



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2010

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 (300 marc)

DÉ hAOINE, 11 MEITHEAMH – TRÁTHNÓNA, 2:00 go dtí 4:30

Freagair SÉ CHEIST (50 marc an ceann).

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chúí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

1. (a) Tá $x^2 - 6x + t = (x + k)^2$, áit ar tairisigh iad t agus k .
Faigh luach k agus luach t .
- (b) Ag glacadh leis gur réaduimhir í p , cruthaigh go bhfuil fréamhacha réadacha ag an gcothromóid $x^2 - 4px - x + 2p = 0$.
- (c) Fachtóirí is ea $(x - 2)$ agus $(x + 1)$ de $x^3 + bx^2 + cx + d$.
- (i) Sloinn c i dtéarmaí b .
- (ii) Sloinn d i dtéarmaí b .
- (iii) Ag glacadh leis gur trí théarma leantacha iad b, c agus d i seicheamh comhbhreise, faigh a luachanna.

2. (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 0 \\ x + y + z &= 0 \\ 3x + 2y - 4z &= 9. \end{aligned}$$

- (b) Is iad α^2 agus β^2 fréamhacha na cothromóide $x^2 - 12x + 16 = 0$, áit a bhfuil $\alpha > 0$ agus $\beta > 0$.
- (i) Faigh luach $\alpha\beta$.
- (ii) Uaidh sin, faigh luach $\alpha + \beta$.
- (c) (i) Cruthaigh i gcás gach réaduimhir a agus b go bhfuil

$$a^2 - ab + b^2 \geq ab.$$

- (ii) Bíodh a agus b ina réaduimhreacha neamhniolasacha sa chaoi go bhfuil $a + b \geq 0$.

Taispeáin go bhfuil $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

3. (a) Faigh x agus y sa chaoi go bhfuil

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \end{pmatrix}.$$

(b) Bíodh $z_1 = s + 8i$ agus $z_2 = t + 8i$, áit a bhfuil $s \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$, agus $i^2 = -1$.

(i) Ag glacadh leis go bhfuil $|z_1| = 10$, faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar s .

(ii) Ag glacadh leis go bhfuil $\arg(z_2) = \frac{3\pi}{4}$, faigh luach t .

(c) (i) Bain úsáid as teoirim De Moivre chun na cúig fhréamh den chothromóid

$$z^5 = 1$$

a fháil san fhoirm pholach.

(ii) Roghnaigh w , ceann amháin de na fréamhacha, áit $w \neq 1$.
Cruthaigh go bhfuil $w^2 + w^3$ réadach.

4. (a) Scríobh an deachúil athfhillteach $0.474747\dots$ mar shraith iolraíoch éigríochta agus uaidh sin scríobh mar chodán í.

(b) I seicheamh comhbhreise, is é -18 an cúigiú téarma agus is é 12 an deichiú téarma.

(i) Faigh an chéad téarma agus an chomhbheis.

(ii) Faigh suim na chéad chúig théarma déag den seicheamh.

(c) (i) Taispeáin go bhfuil $(r+1)^3 - (r-1)^3 = 6r^2 + 2$.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh go bhfuil $\sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

(iii) Faigh $\sum_{r=1}^{30} (3r^2 + 1)$.

5. (a) Réitigh an chothromóid: $\log_2(x+6) - \log_2(x+2) = 1$.

(b) Bain úsáid as ionduchtú chun a chruthú go bhfuil

$$2 + (2 \times 3) + (2 \times 3^2) + (2 \times 3^3) + \dots + (2 \times 3^{n-1}) = 3^n - 1,$$

áit ar slánuimhir dheimhneach í n .

(c) (i) Déan $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ agus $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$ a fhorbairt.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh luach $x^4 + \frac{1}{x^4}$, ag glacadh le $x + \frac{1}{x} = 3$.

6. (a) Níl ach fréamh réadach amháin ag an gcothromóid $x^3 + x^2 - 4 = 0$.

Ag glacadh le $x_1 = \frac{3}{2}$ mar an chéad mheastachán ar an bhfréamh, bain úsáid as modh Newton-Raphson chun x_2 , an dara meastachán, a fháil.

(b) Is cothromóidí paraiméadracha cuair iad seo thíos:

$$x = \frac{2t-1}{t+2}, \quad y = \frac{t}{t+2}, \quad \text{áit a bhfuil } t \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$$

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$.

(ii) Cad a chuireann do fhreagra ar chuid (i) in iúl duit i dtaobh chruth an ghraif?

(c) Déantar cuar a shainiú leis an gcothromóid $x^2y^3 + 4x + 2y = 12$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

(ii) An tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe $(0, 6)$, taispeáin go bhfuil sé ina thadhlaí leis an gcuar ag an bpointe $(3, 0)$ freisin.

7. (a) Dífreáil x^2 i leith x ó bhunphrionsabail.

(b) Bíodh $y = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$.

(ii) Taispeáin go bhfuil $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$.

(c) Sainítear an fheidhm $f(x) = (1+x)\log_e(1+x)$ le haghaidh $x > -1$.

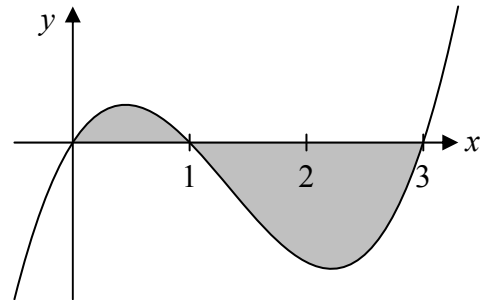
(i) Taispeáin go bhfuil pointe casaidh ag an gcuair $y = f(x)$ ag $\left(\frac{1-e}{e}, -\frac{1}{e}\right)$.

(ii) Déan amach cé acu uasphointe logánta nó íospointe logánta é an pointe casaidh.

8. (a) Faigh $\int (\sin 2x + e^{4x}) dx$.

(b) Trasnaíonn an cuair $y = 12x^3 - 48x^2 + 36x$ an x -ais ag $x = 0$, $x = 1$ agus ag $x = 3$, mar a thaispeántar.

Ríomh achar iomlán na réigiún scáthaithe atá iata ag an gcuair agus ag an x -ais.



(c) (i) Faigh, i dtéarmaí a agus b ,

$$I = \int_a^b \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx.$$

(ii) Faigh, i dtéarmaí a agus b ,

$$J = \int_a^b \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx.$$

(iii) Má tá $a + b = \frac{\pi}{2}$, taispeáin ansin go bhfuil $I = J$.

Leathanach Bán

Leathanach Bán

Leathanach Bán