



# Coimisiún na Scrúduithe Stáit

## SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2010

---

### MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 ( 300 marc )

---

Dé Luain, 14 Meitheamh – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

---

Freagair **CÚIG** ceist as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **Roinn B**.  
Gabhann 50 marc le gach ceist.

---

**RABHADH:** Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir  
an obair riachtanach go léir.

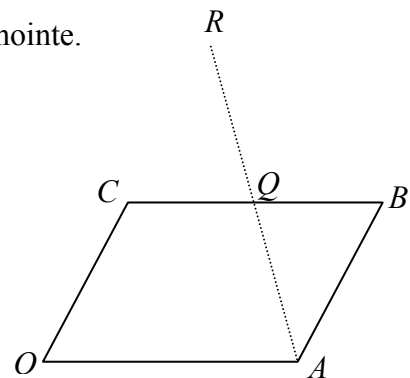
Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí  
nuair is ábhartha iad.

---

**ROINN A**  
**Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.**

---

1. (a) Gabhann ciorcal ar lárphointe dó  $(3, -4)$  tríd an bpointe  $(7, -3)$ .  
Faigh cothromóid an chiorcail.
- (b) (i) Faigh lárphointe agus ga an chiorcail  $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0$ .
- (ii) Tá an líne  $3x + 4y + k = 0$  ina tadhlaí leis an gciorcal  $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 32 = 0$ .  
Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar  $k$ .
- (c) Tá an líne  $y = 2x$  ina tadhlaí le ciorcal ag an bpointe  $(2, 4)$ . Gabhann an ciorcal tríd an bpointe  $(4, -2)$ , freisin. Faigh cothromóid an chiorcail.
2. (a) Pointí is ea  $A, B$  agus  $C$  agus is é  $O$  an bunphointe.  
 $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} - 6\vec{j}$ , agus  $\vec{AC} = \vec{OB}$ .  
Sloinn  $\vec{c}$  i dtéarmaí  $\vec{i}$  agus  $\vec{j}$ .
- (b) Tá  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$  agus  $\vec{v} = -\vec{i} + k\vec{j}$ , áit a bhfuil  $k \in \mathbb{R}$ .
- (i) Sloinn  $|\vec{v}|$  agus  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  i dtéarmaí  $k$ .
- (ii) Ag glacadh leis go bhfuil  $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ , áit arb í  $\theta$  an uillinn idir  $\vec{u}$  agus  $\vec{v}$ ,  
faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar  $k$ .
- (c) Comhthreomharán is ea  $OABC$ , áit arb é  $O$  an bunphointe.  
Is é  $Q$  lárphointe  $[BC]$ .  
Déantar  $[AQ]$  a leanúint go dtí  $R$ ,  
sa chaoi go bhfuil  $|AQ| = |QR|$ .
- (i) Sloinn  $\vec{q}$  i dtéarmaí  $\vec{a}$  agus  $\vec{c}$ .
- (ii) Sloinn  $\vec{AQ}$  i dtéarmaí  $\vec{a}$  agus  $\vec{c}$ .
- (iii) Taispeáin go bhfuil na pointí  $O, C$  agus  $R$  comhlíneach.

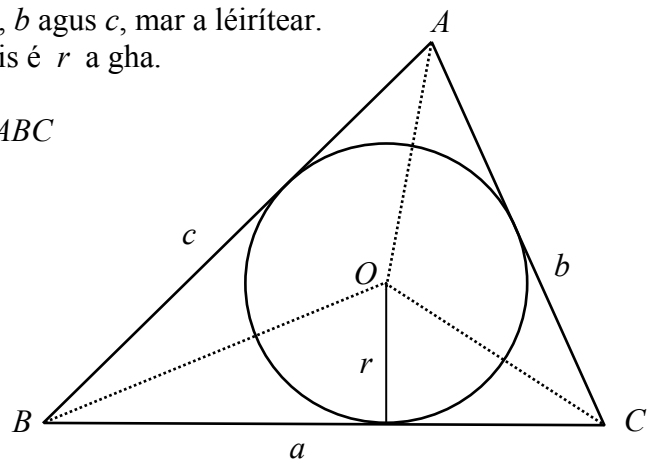


3. (a) Tá an líne  $3x + 4y - 7 = 0$  ingearach leis an líne  $ax - 6y - 1 = 0$ .  
Faigh luach  $a$ .
- (b) (i) Trasnaíonn an líne  $4x - 5y + k = 0$  an  $x$ -ais ag  $P$  agus an  $y$ -ais ag  $Q$ .  
Scríobh síos comhordanáidí  $P$  agus  $Q$  i dtéarmaí  $k$ .
- (ii) Tá achar 10 n-aonad chearnacha sa triantán  $OPQ$ , áit arb é  $O$  an bunphointe.  
Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar  $k$ .
- (c) Is é  $f$  an claochlú  $(x, y) \rightarrow (x', y')$ , áit a bhfuil  $x' = x + y$  agus  $y' = x - y$ .  
Is é  $y = mx + c$  cothromóid na líne  $l$ .
- (i) Faigh cothromóid  $f(l)$ , íomhá  $l$  faoi  $f$ .
- (ii) Faigh luach(anna)  $m$  ar fíor ina leith go ndéanann  $f(l)$  uillinn  $45^\circ$  le  $l$ .

4. (a) Tá achar  $20 \text{ cm}^2$  sa triantán  $PQR$ . Tá  $|PQ| = 10 \text{ cm}$  agus  $|PR| = 8 \text{ cm}$ .  
Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar  $|\angle QPR|$ .
- (b) Faigh gach uile réiteach atá ar an gcothromóid  $\cos 2x = \cos x$  san fhearann  
 $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

- (c) Triantán is ea  $ABC$  ar fad sleasa dó  $a, b$  agus  $c$ , mar a léirítear.  
Is é  $O$  lárphointe an inchiorcail agus is é  $r$  a gha.

- (i) Taispeáin gurb ionann achar  $\Delta ABC$   
agus  $\frac{1}{2}r(a+b+c)$ .

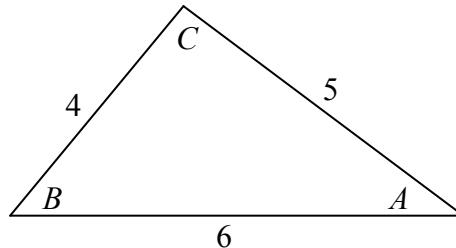


- (ii) Tá sleasa triantáin  $a = p^2 + q^2$ ,  $b = p^2 - q^2$  agus  $c = 2pq$  ar fad, áit arb uimhreacha aiceanta iad  $p$  agus  $q$  sa chaoi go bhfuil  $p > q$ . Taispeáin gur triantán dronuilleach é an triantán seo.

- (iii) Taispeáin gur slánuimhir í ga inchiorcail an triantáin i gcuid (ii).

5. (a) Ag glacadh le  $\tan \theta = \frac{1}{3}$ , taispeáin go bhfuil  $\tan 2\theta = \frac{3}{4}$ .

(b) Tá sleasa triantáin 4, 5 agus 6 ar fad.  
Is iad  $A, B$  agus  $C$  na huillinneacha sa triantán, mar atá sa léaráid.



(i) Bain úsáid as riail an chomhshínis agus taispeáin go bhfuil  $\cos A + \cos C = \frac{7}{8}$ .

(ii) Taispeáin go bhfuil  $\cos(A + C) = -\frac{9}{16}$ .

(c) (i) Taispeáin go bhfuil  $(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B)^2 = 2 + 2\cos(A - B)$ .

(ii) Uaidh sin, réitigh an chothromóid

$$(\cos 4x + \cos x)^2 + (\sin 4x + \sin x)^2 = 2 + 2\sqrt{3}\sin 3x$$

san fhearann  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

6. (a) I mála amháin tá ceithre dhiosca dhearga agus sé dhiosca ghorma.  
I mála eile tá cúig dhiosca dhearga agus seacht ndiosca bhuí.  
Roghnaítear diosca amháin as gach mála araon.  
Cad é an dóchúlacht go bhfuil an dá dhiosca sin dearg?

(b) Is iad  $\alpha$  agus  $\beta$  fréamhacha na cothromóide cearnaí  $px^2 + qx + r = 0$ .

Tá  $u_n = l\alpha^n + m\beta^n$ , le haghaidh gach  $n \in \mathbb{N}$ .

Cruthaigh go bhfuil  $pu_{n+2} + qu_{n+1} + ru_n = 0$ , le haghaidh gach  $n \in \mathbb{N}$ .

(c) Tá 11 suíochán ina líne ag an gcuntar i gcaife.  
Tá seisear ina suí go randamach ag an gcuntar.

Cé mhéad uair níos dóchúla atá sé go bhfuil an seisear go léir ina suí le chéile seachas gan aon bheirt acu a bheith ina suí le chéile?

7. (a) Tá pasfhocal láithreán gréasáin bunaithe ar na ceannlitreacha A, B, C, . . . Z agus ar na digití 0, 1, 2, . . . 9.

Tá ceithre cinn de na carachtair sin sa pasfhocal agus tosaíonn sé le litir. Mar shampla, tá BA7A, C999, agus DGKK ceadaithe, ach níl 7DCA.

Taispeáin go bhfuil níos mó ná milliún pasfhocal ann a d'fhéadfaí a dhéanamh.

- (b) Tá Karen ar tí scrúdú a dhéanamh ag deireadh cúrsa Béarla. Tá fiche téacs ainmnithe ar an gcúrsa. Úrscéalta is ea sé cinn acu, drámaí is ea ceithre cinn díobh agus dánta is ea deich gcinn díobh.

Sa scrúdú, tá ceist ar cheann amháin de na húrscéalta, ceist ar cheann amháin de na drámaí agus ceist ar cheann amháin de na dánta.

Rinne Karen staidéar ar cheithre cinn de na húrscéalta, ar thrí cinn de na drámaí agus ar seacht gcinn de na dánta.

Faigh an dóchúlacht:

- (i) go ndearna Karen staidéar ar na trí théacs go léir sa scrúdú  
(ii) nach ndearna Karen staidéar ar théacs ar bith sa scrúdú  
(iii) go ndearna Karen staidéar ar dhá cheann ar a laghad de na téacsanna sa scrúdú.

- (c) Is é  $\mu$  meán na réaduimhreacha  $a, 2a, 3a, 4a$  agus  $5a$  agus is é  $\sigma$  a ndiall caighdeánach.

- (i) Sloinn  $\mu$  agus  $\sigma$  i dtéarmaí  $a$ .

- (ii) Uaidh sin, scríobh síos, i dtéarmaí  $a$ , meán agus diall caighdeánach na n-uimhreacha

$$3a+5, 6a+5, 9a+5, 12a+5, 15a+5.$$

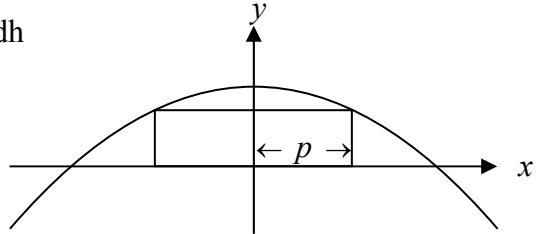
**ROINN B**  
**Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo**

8. (a) Bain úsáid as suimeáil na míreanna chun  $\int \log_e x \, dx$  a fháil.

(b) Inscríobhtar dronuilleog idir an cuar  $y = 9 - x^2$  agus an  $x$ -ais, mar a thaispeántar.

(i) Scríobh slonn i dtéarmaí  $p$  le haghaidh achar na dronuilleoige.

(ii) Uaidh sin, ríomh achar na dronuilleoige is mó a d'fhéadfaí a fháil.



(c) (i) Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh  $f(x) = \cos x$  suas chomh fada leis an téarma a chuimsíonn  $x^6$ , agus an téarma sin san áireamh.

(ii) Uaidh sin, agus tú ag úsáid an ionannais  $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ , taispeáin gurb iad  $x^2 - \frac{x^4}{3} + \frac{2x^6}{45}$  na chéad trí théarma neamhnialasacha den tsraith Maclaurin le haghaidh  $\sin^2 x$ .

(iii) Bain feidhm as na téarmaí sin chun meastachán a fháil ar  $\sin^2\left(\frac{1}{2}\right)$ , mar chodán.

9. (a) Athróg randamach is ea  $Z$  faoi dháileadh normalach caighdeánach. Faigh  $P(-1 < Z \leq 1)$ .

(b) Is é atá i dtriail ná fiche ceist ilroghnach. Tá ceithre fhreagra fhéideartha ar gach ceist, agus níl ach ceann amháin acu ceart. Cinneann Seán buille faoi thuairim fánach a thabhairt ar gach ceist díobh.

Faigh an dóchúlacht:

(i) nach mbeidh freagra ar bith ceart ag Seán

(ii) go mbeidh cúig cinn díreach de na freagraí ceart ag Seán

(iii) go mbeidh ceithre cinn nó cúig cinn nó sé cinn de na freagraí ceart ag Seán.

Bíodh gach ceann de na freagraí agat ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

(c) Táirgtear muifiní i mbácús. Roghnaítear sampla randamach de 50 muifin agus meáitear iad. Is é 80 gram meánmheáchan an tsampla agus is é 6 gram an diall caighdeánach.

Déan eatramh muiníne 95% do mheánmheáchan na muifiní a tháirgtear sa bhácús.

10. (a) Sainítear an oibríocht dhénártha  $*$  le  $x * y = x + y - xy$ , áit a bhfuil  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
- (i) Faigh an ball ionannais.
- (ii) Sloinn  $x^{-1}$ , inbhéarta  $x$ , i dtéarmaí  $x$ .

- (b) Is é  $G$  tacar iomalartuithe  $\{1, 2, 3\}$  agus is iad seo a leanas na sé bhall de  $G$ :

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$d = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Is grúpa é  $(G, \circ)$ , áit a gciallaíonn  $\circ$  comhshuíomh.

- (i) Scríobh síos  $b^{-1}$  agus  $d^{-1}$ , inbhéarta  $b$  agus inbhéarta  $d$ , faoi seach.
- (ii) Fíoraigh go bhfuil  $(b \circ d)^{-1} = d^{-1} \circ b^{-1}$ .
- (iii) Scríobh síos na foghrúpaí ag  $(G, \circ)$  arb ord dóibh 2.
- (iv) Is é  $K$  an foghrúpa d'ord 3 ag  $(G, \circ)$ . Liostaigh baill  $K$ .
- (v) Grúpa faoi iolrú is ea  $H$ , áit a bhfuil  $H = \{1, w, w^2\}$  agus  $w^3 = 1$ .  
Luaigh iseamorfacht  $\phi$  ó  $(K, \circ)$  go dtí  $(H, \times)$ , agus cosain go hiomlán gur iseamorfacht í.

11. (a) Éilips ar lárphointe dó  $(0, 0)$ , is é is éalárnacht dó ná  $\frac{4}{5}$  agus tá an mhór-ais ann 2 aonad ar fad. Faigh a chothromóid.

- (b) Is claochlú fineach é  $f$ . Is é  $M$  lárphointe na mírlíne  $[AB]$ .

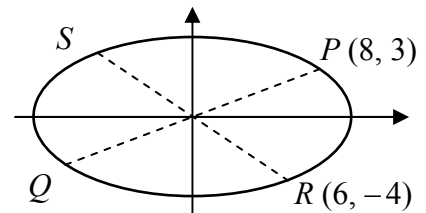
- (i) Taispeáin gurb é  $f(M)$  lárphointe na mírlíne  $[f(A)f(B)]$ .

- (ii) Is é  $G$  meánlár an triantáin  $ABC$ .

Taispeáin gurb é  $f(G)$  meánlár an triantáin  $f(A)f(B)f(C)$ .

- (c) Is í  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$  cothromóid an éilips  $e$ .

Is trastomhais ag an éilips iad  $[PQ]$  agus  $[RS]$ , áit arb é  $P$  an pointe  $(8, 3)$  agus arb é  $R$  an pointe  $(6, -4)$ .



- (i) Bain úsáid as claochlú go dtí an t-aonadchiorcal nó uaidh, nó ar shlí eile, agus taispeáin go bhfuil na trastomhais  $[PQ]$  agus  $[RS]$  comhchuingeach lena chéile.
- (ii) Faigh achar an chomhthreomharáin a imscríobhann an t-éilips ag na pointí  $P, S, Q$ , agus  $R$ .

Leathanach Bán