1-e}{e}\right) = \frac{1}{1 + \frac{1-e}{e}} = \frac{e}{1} = e > 0. \therefore \text{ is íospointe logánta é } \left(\frac{1-e}{e}, -\frac{1}{e}\right).$$

Botúin (-3)

B1 Dífreáil

B2 $f'(x) \neq 0$

B3 Séanta

B4 Asbhaint mhícheart nó gan aon asbhaint a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 $\log_e e \neq 1$

Iarrachtaí

A1 Earráid san fhoirmle dhifreála

Gan fiúntas

W1 Suimeáil

CEIST 8

| | | |
|----------|----------------------|-------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |

Cuid (a) 10 marc Iarr 3

(a) Faigh $\int (\sin 2x + e^{4x}) dx$.

(a) 10 marc Iarr 3

8 (a)

$$\int (\sin 2x + e^{4x}) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} e^{4x} + c$$

Botúin (-3)

B1 Suimeáil

B2 Níl aon 'c' ann

Iarrachtaí

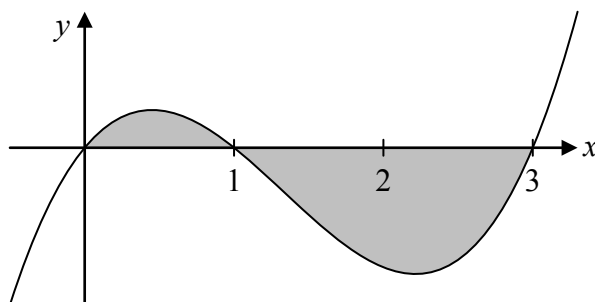
A1 Gan ach 'c' ceart \Rightarrow Iarr 3

Gan fiúntas

W1 Dífreáil in ionad suimeáil

Cuid (b) 20 (10, 5, 5) marc Iarr (3, 2, 2)

(b) Trasnaíonn an cuar $y = 12x^3 - 48x^2 + 36x$ an x -ais ag $x = 0$, $x = 1$ agus $x = 3$, mar a thaispeántar.



Ríomh achar iomlán na réigiún scáthaithe atá iata ag an gcuar agus ag an x -ais .

(b) An Chéad Achar
An Dara hAchar
Achar Iomlán

5 mharc
5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2
Iarr 2

8 (b)

$$\text{Achar is gá} = \left| \int_0^1 (12x^3 - 48x^2 + 36x) dx \right| + \left| \int_1^3 (12x^3 - 48x^2 + 36x) dx \right|$$

$$\left| \int_0^1 (12x^3 - 48x^2 + 36x) dx \right| = \left| 3x^4 - 16x^3 + 18x^2 \right|_0^1 = |3 - 16 + 18| = 5.$$

$$\left| \int_1^3 (12x^3 - 48x^2 + 36x) dx \right| = \left| 3x^4 - 16x^3 + 18x^2 \right|_1^3 \\ = |(243 - 432 + 162) - (3 - 16 + 18)| = |-27 - 5| = 32$$

\therefore is é atá san achar is gá ná $5 + 32 = 37$.

Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Séanta
- B3 Earráid i bhfoirmle an achair
- B4 Ord mícheart le linn teorainneacha a chur i bhfeidhm
- B5 Ní ríomhtar teorainneacha ionadaithe
- B6 Úsáidtear $\pi \int y dx$ le haghaidh fhoirmle an achair

Iarrachtaí

- A1 Úsáidtear foirmle na toirte
- A2 Úsáidtear y^2 san fhoirmle

Gan fiúntas

- W1 Foirmle mícheart don achar agus gan aon obair

(c) (i) Faigh, i dtéarmaí a agus b

$$I = \int_a^b \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx.$$

(ii) Faigh, i dtéarmaí a agus b

$$J = \int_a^b \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx.$$

(iii) Má tá $a + b = \frac{\pi}{2}$, taispeáin ansin go bhfuil $I = J$.

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

(ii)

5 mharc

Iarr 2

(iii)

0 marc

Iarr 3

8 (c) (i)

$$I = \int_a^b \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx. \quad \text{Let } u = 1 + \sin x \quad \therefore du = \cos x dx.$$

$$I = \int_{1+\sin a}^{1+\sin b} \frac{du}{u} = [\log_e u]_{1+\sin a}^{1+\sin b} = \log_e(1 + \sin b) - \log_e(1 + \sin a).$$

$$I = \log_e \left(\frac{1 + \sin b}{1 + \sin a} \right).$$

8 (c) (ii)

$$J = \int_a^b \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx. \quad \text{Bíodh } u = 1 + \cos x \quad \therefore du = -\sin x dx.$$

$$J = \int_{1+\cos a}^{1+\cos b} \frac{-du}{u} = -[\log_e u]_{1+\cos a}^{1+\cos b} = -\log_e(1 + \cos b) + \log_e(1 + \cos a).$$

$$J = \log_e \left(\frac{1 + \cos a}{1 + \cos b} \right).$$

8 (c) (iii)

Nuair atá $a + b = \frac{\pi}{2}$, ansin

$$I = \log_e \left(\frac{1 + \sin b}{1 + \sin a} \right) = \log_e \left(\frac{1 + \sin \left(\frac{\pi}{2} - a \right)}{1 + \sin \left(\frac{\pi}{2} - b \right)} \right) = \log_e \left(\frac{1 + \cos a}{1 + \cos b} \right) = J.$$

Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Difreáil
- B3 Foirmle Thriantánachta
- B4 Logartaim
- B5 Teorainneacha
- B6 Ord mícheart le linn teorainneacha a chur i bhfeidhm
- B7 Ní ríomhtar teorainneacha ionadaithe
- B8 Ní athraítear na teorainneacha
- B9 Asbhaint mhícheart nó gan aon asbhaint a bheith ann

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil
- S2 Luach triantánachta



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT 2010

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHARCÁLA**

MATAMAITIC – PÁIPÉAR 2

ARDLEIBHÉAL

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:
 - Botúin - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
 - Sciorthaí - earráidí uimhriúla (-1)
 - Míléamh (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.
2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí e.g. Iarr 3, tabhair an méid seo a leanas do d'aire:
 - aon chéim *cheart, ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, *ar a laghad*, an marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
 - más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith iarrachta, ansin ní mór an marc i leith iarrachta a thabhairt
 - ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.
3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus na lipéid W1, W2, .. etc. orthu.
4. Ciallaíonn an frása “aimsiú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marcanna ar bith
5. Ciallaíonn an frása “agus stopann sé/sí” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.
6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.
7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chur chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.
8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.
9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist ach *aon uair amháin*.
10. Marcanna i leith iarrachta ar a mhéad is ceart a thabhairt do chásanna áirithe, d'fhíoruithe agus do fhreagraí a thig ó léaráidí (mura rud é go n-iarrtar amhlaidh).
11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.
12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad pointe dheachúlaidh e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5.50.

CEIST 1

| | | |
|----------|------------------|-------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 15 (5, 10) marc | Iarr (2, 3) |
| Cuid (c) | 25 (10, 15) marc | Iarr (3, 5) |

Cuid (a) 10 marc Iarr 3

| | |
|-------|--|
| 1 (a) | (a) Gabhann ciorcal ar lárphointe dó $(3, -4)$ tríd an bpointe $(7, -3)$. Faigh cothromóid an chiorcail. |
|-------|--|

(a) 10 marc Iarr 3

| | |
|-------|--|
| 1 (a) | Is ionann an lár agus $(3, -4)$ agus tá $r = \sqrt{(3-7)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$. Ciorcal: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 17$. |
|-------|--|

nó

| | |
|-------|--|
| 1 (a) | $x^2 + y^2 - 6x + 8y + c = 0$ Ach $(7, -3) \in$ Ciorcal $\Rightarrow 49 + 9 - 42 - 24 + c = 0 \Rightarrow c = 8$ Cothromóid an chiorcail $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 8 = 0$ |
|-------|--|

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle an fhaid

B2 Tugtar sín mhícheart don lár i gcothromóid an chiorcail

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Fad an gha

A2 Cothromóid an chiorcail gan luacháil a bheith déanta ar an nga

A3 Cothromóid an chiorcail gan aon ionadú ar c

A4 Déantar ionadú ar $(7, -3)$ agus stopann sé/sí

A5 $x^2 + y^2 = 17$

Miléamh (-1)

M1 $(7, -3)$ mar lár an chiorcail

1 (b)

(b) (i) Faigh lárphointe agus ga an chiorcail

$$x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0.$$

(ii) Tá an líne $3x + 4y + k = 0$ ina tadhlaí leis an gcorcail

$$x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0.$$

Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar k .

(b)(i)

5 mharc

Iarr 2,

1 (b) (i)

$$\text{Is é atá sa lárphointe ná } (4, 5) \quad r = \sqrt{16 + 25 - 32} = \sqrt{9} = 3.$$

nó

1 (b) (i)

$$(x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 10y + 25) = -32 + 16 + 25$$

$$(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$$

$$\text{Lárphointe } (4, 5) \quad \text{Ga} = \sqrt{9} \text{ nó } 3$$

An dá cheann ceart 5 mharc

Ceann amháin ceart 2 mharc

Ceann ar bith ceart 0 marc

Cuid (b) (ii)

10 marc

Iarr 3

1 (b) (ii)

$$\left| \frac{3(4) + 4(5) + k}{\sqrt{9 + 16}} \right| = 3 \Rightarrow |32 + k| = 15 \Rightarrow 32 + k = \pm 15.$$

$$32 + k = 15 \text{ or } 32 + k = -15 \Rightarrow k = -17 \text{ or } k = -47.$$

* Glac le lárphointe agus ga an iarrthóra as (b)(i)

nó

1 (b) (ii)

$$y = \frac{-3x - k}{4}$$

$$x^2 + \left(\frac{-3x - k}{4}\right)^2 - 8x - 10\left(\frac{-3x - k}{4}\right) + 32 = 0$$

$$25x^2 + (6k - 8)x + k^2 + 40k + 512 = 0$$

$$\text{Fréamhacha comhionanna} \Rightarrow (6k - 8)^2 = 100(k^2 + 40k + 512)$$

$$64k^2 + 4096k + 51136 = 0$$

$$k^2 + 64k + 799 = 0$$

$$(k + 17)(k + 47) = 0 \quad k = -17 \text{ agus } k = -47$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle an fhaid ingearaigh

B2 Níl ach luach amháin ann do k

B3 Cearnú mícheart

B4 Earráid sna fachtóirí

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Cuid den ionadú isteach i bhfoirmle an ingir déanta i gceart

A2 Cuid den ionadú maidir le x nó y ón gcothromóid líneach déanta i gceart

Cuid (c)

25 (10, 15) marc

Iarr (3, 5)

1 (c) Tá an líne $y = 2x$ ina tadhlaí le ciorcal ag an bpointe (2, 4). Gabhann an ciorcal tríd an bpointe (4, -2) freisin. Faigh cothromóid an chiorcail.

(c) An chéad chothromóid in dhá athróg

10 marc

Iarr 3

Críoch

15 mharc

Iarr 5

1 (c)

$$\text{Fána an tadhlaí} = 2 \Rightarrow \text{fána an normail ag } (2, 4) = -\frac{1}{2}.$$

\therefore Cothromóid an normail:

$$(y - 4) = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow 2y - 8 = -x + 2 \Rightarrow x + 2y = 10.$$

Is é atá i bpointe lárnach an chorda a cheanglaíonn (2, 4) agus (4, -2) ná (3, 1).

$$\text{Fána an chorda} = \frac{4 + 2}{2 - 4} = -3.$$

$$\therefore \text{ Is é cothromóid an mheáningir ná } y - 1 = \frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow 3y - 3 = x - 3y = 0.$$

$$x + 2y = 10$$

$$x - 3y = 0$$

$$5y = 10 \Rightarrow y = 2 \text{ agus } x = 6 \Rightarrow \text{Is é (6, 2) an lárphointe.}$$

$$r = \sqrt{(2 - 6)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}.$$

$$\therefore \text{ Is é cothromóid an chiorcail } (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 20.$$

nó

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0.$$

$$(2,4) \in \text{Ciorcal} \Rightarrow 20 + 4g + 8f + c = 0$$

$$(4,-2) \in \text{Ciorcal} \Rightarrow 20 + 8g - 4f + c = 0$$

$$g = 3f \Rightarrow \text{lárphointe } (-3f, f)$$

$$\text{Fána an tadhlaí} = 2 \Rightarrow \text{fána an normail ag } (2, 4) = -\frac{1}{2}.$$

\therefore Cothromóid an normail:

$$(y - 4) = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow 2y - 8 = -x + 2 \Rightarrow x + 2y = 10.$$

$$-3f + 2(-f) = 10 \Rightarrow f = -2 \Rightarrow \text{Is é } (6, 2) \text{ an lárphointe}$$

$$r = \sqrt{(2 - 6)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{16 + 2} = \sqrt{20}.$$

$$\therefore \text{Is é cothromóid an chiorcail } (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 20.$$

An Chéad Chothromóid

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle na fána

B2 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle an phointe lárnaigh

B3 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i gcothromóid fhoirmle na líne

B4 Síneacha míchearta do lárphointe an choircail

Sciorthaí (-1)

A1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Fána an tadhlaí

A2 Pointe lárnach an chorda

Críoch:

Níl feidhm ag sciorthaí ná botúin. Tabhair 0,5,15 marc, mar a leanas:

Go hiomlán ceart: 15 marc

Iarrachtaí (5 mharc)

A1 An dara cothromóid in dhá athróg

CEIST 2

| | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (5, 15) marc | Iarr (2, 5) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, -) |

| | | |
|-----------------|----------------|---------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|-----------------|----------------|---------------|

2 (a)

(a) Pointí is ea A, B agus C agus is é O an bunphointe.

$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{i} - 6\vec{j}$ and $\vec{AC} = \vec{OB}$.

Sloinn \vec{c} i dtéarmaí \vec{i} agus \vec{j} .

| | | |
|------------|----------------|---------------|
| (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|------------|----------------|---------------|

2 (a)

$$\vec{AC} = \vec{OB} \Rightarrow \vec{c} - \vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \vec{c} = \vec{b} + \vec{a} = -3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{i} + 3\vec{j}.$$

$$\therefore \vec{c} = -\vec{i} - 3\vec{j}.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráidí in $\vec{AC} = \vec{c} - \vec{a}$ nó a leithéid
 B2 Ní dhéantar an freagra a shloinneadh san fhoirm cheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 $\vec{AC} = \vec{c} - \vec{a}$ agus stopann sé/sí

| | | |
|-----------------|------------------------|--------------------|
| Cuid (b) | 20 (5, 15) marc | Iarr (2, 5) |
|-----------------|------------------------|--------------------|

2 (b) Tá $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$ agus $\vec{v} = -\vec{i} + k\vec{j}$ áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$.

(i) Sloinn $|\vec{v}|$ agus $\vec{u} \cdot \vec{v}$ i dtéarmaí k .

(ii) Ag glacadh leis go bhfuil $\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, áit arb í θ an uillinn idir \vec{u} agus \vec{v} , faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar k .

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| (b) (i) | 5 mharc | Iarr 2 |
|----------------|----------------|---------------|

2 (b) (i)

$$|\vec{v}| = |-\vec{i} + k\vec{j}| = \sqrt{1 + k^2}.$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (2\vec{i} + \vec{j}) \cdot (-\vec{i} + k\vec{j}) = -2 + k.$$

- An dá cheann ceart 5 mharc
 Ceann amháin ceart 2 mharc
 Ceann ar bith ceart 0 marc

(b) (ii)

15 mharc

Iarr 5

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} \Rightarrow \frac{-2+k}{\sqrt{5} \sqrt{1+k^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \sqrt{2}(-2+k) = -\sqrt{5} \sqrt{1+k^2} \Rightarrow 2(-2+k)^2 = 5+5k^2 \Rightarrow 5k^2+5=8-8k+2k^2$$

$$\therefore 3k^2+8k-3=0 \Rightarrow (3k-1)(k+3)=0 \Rightarrow k=\frac{1}{3}, k=-3.$$

Iarracht (5mharc)

A1 Déantar ionadú i gceart

Cuid (c)

20 (5, 5, 10) marc

Iarr (2, 2, -)

2 (c) (i)

(c) Comhthreomharán is ea $OABC$, áit arb é O an bunphointe.

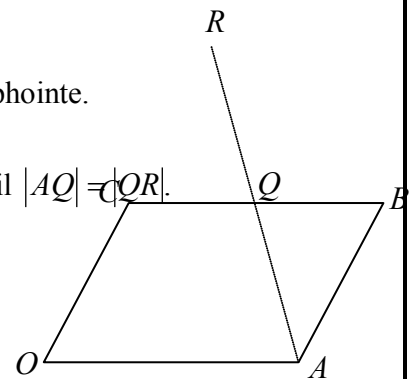
Is é Q lárphointe $[BC]$.

Déantar $[AQ]$ a leanúint go dtí R sa chaoi go bhfuil $|AQ| = |QR|$.

(i) Sloinn \vec{q} i dtéarmaí \vec{a} agus \vec{c} .

(ii) Sloinn \vec{AQ} i dtéarmaí \vec{a} agus \vec{c} .

(iii) Taispeáin go bhfuil na pointí O , C agus R comhlíneach



(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

2 (c) (i)

$$\vec{q} = \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}.$$

Botúin (-3)

B1 $\vec{CQ} \neq \frac{1}{2}\vec{OA}$

B2 Níl an freagra san fhoirm riachtanach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Slonn ceart le \vec{q}

(c)(ii)

5 mharc

Iarr 2

2 (c) (ii)

$$\vec{AQ} = \vec{q} - \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{c} - \vec{a} = \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$

Botúin (-3)

B1 $\vec{AQ} \neq \vec{q} - \vec{a}$

B2 Níl an freagra san fhoirm riachtanach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Slonn ceart le \vec{AQ}

A2 $\vec{AQ} = \vec{q} - \vec{a}$ agus stopann sé/sí

Cuid (c) (iii)

10 marc

Aimsiú/Iomrall

2 (c) (iii)

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{AR} = \vec{a} + 2\vec{AQ} = \vec{a} + 2\vec{c} - \vec{a} = 2\vec{c}.$$

Ós rud é go bhfuil $\vec{r} = 2\vec{c}$, ansin tá pointí O, C agus R comhlíneach.

CEIST 3

| | | |
|----------|------------------|-------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (c) | 30 (10, 20) marc | Iarr (3, 6) |

| | | |
|----------|---------|--------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|----------|---------|--------|

| | |
|-------|--|
| 3 (a) | (a) Tá an líne $3x + 4y - 7 = 0$ ingearach leis an líne $ax - 6y - 1 = 0$. Faigh luach a . |
|-------|--|

| | | |
|-----|---------|--------|
| (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|-----|---------|--------|

| | |
|-------|--|
| 3 (a) | Is é atá i bhfána $3x + 4y - 7 = 0$ ná $-\frac{3}{4}$. Is é atá i bhfána $ax - 6y - 1 = 0$ ná $\frac{a}{6}$. $\therefore \frac{-3}{4} \times \frac{a}{6} = -1 \Rightarrow -3a = -24 \Rightarrow a = 8$. |
|-------|--|

Botúin (-3)

- B1 Earráid san fhána
- B2 Toradh na bhfánaí $\neq -1$
- B3 Toradh na bhfánaí $= -1$ ach ní chríochnaítear

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Faightear fána aon líne amháin

| | | |
|----------|----------------|-------------|
| Cuid (b) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
|----------|----------------|-------------|

| | |
|-----------|--|
| 3 (b) (i) | (b) (i) Trasnaíonn an líne $4x - 5y + k = 0$ an x -ais ag P agus an y -ais ag Q . Scríobh síos comhordanáidí P agus Q i dtéarmaí k . (ii) Tá achar 10 n-aonad chearnacha sa triantán OPQ , áit arb é O an bunphointe. Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar k . |
|-----------|--|

| | | |
|---------|---------|--------|
| (b) (i) | 5 mharc | Iarr 2 |
|---------|---------|--------|

| | |
|-----------|---|
| 3 (b) (i) | $P\left(\frac{-k}{4}, 0\right), Q\left(0, \frac{k}{5}\right)$. |
|-----------|---|

Botúin (-3)

- B1 Níl P ná Q i bhfoirm comhordanáide
- B2 Níl ach P nó Q ceart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Scríobhtar $\frac{-k}{4}$ nó $\frac{k}{5}$ written

A2 $\left(0, \frac{-k}{4}\right) \left(\frac{k}{5}, 0\right)$

(b) (ii)

5 marc

Iarr 2

3 (b) (ii)

$$\text{Achar } \triangle OPQ = 10 \Rightarrow \frac{1}{2} \left| \left(\frac{-k}{4} \right) \left(\frac{k}{5} \right) \right| = 10. \therefore k^2 = 400 \Rightarrow k = \pm 20.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle achar an triantáin

B2 Ní fhaightear ach luach amháin ann do k

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Roinnt ionadú ceart isteach i bhfoirmle achar an triantáin

A2 $k^2 = -400$ nó a leithéid

Cuid (c)

25 (10, 20) marc

Iarr (3, 6)

3 (c) (i)

(c) Is é f an claochlú $(x, y) \rightarrow (x', y')$, áit a bhfuil $x' = x + y$ agus $y' = x - y$.

Is é $y = mx + c$ cothromóid na line l .

(i) Faigh cothromóid $f(l)$, íomhá l faoi f .

(ii) Faigh luach(anna) m ar fíor ina leith go ndéanann $f(l)$ uillinn 45° le l .

(c) (i)

10 marc

Iarr 3

3 (c) (i)

$$x' = x + y$$

$$y' = x - y$$

$$x' + y' = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}(x' + y'). \quad y = x' - x = x' - \frac{1}{2}(x' + y') \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x' - y').$$

$$f(l): \frac{1}{2}(x' - y') = \frac{m}{2}(x' + y') + c \Rightarrow x' - y' = mx' + my' + 2c.$$

$$f(l): x'(m-1) + y'(m+1) + 2c = 0.$$

Botúin (-3)

B1 Níl íomhá na líne san fhoirm $ax^1 + by^1 + c = 0$ nó $y^1 = mx^1 + c$

B2 Maitrís mhícheart

B3 Iolrú mícheart na maitríse

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Sloinntear x nó y i dtéarmaí uimhreacha príomha

A2 Maitrís cheart do f le linn $f(l)$ a fháil

A3 Pointe ceart íomhá ar $f(l)$

(c) (ii)

20 mharc

Iarr 6

3 (c) (ii)

$$\text{Fána } l = m \text{ agus fána } f(l) = \frac{-(m-1)}{m+1} = \frac{1-m}{1+m}.$$

$$\tan 45^\circ = \left| \frac{\frac{1-m}{1+m} - m}{1 + \left(\frac{1-m}{1+m}\right)m} \right| \Rightarrow \left| \frac{1-m-m(1+m)}{1+m+(1-m)m} \right| = 1.$$

$$\therefore \left| \frac{1-2m-m^2}{1+2m-m^2} \right| = 1 \Rightarrow 1-2m-m^2 = \pm(1+2m-m^2).$$

$$\therefore 1-2m-m^2 = 1+2m-m^2 \Rightarrow 4m = 0 \Rightarrow m = 0.$$

$$\text{NÓ } 1-2m-m^2 = -1-2m+m^2 \Rightarrow -2m^2 = -2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1.$$

(tugann $m = -1$ ainmneoir 0 d'fhána $f(1)$, ach is réiteach é fós, ós rud é, sa chás seo, go bhfuil $f(1)$ ingearach agus go ndéanann sé uillinn 45° leis)

$$\therefore \text{is iad na réitigh ná } m = 0, m = 1, m = -1.$$

Iarracht (6 mharc)

A1 Déantar ionadú ceart isteach san fhoirmle

Le nótáil: ní fhaightear gach ceann de na trí réiteach \Rightarrow marc i leith iarrachta ar a mhéad

CEIST 4

| | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 15 (5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2) |
| Cuid (c) | 25 (5, 5, 15) marc | Iarr (2, 2, 5) |

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

4 (a)

(a) Tá achar 20 cm^2 sa triantán PQR . $|PQ| = 10 \text{ cm}$ agus $|PR| = 8 \text{ cm}$.
Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar $|\angle QPR|$.

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

4 (a)

$$\text{Achar } \Delta PQR = 20 \Rightarrow \frac{1}{2}(10)(8)\sin\angle QPR = 20.$$
$$\therefore \sin\angle QPR = \frac{1}{2} \Rightarrow |\angle QPR| = 30^\circ \text{ nó } 150^\circ.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid maidir le hionadú isteach i bhfoirmle an achair
- B2 Níl ach uillinn amháin ann
- B3 Uillinn lasmuigh den raon

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Ionadú isteach san fhoirmle

Cuid (b)

15 (5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2)

4 (b) Faigh gach uile réiteach atá ar an gcothromóid $\cos 2x = \cos x$ san fhearann $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

(b) Cothromóid
Fréamhacha
Críoch

5 mharc
5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2
Iarr 2

4 (b)

$$\begin{aligned}\cos 2x = \cos x &\Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0. \quad \therefore (\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0^\circ, x = 360^\circ \text{ nó } \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 120^\circ, 240^\circ. \\ &\therefore x = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 360^\circ.\end{aligned}$$

nó

4 (b)

$$\begin{aligned}\cos 2x = \cos x &\Rightarrow \cos 2x - \cos x = 0 \Rightarrow -2\sin \frac{3x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2} = 0 \\ &\Rightarrow \sin \frac{3x}{2} = 0 \Rightarrow x = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 360^\circ \\ &\sin \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow x = 0^\circ, 360^\circ \\ &x = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 360^\circ\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Ionadú mícheart do $\cos 2x$

B2 Earráid sna fachtóirí

B3 Earráid san ionadú i bhfoirmle na cothromóide cearnaí

B4 Fághtar luach amháin ar lár i gcás ceachtar fréamh

B5 Gach uile uillinn lasmuigh den fhearann

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

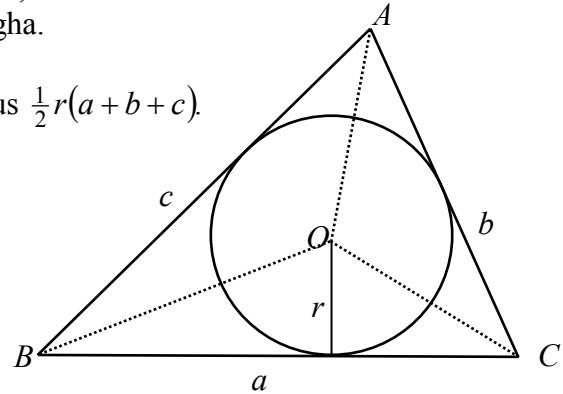
Iarrachtaí (2, 2, 2 mharc)

A1 $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ agus stopann sé/sí

A2 Fachtóirí cearta agus stopann sé/sí

(c) Triantán is ea ABC ar fad sleasa dó a , b agus c , mar a léirítear. Is é O lárphointe an inchiortaíl agus is é r a gha.

(i) Taispeáin gurb ionann achar ΔABC agus $\frac{1}{2}r(a+b+c)$.



(ii) Tá sleasa triantáin $a = p^2 + q^2$, $b = p^2 - q^2$ and $c = 2pq$, ar fad, áit arb uimhreacha aiceanta iad p agus q sa chaoi go bhfuil $p > q$. Taispeáin gur triantán dronuilleach é an triantán seo.

(iii) Taispeáin gur slánuimhir í ga inchiortcal an triantáin i gcuid (ii).

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (i)

$$\text{Achar } \Delta ABC = \frac{1}{2}(ar) + \frac{1}{2}(br) + \frac{1}{2}(cr) = \frac{1}{2}r(a+b+c).$$

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le hionadú isteach i bhfoirmle achar an triantáin

B2 Níl an freagra san fhormáid cheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Faightear achar aon triantáin amháin

(c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (ii)

$$(p^2 + q^2)^2 = p^4 + 2p^2q^2 + q^4.$$

$$(p^2 - q^2)^2 + (2pq)^2 = p^4 - 2p^2q^2 + q^4 + 4p^2q^2 = p^4 + 2p^2q^2 + q^4 = (p^2 + q^2)^2.$$

\therefore Triantán dronuilleach atá ann.

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le cearnú

B2 Cuirtear Pythagoras i bhfeidhm go mícheart

B3 Ní luaitear, ná ní intuigthe, an chonclúid

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

*Iarrachtaí (2 mharc)*A1 Cearnaítear taobh amháin ar bith i dtéarmaí p agus q

(c) (iii)

15 mharc

Iarr 5

4 (c) (iii)

$$\text{Achar } \Delta = \frac{1}{2}(2pq)(p^2 - q^2) = pq(p^2 - q^2)$$

Ach, trí chuid (i),

$$\text{achar } \Delta = \frac{1}{2}r(p^2 + q^2 + p^2 - q^2 + 2pq) = \frac{1}{2}r(2p^2 + 2pq) = r(p^2 + pq)$$

$$\therefore r(p^2 + pq) = pq(p^2 - q^2) \Rightarrow r = \frac{pq(p+q)(p-q)}{p(p+q)} = q(p-q)$$

Ós rud é gurb uimhreacha aiceanta iad p agus q , ansin is uimhir aiceanta í $p-q$
Agus, dá bhrí sin, is slánuimhir í $r = q(p-q)$.

Iarracht (5 mharc)

A1 Slonn ceart do r i dtéarmaí p agus q

CEIST 5

| | | |
|-----------------|----------------------------|-----------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 15 (10, 5) marc | Iarr (3, 2) |
| Cuid (c) | 25 (10, 5, 10) marc | Iarr (3, 2, 3) |

| | | |
|-----------------|----------------|---------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|-----------------|----------------|---------------|

5 (a) Ag glacadh le $\tan \theta = \frac{1}{3}$, taispeáin go bhfuil $\tan 2\theta = \frac{3}{4}$.

| | | |
|------------|----------------|---------------|
| (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|------------|----------------|---------------|

5 (a)

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

nó

5 (a) $\tan \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta$ san $1^{\text{ú}}$ nó sa $3^{\text{ú}}$ ceathrú
 tá $\sin \theta$ agus $\cos \theta$ araon deimhneach san $1^{\text{ú}}$ ceathrú agus tá an dá cheann acu diúltach sa $3^{\text{ú}}$ ceathrú

$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ agus } \cos \theta = \pm \frac{3}{\sqrt{10}}, \text{ (an tsín chéanna sa dhá chás)}$$

I gcás an dá cheann a bheith deimhneach:

$$\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{2 \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)}{\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

agus i gcás an dá cheann a bheith diúltach:

$$\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{2 \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)}{\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = \frac{3}{4}$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle $\tan 2\theta$
- B2 Cuirtear Pythagoras i bhfeidhm go mícheart
- B3 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach san fhoirmle/sna foirmlí $\sin 2\theta$ agus/ nó $\cos 2\theta$
- B4 Níl ach ceathrú amháin ann

Sciorthaí (-1)

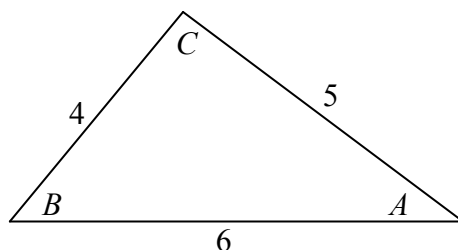
- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Roinnt ionadú isteach san fhoirmle $\tan 2\theta$
- A2 Iarracht chun Pythagoras a chur i bhfeidhm

5 (b)

- (b) Tá sleasa triantáin 4, 5 agus 6 ar fad.
Is iad A , B agus C na huillinneacha sa triantán, mar atá sa léaráid.



- (i) Bain úsáid as riail an chomhshínis agus taispeáin go bhfuil $\cos A + \cos C = \frac{7}{8}$.
- (ii) Taispeáin go bhfuil $\cos(A + C) = -\frac{9}{16}$.

(b) (i)

10 marc

Iarr 3

5 (b) (i)

$$\cos A = \frac{5^2 + 6^2 - 4^2}{2(5)(6)} = \frac{25 + 36 - 16}{60} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

$$\cos C = \frac{5^2 + 4^2 - 6^2}{2(4)(5)} = \frac{25 + 16 - 36}{40} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore \cos A + \cos C = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach san fhoirmle Chomhshínis

B2 Ní thaispeántar $\cos A + \cos C$ *Sciorthaí (-1)*

S1 Earráid uimhríochta

*Iarrachtaí (3 mharc)*A1 Déantar roinnt luachanna a ionadú isteach san fhoirmle Chomhshínis i gcás $\cos A$ nó $\cos C$ A2 Sloinntear foirmle $\cos A$ nó $\cos C$ i dtéarmaí shleasa an triantáinA3 Níl ach $\cos A$ nó $\cos C$ ann agus stopann sé/sí*Gan fiúntas (0)*W1 $\cos A + \cos C = \cos(A+C)$

(b) (ii)

5 marc

Iarr 2

5 (b) (ii)

$$\cos(A+C) = -\cos B = -\left[\frac{4^2 + 6^2 - 5^2}{2(4)(6)}\right] = -\left[\frac{16 + 36 - 25}{48}\right] = -\left[\frac{27}{48}\right] = -\frac{9}{16}$$

nó

5 (b) (ii)

$$\cos(A+C) = \cos A \cos C - \sin A \sin C = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8} - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{8} = \frac{-18}{32} = \frac{-9}{16}$$

Botúin (-3)

B1 $\cos(A+C) \neq -\cos B$

B2 Cóimheas mícheart do $\sin A$ nó $\sin C$

B3 Earráid maidir le hionadú a dhéanamh isteach i bhforbairt $\cos(A+C)$

B4 Ní luaitear, ná ní intuigthe, an chonclúid

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $\cos(A+C) = \cos(180^\circ - B)$ agus stopann sé/sí

A2 Roinnt ionadú isteach i bhforbairt $\cos(A+C)$

A3 Úsáid Pythagoras

Gan fiúntas (0)

W1 $\cos(A+C) = \cos A + \cos C$

W2 $\cos(A+C) = \cos A \cdot \cos C$

Cuid (c)

25 (10, 5, 10) marc

Iarr (3, 2, 3)

5 (c) (i) Taispeáin go bhfuil $(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B)^2 = 2 + 2\cos(A-B)$.

(ii) Uaidh sin, réitigh an chothromóid

$$(\cos 4x + \cos x)^2 + (\sin 4x + \sin x)^2 = 2 + 2\sqrt{3} \sin 3x$$

san fhearann $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

(c) (i)

10 marc

Iarr 3

5 (c) (i)

$$\begin{aligned}(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B)^2 &= \cos^2 A + 2\cos A \cos B + \cos^2 B + \sin^2 A + 2\sin A \sin B + \sin^2 B \\ &= (\cos^2 A + \sin^2 A) + (\cos^2 B + \sin^2 B) + 2(\cos A \cos B + \sin A \sin B) \\ &= 2 + 2\cos(A-B).\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le cearnú

B2 $\cos^2 A + \sin^2 A \neq 1$

B3 $\cos A \cos B + \sin A \sin B \neq \cos(A-B)$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $(\cos A + \cos B)^2$ nó a leithéid

**(c) (ii) $\tan 3x$
Réitigh**

**5 mharc
10 marc**

**Iarr 2
Iarr 3**

5 (c) (ii)

$$(\cos 4x + \cos x)^2 + (\sin 4x + \sin x)^2 = 2 + 2\cos 3x \text{ trí chuid (i).}$$

$$\therefore 2 + 2\cos 3x = 2 + 2\sqrt{3}\sin 3x \Rightarrow \sqrt{3}\sin 3x = \cos 3x \Rightarrow \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\therefore \tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow 3x = 30^\circ, 210^\circ, 390^\circ, 570^\circ, 750^\circ, 930^\circ.$$

$$\therefore x = 10^\circ, 70^\circ, 130^\circ, 190^\circ, 250^\circ, 310^\circ.$$

nó

**(c) (ii) $2 \cos (3x + 60^\circ)$
Réitigh**

**5 mharc
10 marc**

**Iarr 2
Iarr 3**

$$(\cos 4x + \cos x)^2 + (\sin 4x + \sin x)^2 = 2 + 2\cos 3x \text{ trí chuid (i).}$$

$$\therefore 2 + 2\cos 3x = 2 + 2\sqrt{3}\sin 3x \Rightarrow \sqrt{3}\sin 3x = \cos 3x \Rightarrow \sqrt{3} \cdot \sin 3x - \cos 3x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x\right) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos(3x + 60^\circ) = 0 \Rightarrow 3x + 60^\circ = 90^\circ, 270^\circ, 450^\circ, 630^\circ, 810^\circ, 990^\circ$$

$$\therefore x = 10^\circ, 70^\circ, 130^\circ, 190^\circ, 250^\circ, 310^\circ.$$

Cothromóid:

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Ionramháil cheart

Gan fiúntas (0)

W1 $\cos 4x = 4 \cos x$ nó a leithéid

Réitigh:

Iarracht (3 mharc)

A1 Luach amháin fágtha ar lár sa réiteach nó luach amháin mícheart ann

Gan fiúntas (0)

W1 Níos mó ná luach amháin fágtha ar lár sa réiteach nó níos mó ná luach amháin mícheart ann

CEIST 6

| | | |
|----------|----------------------|-------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |
| Cuid (c) | 20 marc | Iarr 6 |

Cuid (a) 10 marc Iarr 3

| | |
|-------|--|
| 6 (a) | (a) I mála amháin tá ceithre dhiosca dhearga agus sé dhiosca ghorma. I mála eile tá cúig dhiosca dhearga agus seacht ndiosca bhuí. Roghnaítear diosca amháin as gach mála araon. Cad é an dóchúlacht go bhfuil an dá dhiosca sin dearg? |
|-------|--|

(a) 10 marc Iarr 3

| | |
|-------|---|
| 6 (a) | Líon na dtorthaí fabhracha $= {}^4C_1 \times {}^5C_1 = 20$. Líon na dtorthaí ionchasacha ${}^{10}C_1 \times {}^{12}C_1 = 120$. \therefore Dóchúlacht go bhfuil an dá dhiosca dearg $= \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$. nó P(tá an dá dhiosca dearg) $= \frac{4}{10} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{6}$. |
|-------|---|

Botúin (-3)

B1 Líon mícheart torthaí ionchasacha

B2 Níl an freagra i bhfoirm $\frac{a}{b}$, $a \in N, b \in N$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Líon ceart torthaí ionchasacha

A2 Líon ceart torthaí fabhracha

A3 ${}^4C_1 + {}^5C_1$ nó a leithéid, mar aon le hobair bhreise nó gan obair bhreise

6 (b)

- (b) Is iad α agus β fréamhacha na cothromóide cearnaí $px^2 + qx + r = 0$.
 $u_n = l\alpha^n + m\beta^n$, for all $n \in \mathbb{N}$.
 Cruthaigh go bhfuil $pu_{n+2} + qu_{n+1} + ru_n = 0$, le haghaidh gach $n \in \mathbb{N}$

(b) Úsáidtear airí na fréimhe i gceart

5 mharc

Iarr 2

Aimsítear u_{n+1}, u_{n+2}

5 mharc

Iarr 2

Déantar ionadú agus cuirtear slacht ar an obair

5 mharc

Iarr 2

Conclúid

5 mharc

Iarr 2

6 (b)

Is ionann α Agus fréamh de chuid $px^2 + qx + r = 0 \Rightarrow p\alpha^2 + q\alpha + r = 0$ Sa tslí chéanna: $p\beta^2 + q\beta + r = 0$

Glactar leis an méid seo a leanas:

$$u_n = l\alpha^n + m\beta^n \Rightarrow u_{n+1} = l\alpha^{n+1} + m\beta^{n+1}, u_{n+2} = l\alpha^{n+2} + m\beta^{n+2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow pu_{n+2} + qu_{n+1} + ru_n &= p(l\alpha^{n+2} + m\beta^{n+2}) + q(l\alpha^{n+1} + m\beta^{n+1}) + r(l\alpha^n + m\beta^n) \\ &= l\alpha^n(p\alpha^2 + q\alpha + r) + m\beta^n(p\beta^2 + q\beta + r) \\ &= l\alpha^n(0) + m\beta^n(0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Ní úsáidtear airí na fréimhe i gceart

B2 Earráid maidir le luach an téarma a shloinneadh

B3 Earráid le linn ionadú a dhéanamh nó le linn slacht a chur ar an obair

B4 Conclúid mhícheart nó gan aon conclúid a bheith intuigthe

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2, 2, 2, 2 mharc)

A1 Iarracht chun cheachtar fréamh a ionadú isteach sa chothromóid chearnach

A2 Roinnt ionadú ceart le haghaidh u_{n+1} nó a leithéid

6 (c) Tá 11 suíochán ina líne ag an gcuntar i gcaife.
Tá seisear ina suí go randamach ag an gcuntar. Cé mhéad uair níos dóchúla atá sé go bhfuil an seisear go léir ina suí le chéile seachas gan aon bheirt acu a bheith ina suí le chéile?

(c)

20 marc

Iarr 6

6 (c) *Leagan amach gan ord:*

An líon bealaí inar féidir seisear a chur ina suí i líne 11 suíochán $= {}^{11}C_6 = 462$.

Chun seisear a chur ina suí le chéile, cuir i suíocháin 1 go 6, nó 2 go 7, nó 3 go 8, 4 nó go 9, Nó 5 go 10, nó 6 go 11 iad.

\therefore Líon na dtorthaí fabhracha = 6.

\therefore Dóchúlacht go mbeidh seisear ina suí le chéile $= \frac{6}{462}$.

Chun seisear a chur ina suí gan aon bheirt in aice lena chéile, cuir i suíochán 1, i suíochán 3, i suíochán 5, i suíochán 7, i suíochán 9 agus i suíochán 11 iad. Níl aon bhealach féideartha eile ann chun iad a chur ina suí. Níl ach aon toradh fabhrach ann.

\therefore Dóchúlacht nach mbeidh aon bheirt díobh ina suí le chéile $= \frac{1}{462}$.

\therefore Tá sé sé huair níos dóchúla go mbeidh an seisear ar fad ina suí le chéile.

NÓ

6 (c) *Leagan amach gan ord:*

An líon bealaí inar féidir seisear a chur ina suí i líne 11 suíochán $= {}^{11}P_6 = 332640$

Chun seisear a chur ina suí le chéile, cuir iad i suíocháin 1 go 6, nó 2 go 7, nó 3 go 8, nó 4 go 9, nó 5 go 10, nó 6 go 11.

\therefore Líon na dtorthaí fabhracha = $6 \times 6! = 4320$.

\therefore Dóchúlacht go mbeidh seisear ina suí le chéile $= \frac{4320}{332640}$.

Chun seisear a chur ina suí gan aon bheirt a bheith in aice lena chéile, cuir ina suí iad i suíochán 1, i suíochán 3, i suíochán 5, i suíochán 7, i suíochán 9 agus i suíochán 11. Níl aon bhealach eile ann chun iad a chur ina suí. Dá bhrí sin, tá $1 \times 6! = 720$ toradh fabhrach ann.

\therefore Dóchúlacht nach mbeidh aon bheirt díobh ina suí le chéile $= \frac{720}{332640}$.

$4320 = 6 \times 720$, dá bhrí sin, tá sé sé huair níos dóchúla go mbeidh an seisear ar fad ina suí le chéile.

Iarracht (6 mharc)

A1 Slonn ceart do cheachtar cás

* Cás speisialta le nótaíl: Má tá an dá dhóchúlacht i gceart ag an iarrthóir ach go ndealaítear iad seachas iad a roinnt: tabhair 17 marc

* Ar leith ón gcás speisialta atá luaite thuas, tabhair 0,6 nó 20 marc

CEIST 7

| | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
| Cuid (c) | 20 (10,10) marc | Iarr (3,3) |

| | | |
|-----------------|----------------|---------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|-----------------|----------------|---------------|

7 (a) Tá pasfhocal láithreán gréasáin bunaithe ar na ceannlitreacha A, B, C, ... Z agus/nó ar na digití , 1, 2, 9.
Tá ceithre cinn de na carachtair sin sa phasfhocal agus tosaíonn sé le litir. Mar shampla, tá BA7A, C999, agus DGKK ceadaithe, ach níl 7DCA.
Taispeáin go bhfuil níos mó ná milliún pasfhocal ann a d'fhéadfaí a dhéanamh.

| | | |
|------------|----------------|---------------|
| (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|------------|----------------|---------------|

7 (a) Líon na bpasfhocal a d'fhéadfadh a bheith ann
 $= 26 \times 36 \times 36 \times 36 = 1,213,056 > 1,000,000$.

nó

7 (a) Líon na bpasfhocal a d'fhéadfadh a bheith ann:
 $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 + 3(26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10) + 3(26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10) + 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1,213,056 > 1,000,000$

Iarracht (3 mharc)

A1 Earráid amháin sa réiteach

| | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|

7 (b) Tá Karen ar tí scrúdú a dhéanamh ag deireadh cúrsa Béarla.
Tá fiche téacs ainmnithe ar an gcúrsa.
Úrscéalta is ea sé cinn acu, drámaí is ea ceithre cinn díobh agus dánta is ea deich gcinn díobh. Sa scrúdú, tá ceist ar cheann amháin de na húrscéalta, ceist ar cheann amháin de na drámaí agus ceist ar cheann amháin de na dánta.
Rinne Karen staidéar ar cheithre cinn de na húrscéalta, ar thrí cinn de na drámaí agus ar seacht gcinn de na dánta.
Faigh an dóchúlacht:
(i) go ndearna Karen staidéar ar na trí théacs go léir sa scrúdú
(ii) nach ndearna Karen staidéar ar théacs ar bith sa scrúdú
(iii) go ndearna Karen staidéar ar dhá cheann ar a laghad de na téacsanna sa scrúdú.

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| (b) (i) | 5 mharc | Iarr 2 |
|----------------|----------------|---------------|

7 (b) (i)
Dóchúlacht (go ndearnadh staidéar ar na trí théacs go léir) = $\frac{4 \times 3 \times 7}{6 \times 4 \times 10} = \frac{84}{240} = \frac{7}{20}$.

Botúin (-3)

B1 Líon mícheart torthaí ionchasacha

B2 Ní dhéantar an freagra a shloinneadh i bhfoirm $\frac{a}{b}$, $a \in N$, $b \in N$ nó a leithéid

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Líon ceart torthaí ionchasacha

A2 Líon ceart torthaí fabhracha

A3 $\frac{4}{6} + \frac{3}{4} + \frac{7}{10}$ mar aon le hobair bhreise nó gan aon obair bhreise

(b) (ii)

5 marc

Iarr 2

7 (b) (ii)

Dóchúlacht (nach ndearnadh staidéar ar théacs ar bith sa scrúdú) = $\frac{2 \times 1 \times 3}{6 \times 4 \times 10} = \frac{6}{240} = \frac{1}{40}$.

Botúin (-3)

B1 Líon mícheart torthaí ionchasacha

B2 Ní dhéantar an freagra a shloinneadh i bhfoirm $\frac{a}{b}$, $a \in N, b \in N$ nó a leithéid

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Líon ceart torthaí ionchasacha

A2 Líon ceart torthaí fabhracha

A3 $\frac{2}{6} + \frac{1}{4} + \frac{3}{10}$ mar aon le hobair bhreise nó gan aon obair bhreise

(b) (iii)

10 marc

Iarr 3

7 (b) (iii)

Dóchúlacht (go ndearnadh staidéar ar dhá théacs ar a laghad)

= Dóchúlacht (staidéar ar dhá cheann) + Dóchúlacht (staidéar ar thrí cinn)

$$= \left(\frac{4 \times 3 \times 3}{6 \times 4 \times 10} + \frac{4 \times 1 \times 7}{6 \times 4 \times 10} + \frac{2 \times 3 \times 7}{6 \times 4 \times 10} \right) + \frac{84}{240} = \frac{36 + 28 + 42}{240} + \frac{84}{240} = \frac{190}{240} = \frac{19}{24}$$

Iarracht (3 mharc)

A1 Slonn ceart do gach ceann de na trí théarma in P(2 théacs) nó do gach ceann de na trí théarma in P(1 téacs)

Cuid (c)

20 (10,10) marc

Iarr (3,3)

7 (c)

(c) Is é μ meán na réaduimhreacha $a, 2a, 3a, 4a$ agus $5a$ agus is é σ a ndiall caighdeánach.

(i) Sloinn μ agus σ i dtéarmaí a .

(ii) Uaidh sin, scríobh síos, i dtéarmaí a , meán agus diall caighdeánach na n -uimhreacha $3a + 5, 6a + 5, 9a + 5, 12a + 5, 15a + 5$.

(c) (i)

10 marc

Iarr 3

7 (c) (i)

$$\mu = \frac{a + 2a + 3a + 4a + 5a}{5} = \frac{15a}{5} = 3a.$$

$$\sigma^2 = \frac{(a - 3a)^2 + (2a - 3a)^2 + (3a - 3a)^2 + (4a - 3a)^2 + (5a - 3a)^2}{5} = \frac{4a^2 + a^2 + a^2 + 4a^2}{5}$$

$$= \frac{10a^2}{5} = 2a^2.$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{2}a.$$

Iarracht (3 mharc)

A1 Slonn ceart don mheán nó don diall caighdeánach

Cuid (c) (ii)

10 marc

Iarr 3

(c) (ii)

$$\text{Meán} = 3\mu + 5 = 9a + 5.$$

$$\text{Diall caighdeánach} = 3\sigma = 3\sqrt{2}a.$$

* I gcás nach ‘Uaidh sin’ atá ann (i.e. thairis sin) 3 mharc don mheán ceart agus don diall caighdeánach ceart

Iarracht (3 mharc)

A1 Meán nó diall caighdeánach ceart

CEIST 8

| | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (5, 15) marc | Iarr (-, 5) |
| Cuid (c) | 20 (10, 5, 5) marc | Iarr (3, -, -) |

| | | |
|-----------------|----------------|---------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|-----------------|----------------|---------------|

| | | |
|--------------|------------|--|
| 8 (a) | (a) | Bain úsáid as suimeáil na míreanna chun $\int \log_e x \, dx$ a fháil. |
|--------------|------------|--|

| | | |
|------------|----------------|---------------|
| (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|------------|----------------|---------------|

| | | |
|--------------|---|--|
| 8 (a) | $\int u \, dv = uv - \int v \, du.$ Biodh $u = \log_e x \Rightarrow du = \frac{1}{x} \, dx.$ $dv = dx \Rightarrow v = x.$ | |
| | $\therefore \int \log_e x \, dx = x \log_e x - \int x \left(\frac{1}{x} \right) dx = x \log_e x - \int dx = x \log_e x - x + C.$ | |

Botúin (-3)

- B1 Dífreáil nó suimeáil mhícheart
- B2 Foirmle mhícheart “codanna”

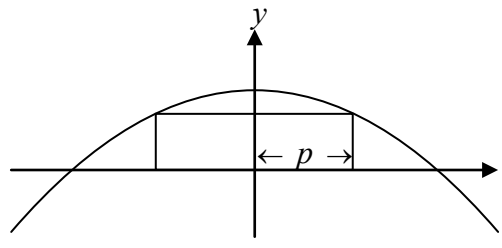
Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta
- S2 Fágtar tairiseach na suimeála ar lár

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Sannadh ceart amháin chuig foirmle na gcodanna
- A2 Dífreáil nó suimeáil cheart

| | | |
|-----------------|------------------------|-------------------|
| Cuid (b) | 20 (5, 15) marc | Iarr (-,5) |
|-----------------|------------------------|-------------------|

| | |
|--|--|
| 8 (b) Inscríobhtar dronuilleog idir an cuar $y = 9 - x^2$ agus an x -ais, mar a thaispeántar. |  |
| (i) Scríobh slonn i dtéarmaí p le haghaidh achar na dronuilleoige. | |
| (ii) Uaidh sin, ríomh achar na dronuilleoige is mó a d'fhéadfaí a fháil | |

| | | |
|----------------|----------------|-----------------------|
| (b) (i) | 5 mharc | Aimsiú/Iomrall |
|----------------|----------------|-----------------------|

| | | |
|------------------|--|--|
| 8 (b) (i) | Tá fad na dronuilleoige = $2p$ agus tá a leithead = $9 - p^2$. Achar na dronuilleoige = $A = 2p(9 - p^2) = 18p - 2p^3$. | |
|------------------|--|--|

(b) (ii)

15 mharc

Iarr 5

8 (b) (ii)

$$\therefore \frac{dA}{dp} = 18 - 6p^2. \text{ Don uasmhéid, } \frac{dA}{dp} = 0 \Rightarrow 18 - 6p^2 = 0 \Rightarrow p = \sqrt{3}.$$

$$\frac{d^2A}{dp^2} = -12p < 0 \text{ for } p = \sqrt{3}.$$

$$\therefore A = 18\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ is ea an dronuilleog is mó a d'fhéadfaí a fháil.}$$

* Le nótáil: Más rud é nach bhfaigheann iarrthóir marc ar bith in (b)(i), ansin, ní féidir aon mharcanna a fháil in (b)(ii).

Iarracht (5 mharc)

A1 Dífreáil cheart

Cuid (c)

20 (10, 5, 5) marc

Iarr (3, -, -)

8 (c) (i)

(c) (i) Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \cos x$, suas chomh fada

leis an téarma a chuimsíonn x^6 , agus an téarma sin san áireamh.

(ii) Uaidh sin, agus tú ag úsáid an ionannais $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$, taispeáin gurb iad $x^2 - \frac{x^4}{3} + \frac{2x^6}{45}$ na chéad trí théarma neamhnialasacha den tsraith Maclaurin le haghaidh $\sin^2 x$.

(iii) Bain feidhm as na téarmaí sin chun meastachán a fháil ar $\sin^2\left(\frac{1}{2}\right)$, mar chodán

Cuid (c) (i)

10 marc

Iarr 3

8 (c) (i)

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)x}{1!} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{iv}(0)x^4}{4!} + \dots$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f(0) = \cos 0 = 1.$$

$$f'(x) = -\sin x \Rightarrow f'(0) = -\sin 0 = 0.$$

$$f''(x) = -\cos x \Rightarrow f''(0) = -\cos 0 = -1.$$

$$f'''(x) = \sin x \Rightarrow f'''(0) = \sin 0 = 0.$$

$$f^{iv}(x) = \cos x \Rightarrow f^{iv}(0) = \cos 0 = 1.$$

$$f^v(x) = -\sin x \Rightarrow f^v(0) = -\sin 0 = 0.$$

$$f^{vi}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{vi}(0) = -\cos 0 = -1.$$

$$\therefore f(x) = \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Botúin (-3)

B1 Dífreáil mhícheart

B2 Luacháil mhícheart ar $f^{(n)}(0)$

B3 Ní dhíorthaítear gach téarma

B4 Earráid i sraith Maclaurin

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Tugtar forbairt cheart le haghaidh $\cos x$ ach ní dhíorthaítear é

A2 $f(0)$ ceart

A3 Dífreáil cheart

A4 Tá aon téarma áirithe ceart

(c) (ii)

5 mharc

Aimsiú/Iomrall

(c) (ii)

$$\text{Trí chuid (i), } \cos 2x = 1 - \frac{4x^2}{2} + \frac{16x^4}{24} - \frac{64x^6}{720} = 1 - 2x^2 + \frac{2x^4}{3} - \frac{4x^6}{45}.$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) = \frac{1}{2} \left(1 - \left(1 - 2x^2 + \frac{2x^4}{3} - \frac{4x^6}{45} \right) \right) = x^2 - \frac{x^4}{3} + \frac{2x^6}{45}.$$

(c) (iii)

5 mharc

Aimsiú/Iomrall

8 (c) (iii)

$$\sin^2\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{3} + \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)^6}{45} = \frac{1}{4} - \frac{1}{48} + \frac{1}{1440} = \frac{360 - 30 + 1}{1440} = \frac{331}{1440}.$$

CEIST 9

| | | |
|-----------------|-----------------------------|--------------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
| Cuid (c) | 20 (5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2) |

| | | |
|-----------------|----------------|---------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|-----------------|----------------|---------------|

| |
|---|
| 9 (a) |
| (a) Athróg randamach is ea Z faoi dháileadh normalach caighdeánach. Faigh $P(-1 < Z \leq 1)$. |

| | | |
|------------|----------------|---------------|
| (a) | 10 marc | Iarr 3 |
|------------|----------------|---------------|

| |
|---|
| 9 (a) |
| $P(-1 < Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - [1 - P(Z \leq 1)] = 2(0.8413) - 1 = 0.6826$ |

nó

| |
|--|
| 9 (a) |
| $P(-1 < Z \leq 1) = 2(P(Z \leq 1) - P(Z \leq 0)) = 2(0.8413 - 0.5) = 0.6826$ |

Botúin (-3)

B1 Tá $P(z \leq 1)$ mícheart nó tá $P(Z \leq 0)$ mícheart

B2 Déantar $P(-1 < Z)$ a mhíláimhseáil

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta.

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Tá $P(z \leq 1)$ ceart.

| | | |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|
| Cuid (b) | 20 (5, 5, 10) marc | Iarr (2, 2, 3) |
|-----------------|---------------------------|-----------------------|

9 (b) Is é atá i dtríail ná fiche ceist ilroghnach. Tá ceithre fhreagra fhéideartha ar gach ceist, agus níl ach ceann amháin acu ceart. Cinneann Seán buille faoi thuairim fánach a thabhairt ar gach ceist díobh. Faigh an dóchúlacht:

- (i) nach mbeidh freagra ar bith ceart ag Seán
 - (ii) go mbeidh cúig cinn díreach de na freagraí ceart ag Seán
 - (iii) go mbeidh ceithre cinn nó cúig cinn nó sé cinn de na freagraí ceart ag Seán.
- Bíodh gach ceann de na freagraí agat ceart go dtí trí ionad dheachúlacha

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| (b) (i) | 5 mharc | Iarr 2 |
|----------------|----------------|---------------|

| |
|--|
| 9 (b) (i) |
| $p = \frac{1}{4}, q = \frac{3}{4}.$ |
| $\text{Dóchúlacht (ceann ar bith ceart)} = \left(\frac{3}{4}\right)^{20} = 0.003.$ |

Botúin (-3)

- B1 p nó q mícheart
- B2 Earráid déthéarmaigh
- B3 Níl an freagra san fhoirm riachtanach

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta
- S2 Ní thugtar an freagra go dtí dhá ionad dheachúla

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 p nó q ceart

(b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

9 (b) (ii)

$$\text{Dóchúlacht (cúig cinn go díreach ceart)} = {}^{20}C_5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^{15} = 0 \cdot 202.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid déthéarmaigh
- B2 Níl an freagra i bhfoirm dheachúlach

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta
- S2 Ní thugtar an freagra go dtí trí ionad dheachúlacha

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 Déantar ${}^{20}C_5$ a úsáid nó tá sé intuigthe

(b) (iii)

10 marc

Iarr 3

9 (b) (iii)

Dóchúlacht (ceithre cinn, cúig cinn nó sé cinn) =

$${}^{20}C_4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^{16} + {}^{20}C_5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^{15} + {}^{20}C_6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \left(\frac{3}{4}\right)^{14} \\ = 0 \cdot 1896 + 0 \cdot 2023 + 0 \cdot 1686 = 0 \cdot 5605 = 0 \cdot 561$$

Botúin (-3)

- B1 Fágтар gach téarma ar lár
- B2 Earráid déthéarmaigh
- B3 Níl an freagra i bhfoirm dheachúlach
- B4 Déantar cothromú ag céim róluath

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Iarracht cheart maidir le ceithre cinn nó sé cinn

9 (c)

(c) Táirgtear muifíní i mbácús. Roghnaítear sampla randamach de 50 muifín agus meáítear iad.

Is é 80 gram meánmheáchan an tsampla agus is é 6 ghram an diall caighdeánach.

Déan eatramh muiníne 95% do mheánmheáchan na muifíní a tháirgtear sa bhácús.

(c) S E ceart

5 mharc

Iarr 2

Défhoircneach

5 mharc

Iarr 2

Meán + 1.96 SE

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

9 (c)

$$\bar{x} = 80, \sigma = 6 \text{ and } n = 50.$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{50}} = \frac{6}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{5}.$$

Is é atá san eatramh muiníne ná

$$[\bar{x} - 1.96(\sigma_{\bar{x}}), \bar{x} + 1.96(\sigma_{\bar{x}})]$$

$$= \left[80 - 1.96 \left(\frac{3\sqrt{2}}{5} \right), 80 + 1.96 \left(\frac{3\sqrt{2}}{5} \right) \right] = [78.3, 81.6] \text{ gram.}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid in earráid chaighdeánach an mheáin

B2 Earráid ó na táblaí.

B3 Ní shimplítear an freagra.

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta.

Iarrachtaí (2, 2, 2, 2 mharc)

A1 Earráid chaighdeánach sa mheán mar aon le roinnt ionadú.

A2 Ionadú neamhiomlán.

CEIST 10

| | | |
|-----------------|---|--------------------------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
| Cuid (b) | 40 (5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5) marc | Iarr (2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2) |

| | | |
|-----------------|-----------------------|--------------------|
| Cuid (a) | 10 (5, 5) marc | Iarr (2, 2) |
|-----------------|-----------------------|--------------------|

10 (a) Sainítear an oibríocht dhénártha $*$ le $x * y = x + y - xy$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- (i) Faigh an ball ionannais.
- (ii) Sloinn x^{-1} , inbhéarta x , i dtéarmaí x .

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| (a) (i) | 5 mharc | Iarr 2 |
|----------------|----------------|---------------|

10 (a) (i)

$$x * e = x + e - xe = x \Rightarrow e(1-x) = 0 \Rightarrow e = 0.$$

Botúin (-3)

B1 $x * e$ mícheart

B2 $e - xe = 0$ agus stopann sé/sí

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 $x * e$

A2 $x * e = x + e - xe$

10 (a) (ii) $x * x^{-1} = e \Rightarrow x + x^{-1} - xx^{-1} = 0.$

$$\therefore x^{-1}(1-x) = -x \Rightarrow x^{-1} = \frac{x}{x-1}, \text{ (ar choinníoll go bhfuil } x \neq 1).$$

Botúin (-3)

B1 $x * x^{-1}$ mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 $x * x^{-1}$ ceart agus stopann sé/sí

A2 $x * x^{-1} = 0$

10 (b) (i)

(b) Is é G tacar iomalartuithe $\{1, 2, 3\}$ agus is iad seo a leanas na sé bhall de G :

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$d = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Is grúpa é (G, \circ) , áit a gciallaíonn \circ comhshuíomh.

- (i) Scríobh síos b^{-1} agus d^{-1} , inbhéarta b agus inbhéarta d , faoi seach.
(ii) Fíoraigh go bhfuil $(b \circ d)^{-1} = d^{-1} \circ b^{-1}$.
(iii) Scríobh síos na foghrúpaí ag (G, \circ) , arb ord dóibh 2.
(iv) Is é K an foghrúpa d'ord 3 ag (G, \circ) . Liostaigh baill K .

(b) (i) b^{-1}
 d^{-1}

5 mharc

Iarr 2

5 mharc

Iarr 2

10 (b) (i)

$$b^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad d^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Botúin (-3)

B1 Eilimint mhícheart (uasmhéid 2)

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Tá an t-iomalartú neamhiomlán

A2 Tá eilimint amháin ceart mar aon le heilimint eile athluaite

(b) (ii) Comhshuíomh amháin ceart
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

10 (b) (ii)

$$(b \circ d)^{-1} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right]^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$d^{-1} \circ b^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (b \circ d)^{-1}$$

Botúin (-3)

B1 Eilimint mhícheart (uasmhéid 2)

B2 $d \circ b$ 'ceart' in ionad $b \circ d$

B2 Conclúid mhícheart nó gan aon conclúid a bheith intuigthe

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2,2 mharc)

A1 Tá an t-iomalartú neamhiomlán

A2 Tá eilimint amháin ceart mar aon le heilimint eile athluaite

(b) (iii)

5 mharc

Iarr 2

| | |
|---------------------|---|
| 10 (b) (iii) | Tá $\{a, b\}$, $\{a, d\}$, $\{a, g\}$ ina bhfoghrúpaí d'ord a dó. |
|---------------------|---|

Botúin (-3)

B1 Fághtar foghrúpa ar lár.

B2 Foghrúpa mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Foghrúpa ceart amháin

(b) (iv)

5 mharc

Iarr 2

| | |
|--------------------|---|
| 10 (b) (iv) | Tá $K = \{a, c, f\}$ ina fhoghrúpa d'ord a trí. |
|--------------------|---|

Botúin (-3)

B1 Eilimint mhícheart amháin (seachas céannacht)

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2 mharc)

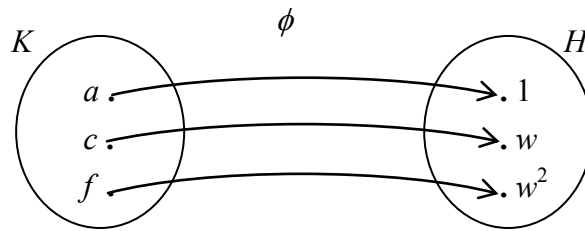
A1 $\{a, b, d\}$

Gan fiúntas (0)

W1 $\{b, d, g\}$

W2 Níl aon eilimint chéannachta ann

10 (b) (v)



Is ionann a agus 1 agus céannachtaí (K, \circ) agus (H, \times) faoi seach.

$$\phi(c \circ c) = \phi(f) = w^2 \text{ agus } \phi(c) \times \phi(c) = w \times w = w^2.$$

$$\phi(f \circ f) = \phi(c) = w \text{ agus } \phi(f) \times \phi(f) = w^2 \times w^2 = w^4 = w.$$

$$\phi(c \circ f) = \phi(a) = 1 \text{ agus } \phi(c) \times \phi(f) = w \times w^2 = w^3 = 1.$$

$$\phi(f \circ c) = \phi(a) = 1 \text{ agus } \phi(f) \times \phi(c) = w^2 \times w = w^3 = 1.$$

$$\phi(a \circ a) = \phi(a) = 1 \text{ agus } \phi(a) \times \phi(a) = 1 \times 1 = 1$$

$$\phi(a \circ c) = \phi(c) = w \text{ agus } \phi(a) \times \phi(c) = w$$

$$\phi(a \circ f) = \phi(f) = w^2 \text{ agus } \phi(a) \times \phi(f) = w^2$$

$$\phi(c \circ a) = \phi(c) = w \text{ agus } \phi(c) \times \phi(a) = w$$

$$\phi(f \circ a) = \phi(f) = w^2 \text{ agus } \phi(f) \times \phi(a) = w^2$$

\therefore Iseamorfacht.

Modh Malartach:

Is é atá in K ná grúpa cioglach ag a bhfuil gineadóir c .

$$K: \{a, f, c\} \rightarrow \{c^3, c, c^2\}$$

Is é atá in H ná grúpa cioglach ag a bhfuil gineadóir w .

$$\text{Iseamorfacht: } c^3 \leftrightarrow 1 (\text{or } w^3), c \leftrightarrow w, c^2 \leftrightarrow w^2$$

Justification:

Grúpaí cioglacha den ord céanna iad K agus H araon (ord 3)

\Rightarrow tá K agus H iseamorfach, faoi aon fheidhm trína mapáiltear gineadóir go gineadóir agus go cumhachtaí comhfhreagracha dá réir sin, mar a dhéantar sa chás seo.

nó (míniú malartach)

Teoirim: Tá aon ghrúpa cioglach den ord n iseamorfach i leith an ghrúpa n ú fréamhacha casta aontachta

Is é K an grúpa cioglach den ord 3, agus is é H an grúpa fréamhacha ciúbacha aontachta \Rightarrow tá K agus H iseamorfach faoin bhfeidhm seo

* Má úsáidtear na modhanna malartacha thuas, ní leor a thaispeáint go bhfuil na grúpaí iseamorfach; ní mór iseamorfacht a thabhairt freisin

Botúin (-3)

B1 Tábla Cayley ach ní bhunaítear na naisc

B2 Údar neamhiomlán

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (2,2 mharc)

A1 Níl ann ach céannachtaí naisc

A2 Luaitear ord grúpaí.

CEIST 11

| | | |
|-----------------|-------------------------|--------------------|
| Cuid (a) | 10 marc | Iarr 3 |
| Cuid (b) | 20 (10, 10) marc | Iarr (3, 3) |
| Cuid (c) | 20 (10, 10) marc | Iarr (3, 3) |

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

11 (a)

- (a) Éilips ar lárphointe dó $(0, 0)$, is é is éalárnacht dó ná $\frac{4}{5}$ agus tá an mhór-ais ann 2 aonad ar fad. Faigh a chothromóid.

(a) **10 marc** **Iarr 3**

11 (a)

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1. \quad b^2 = a^2(1 - e^2) \Rightarrow b^2 = 1\left(1 - \frac{16}{25}\right) \Rightarrow b^2 = \frac{9}{25}.$$

$$\text{Ellipse: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{25y^2}{9} = 1.$$

Botúin (-3)

B1 a mícheart

B2 Ríomhtar b^2 , ach ní fhaightear an chothromóid

B3 Earráid maidir leis an gcothromóid a fhoirmiú

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $a = 1$

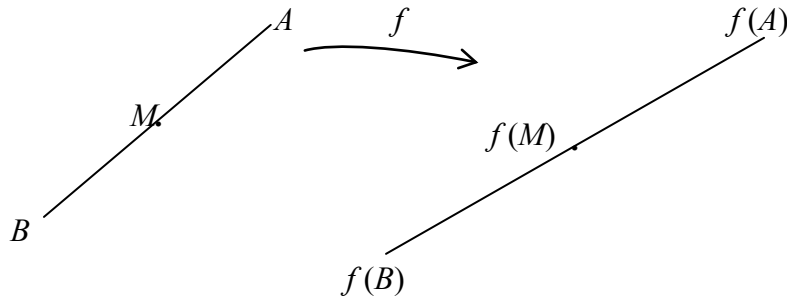
A2 Roinnt ionadú isteach san fhoirmle b^2

Cuid (b) **20 (10, 10) marc** **Iarr (3, 3)**

11 (b) (i)

- (b) Is claochlú fineach é f . Is é M lárphointe na mírlíne $[AB]$.
- (i) Taispeáin gurb é $f(M)$ lárphointe na mírlíne $[f(A)f(B)]$.
- (ii) Is é G meánlár an triantáin ABC .
Taispeáin gurb é $f(G)$ meánlár an triantáin $f(A)f(B)f(C)$.

11 (b) (ii)



Tá M ar $AB \Rightarrow$ Tá $f(M)$ ar $f(AB)$.

Is é M lárphointe $[AB] \Rightarrow |AM| : |MB| = 1 : 1$.

Is do-athraitheach fineach é cóimheas na bhfad ar línte comhthreomhara.

Ach tá AM comhthreomhar le $MB \Rightarrow \frac{|f(A)f(M)|}{|f(M)f(B)|} = \frac{|AM|}{|MB|} = \frac{1}{1}$

\Rightarrow is é $f(M)$ lárphointe $[f(A)f(B)]$.

nó

Is é f an claochlú fineach de chineál a fhágann go bhfuil $(x, y) \rightarrow (x^1, y^1)$ ionas go bhfuil $x^1 = ax + by + k$ agus $y^1 = cx + dy + h$, $a, b, c, d, k, h \in R$ agus $ad - bc \neq 0$

Bíodh (x_1, y_1) and (x_2, y_2) ina gcomhordanáidí le haghaidh A agus B .

$f(A) = (ax_1 + by_1 + k, cx_1 + dy_1 + h)$ agus $f(B) = (ax_2 + by_2 + k, cx_2 + dy_2 + h)$

Lárphointe $[f(A)f(B)] = \left(\frac{a(x_1 + x_2) + b(y_1 + y_2) + 2k}{2}, \frac{c(x_1 + x_2) + d(y_1 + y_2) + 2h}{2} \right)$.

Ach is é atá in M , (lárphointe $[AB]$), ná $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$.

$$\begin{aligned} \therefore f(M) &= \left(a \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) + b \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) + k, c \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) + d \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) + h \right) \\ &= \left(\frac{a(x_1 + x_2) + b(y_1 + y_2) + 2k}{2}, \frac{c(x_1 + x_2) + d(y_1 + y_2) + 2h}{2} \right) \\ &= \text{lárphointe } [f(A)f(B)]. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Ní bhunaítear gaolmhaireacht idir M agus foircinn mhírlíne A agus B

B2 Ní bhunaítear gaolmhaireacht idir fad na mírlíne agus a híomhá faoi f

B3 Conclúid mhícheart

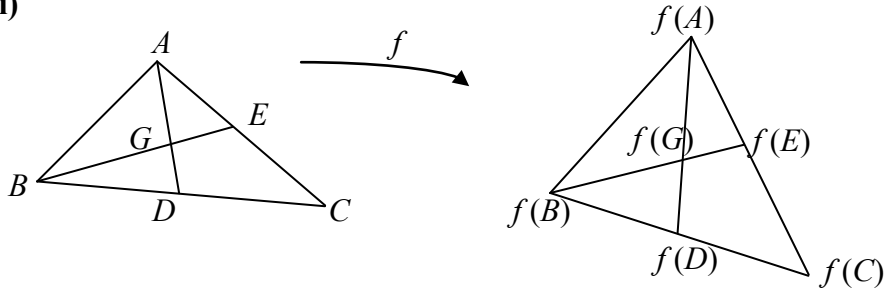
Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Tá roinnt mapála ábhartha ann

11 (b) (ii)



Lárphointí $[BC]$ agus $[AC]$ is ea D agus E faoi seach \Rightarrow meánlár ΔABC is ea G

Faoi f , mapálann $[AD]$ agus $[BE]$ chuig $[f(A)f(D)]$ agus $[f(B)f(E)]$ faoi seach.

Ach is do-athraitheach fineach é an lárphointe,

\Rightarrow is iad $f(D)$ agus $f(E)$ lárphointí $[f(B)f(C)]$ agus $[f(A)f(C)]$ faoi seach.

\therefore Is é $[f(A)f(D)] \cap [f(B)f(E)] = f(G)$ meánlár $\Delta f(A)f(B)f(C)$.

Botúin (-3)

B1 Ní shainítear an meánlár

B2 Ní luaitear do-athraitheach lárphointe

B3 Ní luaitear gur meánlár é $f(G)$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Tá roinnt mapála ábhartha ann

11 (c) Is í $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ cothromóid an éilips e .

Is trastomhais ag an éilips iad $[PQ]$ agus $[RS]$,
áit arb é P an pointe $(8, 3)$ agus arb é R an pointe $(6, -4)$.

- (i) Bain úsáid as claochlú go dtí an t-aonadchiorcal nó uaidh, nó ar shlí eile, agus taispeáin go bhfuil na trastomhais $[PQ]$ agus $[RS]$ comhchuingeach lena chéile.
- (ii) Faigh achar an chomhthreomharáin a imscríobhann an t-éilips ag na pointí P, S, Q , agus R .

(c) (i)

10 marc

Iarr 3

11 (c) (i)

Is é f claochlú $(x, y) \rightarrow (x', y')$ where $x' = \frac{x}{10}$, $y' = \frac{y}{5}$. Dá bhrí sin, $x = 10x'$, $y = 5y'$

$$\therefore f(e): \frac{100x'^2}{100} + \frac{25y'^2}{25} = 1 \Rightarrow x'^2 + y'^2 = 1.$$

Chomh maith leis sin, tá $f(P) = \left(\frac{8}{10}, \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, $f(R) = \left(\frac{6}{10}, \frac{-4}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$.

Chomh maith leis sin, tá $f(0, 0) = (0, 0)$.

$$\text{Fána } f(P)f(Q) = \frac{\frac{3}{5} - 0}{\frac{4}{5} - 0} = \frac{3}{4} \text{ agus fána } f(R)f(S) = \frac{\frac{-4}{5} - 0}{\frac{3}{5} - 0} = \frac{-4}{3}.$$

Ach $\frac{3}{4} \times \frac{-4}{3} = -1 \Rightarrow$ is trastomhais chomhchuingeacha sa chiorcal iad

$[f(P)f(Q)]$ agus $[f(R)f(S)]$

\therefore is trastomhais chomhchuingeacha iad $[PQ]$ agus $[RS]$ san éilips.

Botúin (-3)

- B1 Earráid in íomhá na gcomhordanáidí faoi chlaochlú
 B2 Earráid le linn ionadú a dhéanamh isteach i bhfoirmle na fána
 B3 Níl thugtar údar maith leis an gconclúid nó conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Tá íomhá pointe amháin ceart
 A2 Tá x^1 nó a leithéid ceart

11 (c) (ii)

Is é atá in achar na cearnóige a imscríobhann an ciorcal ag na pointí $f(P), f(S), f(Q), f(R)$ ná $4r^2 = 4$ aonad cearnach

Achar an chomhthreomharáin $PSQR$

$$= |\det f^{-1}| (\text{Achar na cearnóige } f(P)f(S)f(Q)f(R))$$

$$= 50 \times 4 = 200 \text{ aonad cearnach.}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le achar na cearnóige a bhunú

B2 Earráid in $\det f^{-1}$

B3 Freagra neamhiomlán

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochta

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Achar na cearnóige $4r^2$ agus stopann sé/sí

MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE

Ba chóir marcanna de réir an ghnáthráta a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don pháipéar. Ba chóir freisin an marc bónais sin a shlánú **síos**.

Déantar an cinneadh agus an ríomhaireacht faoin marc bónais i gcás gach páipéir ar leithligh.

Is é 5% an ghnáthráta agus is é 300 iomlán na marcanna don pháipéar. Mar sin, bain úsáid as an ghnáthráta 5% i gcás iarrthóirí a ghnóthaíonn 225 marc nó níos lú, e.g. $198 \text{ marc} \times 5\% = 9.9 \Rightarrow \text{bónas} = 9 \text{ marc}$.

Má ghnóthaíonn an t-iarrthóir níos mó ná 225 marc, ríomhtar an bónas de réir na foirmle $[300 - \text{bunmharc}] \times 15\%$, agus an marc bónais sin a shlánú **síos**. In ionad an ríomhaireacht sin a dhéanamh, is féidir úsáid a bhaint as an tábla thíos.

| Bunmharc | Marc Bónais |
|-----------|-------------|
| 226 | 11 |
| 227 – 233 | 10 |
| 234 – 240 | 9 |
| 241 – 246 | 8 |
| 247 – 253 | 7 |
| 254 – 260 | 6 |
| 261 – 266 | 5 |
| 267 – 273 | 4 |
| 274 – 280 | 3 |
| 281 – 286 | 2 |
| 287 – 293 | 1 |
| 294 – 300 | 0 |

