



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACTH 2009

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHCÁLA**

MATAMAITIC

ARDLEIBHÉAL



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACHT, 2009

AISTRIÚCHÁN AR SCÉIM MHARCÁLA

MATAMAITIC

ARDLEIBHÉAL

TREOIRLÍNTA GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1	4
CEIST 1	5
CEIST 2	12
CEIST 3	16
CEIST 4	19
CEIST 5	23
CEIST 6	26
CEIST 7	30
CEIST 8	33
TREOIRLÍNTA GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2	37
CEIST 1	38
CEIST 2	43
CEIST 3	46
CEIST 4	51
CEIST 5	54
CEIST 6	59
CEIST 7	64
CEIST 8	68
CEIST 9	72
CEIST 10	76
CEIST 11	79
MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ CHAILGE	82

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 1

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:
 - Botúin - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
 - Sciorthaí - earráidí uimhriúla (-1)
 - Míléamha - (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.

2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí e.g. Iarr 3, tabhair an méid seo a leanas do d'aire:
 - aon chéim *cheart, ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, ar a laghad, an marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
 - más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith iarrachta, ansin ní mór an marc i leith iarrachta a thabhairt
 - ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.
3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus na lipéid W1, W2, .. etc. orthu.
4. Ciallaíonn an frása “aimsiú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marcanna ar bith.
5. Ciallaíonn an frása “agus stopann sé/sí” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.
6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.
7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chur chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.
8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.
9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist ach *aon uair amháin*.
10. Marcanna i leith iarrachta ar a mhéad is ceart a thabhairt i gcásanna áirithe, fíoruithe agus freagraí a thig ó léaráidí (ach amháin más sin an rud a iarradh)..
11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.
12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad lánstad, e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5.50.

CEIST 1

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

1. (a) Faigh luach $\frac{x}{y}$ nuair atá $\frac{2x+3y}{x+6y} = \frac{4}{5}$.

Trasiolrú **5 mharc** **Iarr 2**
Críoch **5 mharc** **Iarr 2**

1(a)

$$\frac{2x+3y}{x+6y} = \frac{4}{5} \Rightarrow 10x+15y = 4x+24y \Rightarrow 6x = 9y. \quad \therefore \frac{x}{y} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

Botúin (-3)

B1 Trasiolrú mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

S2 $\frac{y}{x}$

NÓ

Cóimheas Ceart **5 mharc** **Iarr 2**
Réiteach **5 mharc** **Iarr 2**

1(a)

Bíodh an t-uimhreoir = 4 agus an t-ainmneoir = 5 (nó 8 & 10 faoi seach, etc.)

\Rightarrow (i): $2x+3y = 4 \times 2 \Rightarrow 4x+6y = 8$

(ii): $x+6y = 5 \times 1 \Rightarrow x+6y = 5$

$$\underline{3x = 3} \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

(ii): $x+6y = 5$

(1)+ $6y = 5$

$$6y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{3}{2}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid sa chóimheas

B2 Gan aon $\frac{x}{y}$

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

S2 $\frac{y}{x}$

(b) Bíodh $f(x) = x^2 - 7x + 12$.

(i) Más fíor $f(x+1) \neq 0$, taispeáin gur féidir $\frac{f(x)}{f(x+1)}$ a shimpliú go $\frac{x-4}{x-2}$.

(ii) Faigh an raon luachanna ar x ar fíor ina leith $\frac{f(x)}{f(x+1)} > 3$.

(b) (i) $f(x+1)$
Simpliú

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

$$1 \text{ (b) (i)} \quad f(x) = x^2 - 7x + 12 \Rightarrow f(x+1) = (x+1)^2 - 7(x+1) + 12.$$

$$\frac{f(x)}{f(x+1)} = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 6} = \frac{(x-3)(x-4)}{(x-3)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}.$$

Botúin (-3)

- B1 Forbairt $(x+1)^2$, aon uair amháin
 B2 Codán mícheart
 B3 Fachtóirí

(b) (ii) Éagothromóid Chearnach
Raon

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

1 (b) (ii)

$$\frac{f(x)}{f(x+1)} > 3 \Rightarrow \frac{x-4}{x-2} > 3$$

Trasiolraigh faoi $(x-2)^2 > 0$

$$(x-2)(x-4) > 3(x-2)^2$$

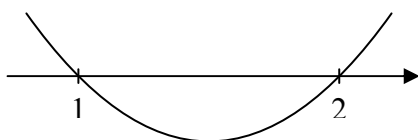
$$x^2 - 6x + 8 > 3(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^2 - 6x + 8 > 3x^2 - 12x + 12$$

$$0 > 2x^2 - 6x + 4$$

$$0 > x^2 - 3x + 2$$

$$0 > (x-1)(x-2)$$



Raon: $1 < x < 2$

Botúin (-3)

- B1 Síin na éagothromóide
 B2 Séana
 B3 Forbairt $(x-2)^2$, aon uair amháin
 B4 Fachtóirí
 B5 Foirmle na bhfréamhacha, aon uair amháin
 B6 An fhréamh a dhéaduchtú ón bhfachtóir
 B7 Ní luaitear an raon
 B8 Raon mícheart
 B9 Cruth an graif

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

A1 Gan ach éagothromóid líneach a bheith ann

Gan fiúntas

W1 Déantar cearnú ar an dá thaobh

NÓ

(Nuair nach ndéileáiltear leis mar chothromóid chearnach)

(b) (ii) I gcás $(x-2) > 0$

5 mharc

Iarr 2

I gcás $(x-2) < 0$

5 mharc

Iarr 2

1 (b) (ii)

Cás (a): $x-2 > 0$ (dá bhrí sin $x > 2$)

$$\frac{x-4}{x-2} > 3$$

$$\Leftrightarrow (x-4) > 3(x-2) \quad \text{ó tá } x-2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x-4 > 3x-6$$

$$\Leftrightarrow 2 > 2x$$

$$\Leftrightarrow 1 > x$$

Níl sé indéanta nuair $x = 2 \Rightarrow$ níl réiteach ar fáil sa chás seo

Cás (b): $x-2 < 0$ (dá bhrí sin $x < 2$)

$$\frac{x-4}{x-2} > 3$$

$$\Leftrightarrow x-4 < 3(x-2) \quad \text{ó tá } x-2 < 0$$

$$\Leftrightarrow x-4 < 3x-6$$

$$\Leftrightarrow 2 < 2x$$

$$\Leftrightarrow 1 < x$$

$$\Rightarrow 1 < x < 2$$

NÓ

(b) (ii) I gcás $(x-2) > 0$

5 mharc

Iarr 2

I gcás $(x-2) < 0$

5 mharc

Iarr 2

1 (b) (ii)

$$\frac{x-4}{x-2} > 3 \Rightarrow \frac{x-4}{x-2} - 3 > 0$$

$$\frac{(x-4)-3(x-2)}{(x-2)} > 0$$

$$\frac{x-4-3x+6}{(x-2)} > 0$$

$$\frac{-2x+2}{x-2} > 0$$

Dá bhrí sin, níl mór an comhartha céanna a bheith ag an uimhreoir agus ag an ainmneoir.

$$\begin{array}{l} \text{Cás (a): } x-2 > 0 \quad \mathbf{agus} \quad -2x+2 > 0 \\ x > 2 \qquad \qquad \qquad 2 > 2x \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 1 > x \end{array}$$

Níl sé indéanta \Rightarrow níl réiteach ar fáil sa chás seo.

$$\begin{array}{l} \text{Cás (b) } x-2 < 0 \quad \mathbf{agus} \quad -2x+2 < 0 \\ x < 2 \qquad \qquad \qquad 2 < 2x \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 1 < x \end{array}$$

$$\Rightarrow 1 < x < 2$$

Botúin (-3)

B1 Comhartha éagothromóide

B2 Déaduchtú an luacha

B3 Ní luaitear an raon

B4 Raon mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

(c) Agus tú ag glacadh leis gur fachtóir é $x - c + 1$ de $x^2 - 5x + 5cx - 6b^2$, sloinn c i dtéarmaí b .

Roinnt**5 mharc****Iarr 2****Fúilleach = 0****5 mharc****Iarr 2****Cothromóid chearnach in b agus in c** **5 mharc****Iarr 2****Luachanna c** **5 mharc****Iarr 2****1 (c)**

$$\begin{array}{r}
 x + (-6 + 6c) \\
 x - c + 1 \overline{) x^2 - 5x + 5cx - 6b^2} \\
 \underline{x^2 + x - cx} \\
 x(-6 + 6c) - 6b^2 \\
 \underline{x(-6 + 6c) - c(-6 + 6c) + (-6 + 6c)} \\
 -6b^2 + c(-6 + 6c) - (-6 + 6c)
 \end{array}$$

$$\therefore -6b^2 - 6c + 6c^2 + 6 - 6c = 0$$

$$c^2 - 2c + 1 = b^2.$$

$$(c-1)^2 = b^2 \Rightarrow c-1 = \pm b \Rightarrow c = 1 \pm b.$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Gan codanna comhchosúla a úsáid i gcás comhéifeachtaí cothromóide

B3 Gan ach luach amháin do c a thabhairt

B4 Fachtóirí

Sciorthaí (-1)

S1 Gan an comhartha a athrú le linn dealú a dhéanamh

Iarrachtaí

A1 Aon iarracht ar roinnt a dhéanamh

Fachtóir líneach eile

5 mharc

Iarr 2

Comhéifeachtaí a ionannú le chéile

5 mharc

Iarr 2

Cothromóid chearnach in b agus in c

5 mharc

Iarr 2

Luachanna c

5 mharc

Iarr 2

$$\begin{aligned} 1 \text{ (c)} \quad f(x) &= x^2 - 5x + 5cx - 6b^2 = (x - c + 1) \left(x - \frac{6b^2}{-c + 1} \right) \\ (x + 1 - c) \left(x - \frac{6b^2}{1 - c} \right) &= x^2 - cx + x - \frac{6b^2x}{1 - c} + \frac{6b^2c}{1 - c} - \frac{6b^2}{1 - c} \\ &= x^2 - x \left(c - 1 + \frac{6b^2}{1 - c} \right) + \frac{6b^2c - 6b^2}{1 - c} \end{aligned}$$

Comhéifeachtaí x a ionannú le chéile:

$$5 - 5c = c - 1 + \frac{6b^2}{1 - c}$$

$$6 - 6c = \frac{6b^2}{1 - c}$$

$$(1 - c) = \frac{b^2}{(1 - c)}$$

$$(1 - c)^2 = b^2$$

$$1 - c = \pm b$$

$$c = 1 \pm b$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Gan ach 1 luach do c a thabhairt

B3 Fachtóirí

Fréamh (c-1)

5 mharc

Iarr 2

Ionadú déanta ar $f(c-1)$

5 mharc

Iarr 2

Cothromóid chearnach in b agus in c

5 mharc

Iarr 2

Luachanna c

5 mharc

Iarr 2

1 (c)

Tá $(x - c + 1)$ ina fhachtóir de $f(x)$ \Rightarrow is fréamh é $(c - 1)$
 $\Rightarrow f(c - 1) = 0$

$$f(x) = x^2 - 5x + 5cx - 6b^2$$

$$f(c - 1) = (c - 1)^2 - 5(c - 1) + 5c(c - 1) - 6b^2 = 0$$

$$c^2 - 2c + 1 - 5c + 5 + 5c^2 - 5c = 6b^2$$

$$6c^2 - 12c + 6 = 6b^2$$

$$6(c^2 - 2c + 1) = 6(b^2)$$

$$(c - 1)^2 = b^2$$

$$c - 1 = \pm b$$

$$c = 1 \pm b$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Forbairt $(c - 1)^2$, aon uair amháin

B3 Gan ach 1 luach do c a thabhairt

B4 Fachtóirí

CEIST 2

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

2. (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$x - y + 8 = 0$$

$$x^2 + xy + 8 = 0.$$

Cothromóid chearnach **5 mharc** **Iarr 2**
Luachanna **5 mharc** **Iarr 2**

2(a) $x = y - 8. \therefore (y - 8)^2 + y(y - 8) + 8 = 0.$
 $y^2 - 16y + 64 + y^2 - 8y + 8 = 0$
 $2y^2 - 24y + 72 = 0 \Rightarrow y^2 - 12y + 36 = 0.$
 $(y - 6)^2 = 0 \Rightarrow y = 6.$
 \therefore Is é an réiteach $(-2, 6).$

Botúin (-3)

- B1 Séana
- B2 Fachtóirí, aon uair amháin
- B3 An luach a dhéaduchtú ón bhfachtóir
- B4 Gan an 2ú luach a fháil (tar éis an chéad cheann a fháil)
- B5 Foirmle na bhfréamhacha, aon uair amháin

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

- A1 Gan cothromóid chearnach a bheith ann

Gan fiúntas

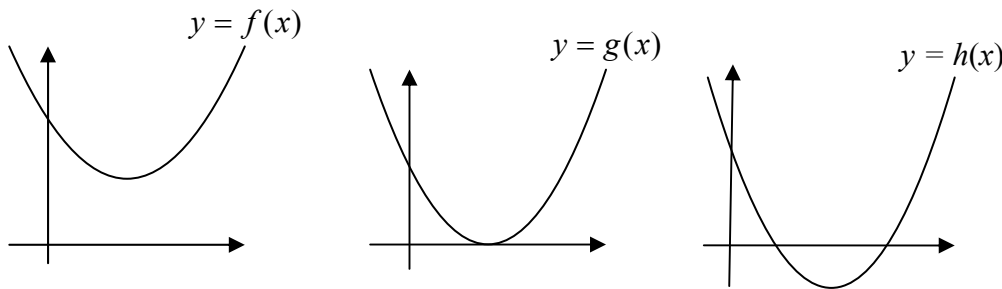
- W1 Triail agus earráid

Cuid (b)

20 (10, 5, 5) marc

Iarr (3, 2, 2)

(b) (i) Taispeántar thíos na graif atá ag trí fheidhm chearnacha, f , g agus h .



I ngach cás, luaigh cén sórt iad fréamhacha na feidhme.

(ii) Tá fréamhacha réadacha cothroma ag an gcothromóid $kx^2 + (1-k)x + k = 0$.
Faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar k .

(b) (i)

10 marc

Iarr 3

2 (b) (i) Níl aon fhréamhacha réadacha ag $f(x)$; (tá dhá fhréamh choimpléascacha aige).
Tá dhá fhréamh chothroma réadacha ag $g(x)$.
Tá dhá fhréamh shainiúla réadacha ag $h(x)$.

Botúin (-3)

B1 Ní luaitear an cineál fréamhacha nó luaitear cineál mícheart fréamhacha.

B2 Ní luaitear an líon fréamhacha (aon uair amháin).

Nóta: Botún amháin i ngach feidhm díobh

(b) (ii) Cothromóid chearnach

5 mharc

Iarr 2

Luachanna k

5 mharc

Iarr 2

2 (b) (ii)

Fréamhacha cothroma $\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$.

$\therefore (1-k)^2 - 4k^2 = 0$.

$1 - 2k + k^2 - 4k^2 = 0 \Rightarrow 3k^2 + 2k - 1 = 0$.

$(k+1)(3k-1) = 0 \Rightarrow k = -1, k = \frac{1}{3}$.

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 An coinníoll maidir le fréamhacha cothroma réadacha

B3 Fachtóirí, aon uair amháin

B4 Foirmle na bhfréamhacha, aon uair amháin

B5 Déaduchtú an luacha ón bhfachtóir nó gan aon luach ón bhfachtóir

(c) (i) Fréamh amháin de chuid $px^2 + qx + r = 0$, tá sí n uair chomh mór leis an bhfréamh eile. Sloinn r i dtéarmaí p , q agus n .

(ii) Tá fréamh amháin de chuid $x^2 + qx + r = 0$, tá sí cúig uaire chomh mór leis an bhfréamh eile.

Más slánuimhreacha deimhneacha iad q agus r , déan amach tacar na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar r .

(c) (i) An fhréamh
Sloinn r

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

2 (c) (i)

Is iad na fréamhacha ná α agus $n\alpha$.

$$\therefore \alpha + n\alpha = \frac{-q}{p} \text{ agus } \alpha(n\alpha) = \frac{r}{p}.$$

$$\alpha(1+n) = \frac{-q}{p} \Rightarrow \alpha = \frac{-q}{p(1+n)}.$$

$$\text{Ach } \alpha^2 = \frac{r}{pn} \Rightarrow \frac{q^2}{p^2(1+n)^2} = \frac{r}{pn}.$$

$$\therefore r = \frac{nq^2}{p(n+1)^2}.$$

(c) (i) r i dtéarmaí q
Luachanna q

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

2 (c) (ii)

$$r = \frac{nq^2}{p(n+1)^2}, \text{ faoi chuid (i), i gcás } n = 5 \text{ agus } p = 1.$$

$$\therefore r = \frac{5q^2}{36}.$$

Chun go mbeidh r ina shlánuimhir, ní mór q^2 a bheith inroinnte ar 36, dá bhrí sin tá q inroinnte ar 6.

$$\therefore q = \{6, 12, 18, 24, \dots\}.$$

NÓ

2 (c) (ii) Cothromóid : $x^2 - (-q)x + (r) = 0$

Fréamhacha : $\alpha, 5\alpha$

$$x^2 - (\alpha + 5\alpha)x + (5\alpha^2) = 0$$

Comhéifeachtaí a ionannú le chéile: (i) : $6\alpha = -q \Rightarrow \alpha = -\frac{q}{6}$

$$(ii) \quad 5\alpha^2 = r$$

$$5\left(-\frac{q}{6}\right)^2 = r$$

$$r = \frac{5q^2}{36}$$

Chun go mbeidh r ina shlánuimhir, ní mór q^2 a bheith inroinnte ar 36, dá bhrí sin tá q inroinnte ar 6.

$$\therefore q = \{6, 12, 18, 24, \dots\}.$$

Botúin (-3)

- B1 Séana
- B2 Ráiteas na cothromóide cearnaí, aon uair amháin
- B3 Suim mícheart na bhfréamh
- B4 Toradh mícheart na bhfréamh
- B5 Gan ach luach amháin ar q nó dhá luach ar q

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

CEIST 3

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

3 (a) Tá $z_1 = a + bi$ agus $z_2 = c + di$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.

Taispeáin go bhfuil $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$, áit arb é \bar{z} comhchuingeach coimpléascach z .

$$\overline{z_1 + z_2}$$

5 mharc

Iarr 2

$$\overline{z_1 + z_2}$$

5 mharc

Iarr 2

3(a) $\overline{z_1} = a - bi, \overline{z_2} = c - di \Rightarrow \overline{z_1} + \overline{z_2} = (a + c) - (b + d)i.$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{(a + c) + (b + d)i} = (a + c) - (b + d)i = \overline{z_1} + \overline{z_2}.$$

Botúin (-3)

B1 i

B2 Comhchuingeach

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

(b) Bíodh $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.

(i) Sloinn A^3 san fhoirm $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{Z}$.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh A^{17} .

(b) (i) A^2
 A^3

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

3 (b) (i)

$$A^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A^3 = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(b) (ii) Luachanna in A^{17}
 A^{17} ríofa

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

3 (b) (ii)

$$\begin{aligned} A^{17} &= (A^3)^5 A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^5 \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

S2 Gach cuid de atá mícheart

Nóta: Ní féidir ach Iarr 2 a fháil in (ii) murar maitrís thrasnánach é A^3 (sa dara 5 mharc)

(c) (i) Bain úsáid as teoirim De Moivre chun a chruthú go bhfuil $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$.

(ii) Uaidh sin, faigh $\int \sin^3\theta d\theta$.

(b) (ii) $\sin 3\theta$

5 mharc

Iarr 2

Luach

5 mharc

Iarr 2

3 (c) (i)

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^3 = \cos 3\theta + i\sin 3\theta.$$

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^3 = \cos^3\theta + 3\cos^2\theta(i\sin\theta) + 3\cos\theta(i\sin\theta)^2 + (i\sin\theta)^3.$$

$$= \cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta + 3i\cos^2\theta\sin\theta - i\sin^3\theta.$$

$$\therefore \sin 3\theta = 3\cos^2\theta\sin\theta - \sin^3\theta = 3\sin\theta(1 - \sin^2\theta) - \sin^3\theta$$

$$= 3\sin\theta - 4\sin^3\theta.$$

(c) (ii) $\int \sin^3\theta d\theta$

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

3 (c) (ii) $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta \Rightarrow \sin^3\theta = \frac{1}{4}[3\sin\theta - \sin 3\theta]$

$$\therefore \int \sin^3\theta d\theta = \frac{1}{4} \int (3\sin\theta - \sin 3\theta) d\theta = \frac{1}{4} \left[-3\cos\theta + \frac{1}{3}\cos 3\theta \right] + C.$$

Nóta: Mura leantar an “uaidh sin”: nialas mar mharc don suimeáil.

Botúin (-3)

B1 Ráiteas De Moivre, aon uair amháin

B2 An fhorbairt dhéthéarmach, aon uair amháin

B3 i

B4 Séana

B5 Foirmle thriantánachta

B6 Gan codanna comhchosúla a úsáid agus comhéifeachtaí á n-ionannú le chéile

B7 Suimeáil

B8 Fághtar ‘C’ ar lár

CEIST 4

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

4. (a) Trí théarma leantacha de shraith chomhbhreise iad $4x+11$, $2x+11$, agus $3x+17$.
Faigh luach x .

Sainmhíniú ar Shraith Chomhbhreise **5 mharc** **Iarr 2**
Luach x **5 mharc** **Iarr 2**

4(a)

$$(2x+11) - (4x+11) = (3x+17) - (2x+11).$$

$$-2x = x + 6 \Rightarrow x = -2.$$

Is é an tsraith 3, 7, 11,

Botúin (-3)

B1 Ráiteas na Sraithe comhbhreise

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Gan fiúntas

W1 Seicheamh iolraíoch

W2 Cuirtear luachanna isteach do x

Cuid (b) **20 (5, 5, 5, 5) marc** **Iarr (2, 2, 2, 2)**

(b) (i) Taispeáin go bhfuil $\frac{2}{r^2-1} = \frac{1}{r-1} - \frac{1}{r+1}$, áit a bhfuil $r \neq \pm 1$.

(ii) Uaidh sin, faigh $\sum_{r=2}^n \frac{2}{r^2-1}$

(iii) Uaidh sin, luacháil $\sum_{r=2}^{\infty} \frac{2}{r^2-1}$.

(b) (i) **5 mharc** **Iarr 2**

4 (b) (i)

$$\frac{1}{r-1} - \frac{1}{r+1} = \frac{r+1-r-1}{(r-1)(r+1)} = \frac{2}{r^2-1}.$$

NÓ

4 (b) (i)

$$\text{Bíodh } \frac{2}{r^2-1} = \frac{a}{r-1} - \frac{b}{r+1}$$

$$2 = a(r+1) - b(r-1)$$

$$(0)r + (2) = (a-b)r + (a+b)$$

Comhéifeachtaí a ionannú le chéile : (i) : $a-b=0$

(ii) : $a+b=2$

(i) : $a-b=0$

(ii) : $a+b=2$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

(i) $a-b=0 \Rightarrow a=b \Rightarrow a=b=1$

$$\frac{2}{r^2-1} = \frac{1}{r-1} - \frac{1}{r+1}$$

(b) (ii) An cealú a leagan amach
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

4 (b) (ii)

$$\begin{aligned} \sum_{r=2}^n \frac{2}{r^2-1} &= \sum_{r=2}^n \left(\frac{1}{r-1} - \frac{1}{r+1} \right) \\ &= \sum_{r=2}^n \left(\frac{1}{r-1} \right) - \sum_{r=2}^n \left(\frac{1}{r+1} \right) \\ &= \sum_{r=1}^{n-1} \frac{1}{r} - \sum_{r=3}^{n+1} \frac{1}{r} \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} + \sum_{r=3}^{n-1} \frac{1}{r} \right) - \left(\sum_{r=3}^{n-1} \frac{1}{r} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{3}{2} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \end{aligned}$$

NÓ

(b)(ii) Téarmaí U_2 go U_n

5 mharc

Iarr 2

Suim go n téarma

5 mharc

Iarr 2

4 (b) (ii)

$$U_n = \frac{1}{n^2 - 1} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}$$

$$U_{n-1} = \frac{1}{(n-1)^2 - 1} = \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n}$$

$$U_{n-2} = \frac{1}{(n-2)^2 - 1} = \frac{1}{n-3} - \frac{1}{n-1}$$

$$\vdots$$

$$U_4 = \frac{1}{16 - 1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{17}$$

$$U_3 = \frac{1}{9 - 1} = \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$$

$$U_2 = \frac{1}{4 - 1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$$

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$S_n = \frac{3}{2} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

(b) (iii) Suim go héigríoch

5 mharc

Iarr 2

4 (b) (ii)

$$\sum_{r=2}^{\infty} \frac{2}{r^2 - 1} = \text{Teor}_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{3}{2}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Ní mór cealú a bheith ar taispeáint nó intuigthe

B3 Gan codanna comhchosúla a úsáid agus comhéifeachtaí á n-ionannú le chéile

B4 Téarma fágtha ar lár

B5 Faigheann S_r

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Nóta: Ní mór 3 téarma a thaispeáint ar dtús agus 2 téarma ag an deireadh nó *vice-versa*.

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

- (c) Is é a an chéad téarma i seicheamh iolraíoch críochna, agus is é r an comhiolraitheoir. Tá $2m + 1$ téarma sa seicheamh, áit a bhfuil $m \in \mathbf{N}$.
- (i) Scríobh síos an téarma deireanach, i dtéarmaí a , r , agus m .
- (ii) Scríobh síos an lárthéarma, i dtéarmaí a , r , agus m .
- (iii) Taispeáin go bhfuil iolrach na dtéarmaí go léir sa seicheamh cothrom leis an lárthéarma agus é ardaíthe i gcumhacht arb ionann í agus líon na dtéarmaí.

Cuid (c) (i)

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (i) Téarma deireanach = ar^{2m} .

Cuid (c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (ii) Lárthéarma = ar^m .

(c) (iii) Toradh iolrach
Taispeáin

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

4 (c) (iii)

$$\begin{aligned} \text{Iolrach na dtéarmaí} &= a \times ar \times ar^2 \times \dots \times ar^{2m} \\ &= a^{2m+1} \times r^{0+1+2+\dots+2m}. \end{aligned}$$

[Sraith chomhbhreise é $0 + 1 + 2 + \dots + 2m$ agus $2m + 1$ téarma inti.]

$$\begin{aligned} &= a^{2m+1} \left(r^{\frac{(2m+1)(2m)}{2}} \right) = a^{2m+1} r^{m(2m+1)} \\ &= (ar^m)^{2m+1}. \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 $U_n \neq AR^{n-1}$

B3 Foirmle Sraith chomhbhreise

B4 Ionadú mícheart isteach i bhfoirmle, aon uair amháin

B5 Lárthéarma

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

CEIST 5

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 10) marc	Iarr (2, 2, 3)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

5(a) (a) Réitigh le haghaidh x : $x - 2 = \sqrt{3x - 2}$.

Cothromóid chearnach **5 mharc** **Iarr 2**
Réiteach **5 mharc** **Iarr 2**

5(a)

$$x - 2 = \sqrt{3x - 2} \Rightarrow (x - 2)^2 = 3x - 2.$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3x - 2 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0.$$

$$(x - 6)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 6 \text{ agus } x = 1.$$

Tástáil: $x = 1$ An taobh clé: $(x - 2) = (1 - 2) = -1$

An taobh deas: $\sqrt{3x - 2} = \sqrt{1} = 1$

$x \neq 1$

$x = 6$ An taobh clé: $x - 2 = 6 - 2 = 4$

An taobh deas: $\sqrt{3x - 2} = \sqrt{16} = 4$

Réiteach: $x = 6$

Botúin (-3)

- B1 Séana
- B2 Forbairt $(x - 2)^2$, aon uair amháin
- B3 Fachtóirí, aon uair amháin
- B4 Foirmle na fréimhe, aon uair amháin
- B5 An luach a dhéaduchtú ón bhfachtóir
- B6 Luach barrachais

Sciorthaí (-1)

- S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

- A1 $x = 6$ gan aon obair eile, tuilleann sé sin Iarr 2
- A2 $x = 6$ trí thriail agus earráid, tuilleann sé sin Iarr 2

(b) Cruthaigh trí ionduchtú, le haghaidh gach slánuimhir dheimhneach n , gur fachtóir é 5 de $n^5 - n$.

P(1)	5 mharc	Iarr 2
P(k)	5 mharc	Iarr 2
P(k + 1)	10 marc	Iarr 3

5(b)

Bíodh $P(n)$ sa tairiscint go bhfuil 5 ina fhachtóir de $n^5 - n$.

Tástáil $P(1)$: $1 - 1 = 0$ atá inroinnte ar 5.

Glac leis go bhfuil $P(k)$: $k^5 - k$ inroinnte ar 5.

Déan iarracht a dhéaduchtú $P(k + 1)$: go bhfuil $(k + 1)^5 - (k + 1)$ inroinnte ar 5.

$$(k + 1)^5 - (k + 1) = k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1 - k - 1$$

$$= (k^5 - k) + 5(k^4 + 2k^3 + 2k^2 + k)$$

↑ ↑
 Roinn ar 5 ó P(k) tá 5 aige mar fhachtóir

Dá bhrí sin tá an tsuim inroinnte ar 5, mar gheall ar $P(k)$.

Tá $P(1)$ agus $\{P(k) \Rightarrow P(k+1)\}$ againn. Dá bhrí sin, $P(n)$ do gach slánuimhir dheimhneach n .

NÓ

5 (b)

Le cruthú : go bhfuil $(n^5 - n)$ inroinnte ar 5

$n = 1$: $1^5 - 1 = 0$, atá inroinnte ar 5
 \Rightarrow fíor do $n = 1$

Glac leis go bhfuil sin fíor i gcás $n = k$: tá $k^5 - k$ inroinnte ar 5.

Le cruthú: go bfuil $(k + 1)^5 - (k + 1)$ inroinnte ar 5.

Bíodh $f(k) = k^5 - k$. Ó glacadh leis go bhfuil $f(k)$ inroinnte ar 5, beidh $f(k + 1)$ inroinnte ar 5 má tá $[f(k + 1) - f(k)]$ inroinnte ar 5, agus sa chás sin amháin.

$$\begin{aligned} \text{Anois, } f(k + 1) - f(k) &= [(k + 1)^5 - (k + 1)] - [k^5 - k] \\ &= [k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1 - k - 1] - k^5 + k \\ &= 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k \\ &= 5(k^4 + 2k^3 + 2k^2 + k), \text{ atá inroinnte ar 5.} \end{aligned}$$

Da bhrí sin, tá an ráiteas fíor i gcás $n = k + 1$ nuair atá sé fíor i gcás $n = k$.
 Ó tá sé fíor i gcás $n = 1$, ansin, trí ionduchtú, tá sé fíor i gcás na slánuimhreacha deimhneacha go léir.

- Botúin (-3)**
- B1 An fhorbairt dhéthéarmach, aon uair amháin
 - B2 Séana
 - B3 Forbairt $(k + 1)^5$, aon uair amháin

Nóta: Ní mór céim $P(1)$ a chruthú (ní leor a rá go bhfuil $P(n)$ fíor i gcás $n = 1$).

(c) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$\log_3 x + \log_3 y = 2$$

$$\log_3(2y - 3) - 2\log_9 x = 1$$

Athróg amháin i dtéarmaí an chinn eile

5 mharc

Iarr 2

Athrú boinn

5 mharc

Iarr 2

Cothromóid chearnach

5 mharc

Iarr 2

Réiteach

5 mharc

Iarr 2

5 (c)

$$\log_3 x + \log_3 y = 2$$

$$\log_3(xy) = 2$$

$$xy = 9$$

$$x = \frac{9}{y}$$

$$\log_3(2y - 3) - 2\log_9 x = 1$$

$$\log_3(2y - 3) - 2\frac{\log_3 x}{\log_3 9} = 1$$

$$\log_3(2y - 3) - 2\frac{\log_3 x}{2} = 1$$

$$\log_3\left(\frac{2y - 3}{x}\right) = 1$$

$$\frac{2y - 3}{x} = 3$$

$$(2y - 3)\frac{y}{9} = 3$$

$$2y^2 - 3y - 27 = 0$$

$$(2y - 9)(y + 3) = 0$$

$$y > 0 \Rightarrow y \neq -3, \text{ dá bhrí sin, } y = \frac{9}{2}, \text{ rud a thugann } x = 2.$$

Botúin (-3)

B1 Logartaim

B2 Séana

B3 Foirmle d'athrú boinn

B4 Fachtóirí

B5 Foirmle na bhfréamhacha

B6 Déaduchtú na fréimhe ón bhfachtóir nó gan aon déaduchtú a bheith ann

B7 Luach barrachais

Gan fiúntas

W1 Fághtar "logartaim" ar lár

Nóta Ní mór cothromóid chearnach a bheith ann le haghaidh na 5 mharc dheireanacha

CEIST 6

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

6(a) Dífreáil $\sin(3x^2 - x)$ i leith x .

6(a)

$$f(x) = \sin(3x^2 - x) \Rightarrow f'(x) = \cos(3x^2 - x)(6x - 1).$$

Botúin (-3)

B1 Dífreáil

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

Cuid (b)	15 (5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2)
-----------------	--------------------------	-----------------------

- (b) (i) Dífreáil \sqrt{x} i leith x , ó bhunphrionsabail.
- (ii) Tá corp ag gabháil ina líne dhíreach sa chaoi go dtugtar a fhad ó phointe fosaithe mar $s = \sqrt{t^2 + 1}$, áit a bhfuil s ina mhéadair agus t ina shoicindí. Faigh luas an choirp nuair $t = 5$ shoicind.

(b)(i) $f(x+h) - f(x)$	5 mharc	Iarr 2
Iolrú	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

6 (b) (i)

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+h}$$

$$f(x+h) - f(x) = \sqrt{x+h} - \sqrt{x}$$

$$= \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})}{1} \times \frac{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

$$= \frac{x+h-x}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$\therefore \text{Teor}_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \text{Teor}_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

NÓ

6 (b) (i)

$$\begin{aligned}
y &= \sqrt{x} \\
y + \Delta y &= \sqrt{x + \Delta x} \\
\Delta y &= \sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x} \\
\frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} \cdot \frac{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}} \\
&= \frac{(\sqrt{x + \Delta x})^2 - (\sqrt{x})^2}{\Delta x [\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}]} \\
&= \frac{x + \Delta x - x}{\Delta x (\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})} \\
\frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{1}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}} \\
\text{Teor } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}
\end{aligned}$$

*Botúin (-3)*B1 $f(x+h)$ nó $(x + \Delta x)$

B2 Séana

B3 Gan aon teorainneacha a bheith ar taispeáint ná intuigthe nó gan aon léiriú $h \rightarrow 0$ B4 $h \rightarrow \infty$

B5 Comhchuingeach

B6 Gan aon taobh clé a bheith ann

Gan fiúntas

W1 Gan bunphrionsabail a bheith ann

(b) (ii)**5 mharc****Iarr 2****6 (b) (ii)**

$$\begin{aligned}
s &= (t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}(t^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2t = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} \\
\therefore \text{Ag } t = 5, \frac{ds}{dt} &= \frac{5}{\sqrt{26}} \text{ méadar sa soicind.}
\end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Difreáil

B2 Séana

B3 Gan ionadú $t = 5$ *Sciorrthaí (-1)*

S1 Aonaid mhíchearta nó aonaid fágtha ar lár

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

(c) Is é an chothromóid atá ag cuar áirithe ná $y = \frac{2}{x-3}$.

(i) Scríobh síos cothromóidí na n-asamtóití agus uaidh sin déan sceitse den chuar.

(ii) Cruthaigh nach mbíonn aon dá thadhlaí leis an gcuar ingearach lena chéile.

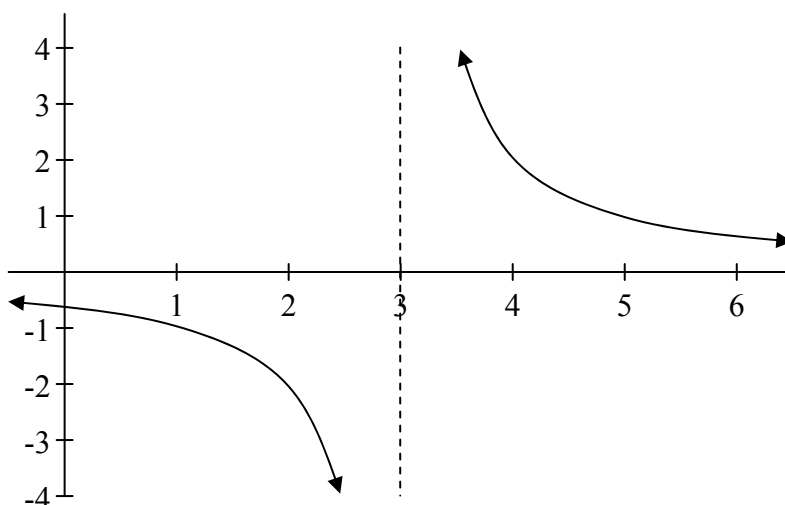
(c) (i) Asamtóití
Sceitse

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

6 (c) (i)

Is iad na cothromóidí asamtóití $x = 3$ agus $y = 0$.



(c) (ii) Fána
Déaduchtú

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

6 (c) (ii)

$$y = \frac{2}{x-3} = 2(x-3)^{-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2(x-3)^{-2} = \frac{-2}{(x-3)^2}$$

$$\therefore \text{Is é fána an tadhlaí ag } (x, y) \text{ ná } m = \frac{-2}{(x-3)^2}$$

Beidh $m < 0$ le haghaidh gach luach ar $x \Rightarrow m_1 \cdot m_2 \neq -1$

\therefore Níl aon dá thadhlaí ingearach lena chéile.

NÓ

6 (c) (ii)

$$y = 2(x-3)^{-1}$$

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{-2}{(x-3)^2}$$

Bíodh na tadhlaí ag $x = a$ agus $x = b$ ingearach le chéile

$$\text{Ag } x = a: m_1 = \frac{-2}{(a-3)^2}$$

$$\text{Ag } x = b: m_2 = \frac{-2}{(b-3)^2}$$

$$(m_1)(m_2) = \frac{-2}{(a-3)^2} \cdot \frac{-2}{(b-3)^2} = \frac{4}{(a-3)^2(b-3)^2} \neq -1, \text{ (ó tá an taobh clé deimhneach).}$$

\Rightarrow Ní féidir leis na tadhlaí a bheith ingearach le chéile.

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Asamtóit

B3 Dífreáil

B4 Fána $\neq \frac{dy}{dx}$ B5 $m_1 m_2 \neq -1$

B6 Déaduchtú mícheart nó gan aon déaduchtú a bheith ann

Sciorthaí (-1)

S1 Ní théann an cuar i dtreo na n-asamtóití.

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

Gan fiúntas

W1 Suimeáil

CEIST 7

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

7(a) (a) Is é an chothromóid atá ag cuar áirithe ná $x^2 - y^2 = 25$. Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

Difreáil **5 mharc** **Iarr 2**
Leithlisiú $\frac{dy}{dx}$ **5 mharc** **Iarr 2**

7(a) $x^2 - y^2 = 25 \Rightarrow 2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$.

NÓ

7 (a) $x^2 - y^2 = 25$

$y^2 = x^2 - 25$ $y = \sqrt{x^2 - 25}$ $y = (x^2 - 25)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(x^2 - 25)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$ $= \frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}}$ $= \frac{x}{y}$	NÓ	$y = -\sqrt{x^2 - 25}$ $y = -(x^2 - 25)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = -\left[\frac{1}{2}(x^2 - 25)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x \right]$ $= -\left[\frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}} \right]$ $= \frac{x}{y}$
---	----	--

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

Botúin (-3)

B1 Difreáil

B2 Séana

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

A2 $\frac{dy}{dx} = 2x - 2y \frac{dy}{dx}$ agus úsáidtear dhá théarma $\frac{dy}{dx}$ sa chéad 5 mharc.

Gan fiúntas

W1 Gan aon difreáil a bheith ann

W2 Suimeáil

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

(b) Sainmhínítear cuar leis na cothromóidí paraiméadracha

$$x = \frac{3t}{t^2 - 2} \text{ agus } y = \frac{6}{t^2 - 2}, \text{ áit a bhfuil } t \neq \pm\sqrt{2}.$$

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí t .

(ii) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe a thugtar ag $t = 2$.

(b) (ii) $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$

5 mharc

Iarr 2

$\frac{dy}{dx}$

5 mharc

Iarr 2

7 (b) (i)

$$x = \frac{3t}{t^2 - 2} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{3(t^2 - 2) - 3t \cdot 2t}{(t^2 - 2)^2} = \frac{-3t^2 - 6}{(t^2 - 2)^2}.$$

$$y = \frac{6}{t^2 - 2} = 6(t^2 - 2)^{-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -6(t^2 - 2)^{-2} \cdot 2t = \frac{-12t}{(t^2 - 2)^2}.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{-12t}{(t^2 - 2)^2} \cdot \frac{(t^2 - 2)^2}{-3t^2 - 6} = \frac{12t}{3t^2 + 6} = \frac{4t}{t^2 + 2}.$$

(b) (ii) Fána, pointe
Cothromóid

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

7 (b) (ii)

$$t = 2 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3 \text{ agus } t = 2 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3. \therefore \text{is é } (3, 3) \text{ an pointe.}$$

$$\text{Is é atá i bhfána an tadhlaí ag } t = 2 \text{ ná } \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore \text{Cothromóid an tadhlaí: } y - 3 = \frac{4}{3}(x - 3) \Rightarrow 4x - 3y - 3 = 0.$$

Botúin (-3)

B1 Dífreáil

B2 Séana

B3 Earráid maidir le $\frac{dy}{dx}$ a fháil

B4 Cothromóid an tadhlaí

B5 Earráid i bhfoirmle na fána

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

Iarrachtaí

A1 Earráid i bhfoirmle na difreála

(c) Níl ach fréamh réadach amháin ag an bhfeidhm $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$.

(i) Taispeáin go bhfuil an fhréamh lonnaithe idir 2 agus 3.

Tá Áine agus Barra ag úsáid modh Newton-Raphson chun meastachán a dhéanamh ar an bhfréamh.

Tá Áine ag tosú le 2 mar an chéad mheastachán agus tá Barra ag tosú le 3.

(ii) Taispeáin go bhfuil meastachán tosaigh Áine níos cóngaraí don fhréamh ná meastachán tosaigh Bharra.

(iii) Taispeáin, áfach, go mbeidh an chéad mheastachán eile ag Barra níos cóngaraí don fhréamh ná an ceann a bheidh ag Áine.

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$$

$$f(2) = 8 - 12 + 6 - 4 = -2 < 0.$$

$$f(3) = 27 - 27 + 9 - 4 = 5 > 0.$$

\therefore tá an fhréamh suite idir 2 agus 3.

(c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

$$f(2.5) = (2.5)^3 - 3(2.5)^2 + 3(2.5) - 4$$

$$= 15.625 - 18.75 + 7.5 - 4$$

$$= 0.375$$

$f(2) < 0$ and $f(2.5) > 0$. \therefore tá an fhréamh idir 2 agus 2.5.
Dá bhrí sin, tá an fhréamh níos gaire do 2 ná mar atá sí do 3.

(c) (iii) Foirmle + Difreáil
Críoch5 mharc
5 mharcIarr 2
Iarr 2

7 (c) (iii)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \text{ áit } f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4 \text{ agus } f'(x) = 3x^2 - 6x + 3.$$

Áine: $f(2) = -2$ agus $f'(2) = 3$. $x_2 = 2 - \frac{f(2)}{f'(2)} = 2 - \frac{-2}{3} = 2\frac{2}{3} = 2.666\dots$

Barra: $f(3) = 5$ agus $f'(3) = 12$. $x_2 = 3 - \frac{f(3)}{f'(3)} = 3 - \frac{5}{12} = 2\frac{7}{12} = 2.5833\dots$

Tá an dá cheann seo os cionn na fréimhe, dá bhrí sin tá an ceann is ísle níos gaire (i.e. ceann Bharra).

Botúin (-3)

B1 Séana

B2 Déaduchtú mícheart ó $f(2)$ agus $f(3)$ nó gan aon déaduchtú a bheith annB3 Gan aon $f(2.5)$ a bheith ann

B4 Foirmle Newton-Raphson

B5 Difreáil

B6 Déaduchtú mícheart nó gan aon déaduchtú ón obair in (iii)

CEIST 8

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

8(a) Faigh $\int \left(6x + 3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$.

8(a)

$$\int \left(6x + 3 + \frac{1}{x^2} \right) dx = 3x^2 + 3x - \frac{1}{x} + C.$$

Botúin (-3)

- B1 Suimeáil
- B2 Séana
- B3 Gan aon c a bheith ann

Iarrachtaí

- A1 Gan ach c a bheith ceart

Gan fiúntas

- W1 Dífreáil in ionad suimeála

Cuid (b) **20 (5, 5, 5, 5) marc** **Iarr (2, 2, 2, 2)**

(b) Luacháil **(i)** $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin x \, dx$ **(ii)** $\int_{\ln 3}^{\ln 8} e^x \sqrt{1 + e^x} \, dx$.

Suimeáil **5 marc** **Iarr 2**
Luach **5 mharc** **Iarr 2**

8 (b) (i)

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin x \, dx &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2x - \cos 4x) \, dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \sin 4x \right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4} \sin \pi \right) - \left(\frac{1}{2} \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) - \frac{1}{4} \sin(-\pi) \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} - 0 \right) - \left(-\frac{1}{2} - 0 \right) \right] = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

8 (b) (ii)

Bíodh $u = 1 + e^x$. $\therefore du = e^x dx$.

$$\int_{\ln 3}^{\ln 8} e^x \sqrt{1 + e^x} dx = \int_{1+e^{\ln 3}}^{1+e^{\ln 8}} u^{\frac{1}{2}} du, \text{ ach } e^{\ln 8} = 8 \text{ agus } e^{\ln 3} = 3.$$

$$= \int_4^9 u^{\frac{1}{2}} du = \left[\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_4^9 = \frac{2}{3} [27 - 8] = \frac{38}{3}.$$

NÓ

8 (b) (ii)

Agus x teorainn in úsáid:

$$\int_{\ln 3}^{\ln 8} e^x \sqrt{1 + e^x} dx = \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_{x=\ln 3}^{x=\ln 8}$$

$$= \frac{2}{3} (1 + e^x)^{\frac{3}{2}} \Big|_{\ln 3}^{\ln 8}$$

$$= \frac{2}{3} \left[(1 + e^{\ln 8})^{\frac{3}{2}} - (1 + e^{\ln 3})^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{3} \left[(9)^{\frac{3}{2}} - (4)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{3} [27 - 8] = \frac{2}{3} (19) = \frac{38}{3}$$

NÓ

8 (b) (ii)

$$\int_{\ln 3}^{\ln 8} e^x \sqrt{1 + e^x} dx$$

$$= \int \sqrt{1 + e^x} \cdot e^x dx$$

$$= \int (1 + u)^{\frac{1}{2}} du$$

$$= \frac{2}{3} (1 + u)^{\frac{3}{2}} \Big|_{x=\ln 3}^{x=\ln 8}$$

$$= \frac{2}{3} (1 + e^x)^{\frac{3}{2}} \Big|_{\ln 3}^{\ln 8}$$

$$= \frac{2}{3} \left[(1 + e^{\ln 8})^{\frac{3}{2}} - (1 + e^{\ln 3})^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{3} \left[(1 + 8)^{\frac{3}{2}} - (1 + 3)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{3} \left[(9)^{\frac{3}{2}} - (4)^{\frac{3}{2}} \right] = \frac{2}{3} [27 - 8] = \frac{2}{3} (19) = \frac{38}{3}$$

Bíodh $u = e^x$

$$\frac{du}{dx} = e^x$$

$$du = e^x dx$$

* Má dhéantar ionadú mícheart agus mura bhfuiltear ábalta críochnú, tuillfear iarracht ar a mhéad

Botúin (-3)

- B1 Foirmle thriantánachta
- B2 Suimeáil
- B3 Dífreáil
- B4 Teorainneacha
- B5 Ord mícheart le linn teorainneacha a chur i bhfeidhm
- B6 Gan ríomh déanta ar theorainneacha ionadaithe
- B7 Gan teorainneacha a athrú
- B8 Séana
- B9 Logartaim
- B10 $e^{\ln a} \neq a$

Sciorrthaí (-1)

- S1 Uimhriúil
- S2 Luach triantánachta
- S3 Gan slacht a bheith curtha ar an bhfreagra

Gan fiúntas

- W1 Dífreáil in ionad suimeála ach amháin i gcás ina dtuillleann obair eile iarrachtaí

(c) Bain úsáid as modhanna suimeála chun an fhoirmle chaighdeánach do thoirt cóin a bhunú.

Léaráid + fána

5 mharc

Iarr 2

Ionadú ceart isteach i bhfoirmle thoirte

5 mharc

Iarr 2

Suimeáil

5 mharc

Iarr 2

Toirt

5 mharc

Iarr 2

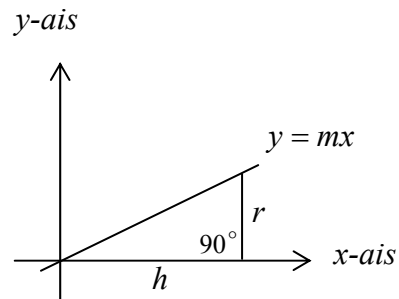
8 (c)

$$y = mx \Rightarrow y = \frac{r}{h}x.$$

Toirt an chóin = $\pi \int_0^h y^2 dx$, áit a bhfuil $y = \frac{r}{h}x$.

$$V = \pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2} x^2 dx = \frac{1}{3} \pi \frac{r^2}{h^2} [x^3]_0^h = \frac{1}{3} \pi \frac{r^2}{h^2} h^3$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

*Botúin (-3)*

B1 Suimeáil

B2 Fána na líne

B3 Cothromóid na líne

B4 Foirmle na toirte a fhad is gur cothromóid chearnach í

B5 Teorainneacha

B6 Níl aon teorainneacha ann

B7 Ord mícheart le linn teorainneacha a chur i bhfeidhm

B8 Séana

Sciorthaí (-1)

S1 Uimhriúil

*Iarrachtaí*A1 Úsáidtear $v = \pi y$ *Gan fiúntas*

W1 Dífreáil in ionad suimeála



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

AN ARDTEISTIMÉIREACTH, 2009

**AISTRIÚCHÁN
AR SCÉIM MHCÁLA**

MATAMAITIC - PÁIPÉAR 2

ARDLEIBHÉAL

TREOIRLÍNTE GINEARÁLTA DO SCRÚDAITHEOIRÍ – PÁIPÉAR 2

1. Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:

- Botúin - earráidí matamaiticiúla/ábhar fágtha ar lár (-3)
- Sciorthaí - earráidí uimhriúla (-1)
- Míléamh - (ar choinníoll nach ndéantar róshimpliú ar an tasc) (-1).

Na hearráidí a tharlaíonn go minic agus nach mór na pionóis seo a chur i bhfeidhm orthu, tá siad liostaithe sa scéim. Seo a leanas na lipéid atá orthu: B1, B2, B3,..., S1, S2,..., M1, M2,...etc. Ní liostaí iomlána iad seo.

2. Le linn marcanna a thabhairt i leith iarrachtaí e.g. Iarr 3, tabhair an méid seo a leanas do d'aire:

- aon chéim *cheart, ábhartha* i gcuid de cheist, tuilleann an chéim sin, ar a laghad, an marc i leith na hiarrachta atá ag gabháil leis an gcuid sin
- más rud é go bhfágann asbhaintí go bhfuil marc áirithe níos ísle ná an marc i leith iarrachta, ansin ní mór an marc i leith iarrachta a thabhairt
- ní thugtar marc idir nialas agus an marc i leith iarrachta riamh.

3. Tugtar nialas d'obair gan fiúntas. Tá roinnt samplaí d'obair den sórt sin liostaithe sa scéim agus na lipéid W1, W2, .. etc. orthu.

4. Ciallaíonn an frása “aimsíú nó iomrall” nach dtugtar marcanna páirteacha – faigheann an t-iarrthóir na marcanna ábhartha go léir nó ní fhaigheann sé/sí marcanna ar bith.

5. Ciallaíonn an frása “agus stopann sé/sí” nach léiríonn an t-iarrthóir aon obair fhiúntach eile.

6. Is ionann réiltín agus a rá go bhfuil nótaí speisialta ann a bhaineann le marcáil cuid áirithe de cheist. Tá na nótaí sin le fáil díreach i ndiaidh an bhosca ina bhfuil an réiteach ábhartha.

7. Níl sé i gceist gur liostaí iomlána atá sna réitigh shamplacha ar gach ceist ar leith – d'fhéadfadh sé tarlú go bhfuil réitigh chearta eile ann. Aon scrúdaitheoir atá éiginnte faoi bhailíocht an chur chuige a ghlacann aon iarrthóir ar leith i gcás aon cheiste, ba chóir dó/di teagmháil a dhéanamh lena scrúdaitheoir comhairleach.

8. Mura rud é go léirítear a mhalairt sa scéim, glac leis an gceann is fearr de dhá iarracht nó níos mó – fiú amháin i gcás iarrachtaí a cealaíodh.

9. Ní ghearrtar pionós ar an earráid *chéanna* sa chuid *chéanna* de cheist ach *aon uair amháin*.

10. Marcanna i leith iarrachta ar a mhéad is ceart a thabhairt i gcásanna áirithe, fíoruithe agus freagraí a thig ó léaráidí (ach amháin más sin an rud a iarradh).

11. Tugtar an marc i leith iarrachta, ar a mhéad, i gcás botún, ábhar ar lár nó míléamh a bheadh tromchúiseach.

12. Ná gearr pionós as camóg a úsáid in ionad lánstad e.g. is féidir €5,50 a scríobh in ionad €5.50.

CEIST 1

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr 2,2
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
Cuid (c)	20 (10, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5,5) marc** **Iarr 2,2**

1(a) Taispeáin, le haghaidh gach luach ar $t \in \mathbf{R}$, go luíonn an pointe $\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$ ar an gciorcail $x^2 + y^2 = 1$.

Cuid (a) Ionadú **5 mharc** **Iarr 2**
Críoch **5 mharc** **Iarr 2**

1(a)

$$x^2 + y^2 = \frac{4t^2}{(1+t^2)^2} + \frac{(1-t^2)^2}{(1+t^2)^2} = \frac{4t^2 + 1 - 2t^2 + t^4}{(1+t^2)^2} = \frac{1 + 2t^2 + t^4}{(1+t^2)^2} = \frac{(1+t^2)^2}{(1+t^2)^2} = 1.$$

Botúin (-3)

- B1 Cearnú mícheart (cuir i bhfeidhm uair amháin más é an cineál céanna earráide atá ann)
- B2 Fachtóirí míchearta
- B3 Conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2 mharc)

- A1 Roinnt ionadú ceart le haghaidh x nó y
- A2 Iarracht ar t^2 a shloinneadh i dtéarmaí y

Cuid (b) **20 (10, 10) marc** **Iarr (3, 3)**

(b) (i) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gciorcail $x^2 + y^2 = 10$ ag an bpointe (3,1).

(ii) Faigh na luachanna ar $k \in \mathbf{R}$ ar fíor ina leith gur tadhlaí leis an gciorcail $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 50$ í an líne $x - y + k = 0$.

Cuid (b) (i) **10 marc** **Iarr 3**

1 (b) (i)

Cothromóid an tadhlaí: $xx_1 + yy_1 = r^2 \Rightarrow 3x + y = 10$.

nó

Lár an chiorcail (0,0) \Rightarrow Trastomhas an fhána = $\frac{1}{3} \Rightarrow$ Tadhlaí an fhána = -3

Cothromóid an tadhlaí: $y - 1 = -3(x - 3)$

Botúin (-3)

- B1 Earráid i bhfoirmle na fána
- B2 Níl fána an tadhlaí ingearach leis an trastomhas
- B3 Earráid i gcothromóid fhoirmle na líne
- B4 Earráid i gcothromóid fhoirmle an tadhlaí
- B5 Lárphointe mícheart don chiorcal

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Cothromóid fhoirmle an tadhlaí
- A2 Níl ann ach fána an trastomhais
- A3 Cothromóid na líne mar aon le roinnt ionadú

Cuid (b) (ii) **10 marc** **Iarr 3**

1 (b) (ii)

Lárphointe $(3, -4)$ agus $ga = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Ós rud é gur tadhlaí atá ann, tá an fad ingearach ón lár $(3, -4)$ go dtí $x - y + k = 0$ comhionann leis an nga.

$$\therefore \left| \frac{3 + 4 + k}{\sqrt{2}} \right| = 5\sqrt{2} \Rightarrow |7 + k| = 10 \Rightarrow 7 + k = \pm 10. \therefore k = 3 \text{ nó } k = -17.$$

NÓ

Cuid (b) (ii) **10 marc** **Iarr 3**

$$y = x + k$$

$$(x - 3)^2 + ((x + k) + 4)^2 = 50$$

$$2x^2 + (2 + 2k)x + (8k + 25) = 0$$

$$\text{Aon phointe teagmhála} \Rightarrow (2 + 2k)^2 - 4 \cdot 2(k^2 + 8k - 25) = 0$$

$$\Rightarrow k^2 + 14k - 51 = 0$$

$$\Rightarrow (k - 3)(k + 17) = 0$$

$$\Rightarrow k = 3, k = -17$$

Botúin (-3)

- B1 Lár mícheart don chiorcal
- B2 Earráid i bhfoirmle an fhaid ingearaigh
- B3 Ga mícheart
- B4 Ní thugtar ach luach amháin do k
- B5 Cearnú mícheart
- B6 Earráidí sna fachtóirí

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Lárphointe ceart nó ga ceart
- A2 Roinnt ionadú ceart isteach san fhoirmle ingearach
- A3 Roinnt ionadú ceart ar $y = x + k$ nó a chomhionann isteach sa chiorcal

- (c) Trasnaíonn dhá chiorcal a chéile ag $p(2, 0)$ agus ag $q(-2, 8)$. Is é 20 an fad ó lárphointe gach ciorcail acu go dtí an corda comónta $[pq]$.
Faigh cothromóidí an dá chiorcail.

**Cuid (c) An chéad chothromóid in f agus g
Cothromóid in aon athróg amháin
Críoich**

**10 marc
5 mharc
5 mharc**

**Iarr 3
Iarr 2
Iarr 2**

1 (c)

$$\text{Fána } pq = \frac{8-0}{-2-2} = -2 \Rightarrow \text{fána } st = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \frac{4+f}{0+g} = \frac{1}{2} \Rightarrow g = 2f + 8.$$

$$|st|^2 = 20 \Rightarrow (0+g)^2 + (4+f)^2 = 20 \Rightarrow g^2 + f^2 + 8f = 4$$

$$\Rightarrow (2f+8)^2 + f^2 + 8f = 4 \Rightarrow 5f^2 + 40f + 60 = 0.$$

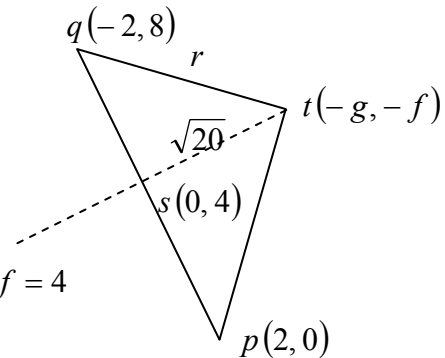
$$\therefore f^2 + 8f + 12 = 0 \Rightarrow (f+2)(f+6) = 0.$$

$$f = -2 \Rightarrow g = 4 \text{ or } f = -6 \Rightarrow g = -4.$$

$$\therefore \text{Is iad na lárphointí } (-4, 2) \text{ agus } (4, 6), r = \sqrt{40}.$$

$$\text{Is iad na ciorcail: } (x+4)^2 + (y-2)^2 = 40 \text{ agus } (x-4)^2 + (y-6)^2 = 40.$$

$$\text{nó } x^2 + y^2 + 8x - 4y - 20 = 0 \text{ agus } x^2 + y^2 - 8x - 12y + 12 = 0$$



NÓ

**Cuid (c) An chéad chothromóid in f agus g
Cothromóid in aon athróg amháin
Críoich**

**10 marc
5 mharc
5 mharc**

**Iarr 3
Iarr 2
Iarr 2**

$$\text{Fána } pq = \frac{0-8}{2--2} = -2$$

$$\text{Cothromóid } pq: \quad y = -2(x-2) \text{ nó } 2x + y - 4 = 0$$

$$\text{Fad ingearach } (-g, -f) \text{ go } pq: \quad \left| \frac{-2g - f - 4}{\sqrt{5}} \right| = \sqrt{20}$$

$$\Rightarrow -2g - f - 4 = \pm 10 \Rightarrow 2g + f + 14 = 0 \text{ agus } 2g + f - 6 = 0$$

$$\text{Is é } s \text{ lárphointe } pq(0,4) \Rightarrow (0+g)^2 + (4+f)^2 = 20$$

$$\text{Réiteach idir } g^2 + (4+f)^2 = 20 \text{ agus } 2g + f - 6 = 0 \quad g = 4 \text{ agus } f = -2$$

$$\text{Réiteach idir } g^2 + (4+f)^2 = 20 \text{ agus } 2g + f + 14 = 0 \quad g = -4 \text{ agus } f = -6$$

$$\text{Cothromóid 1: } x^2 + y^2 + 8x - 4y + c = 0$$

$$(2,0) \text{ ar an gchiorcal } \Rightarrow c = -20 \Rightarrow x^2 + y^2 + 8x - 4y - 20 = 0$$

$$\text{Cothromóid 2: An modh céanna } \Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 12y + 12 = 0$$

NÓ

**Cuid (c) An chéad chothromóid in f agus g
Cothromóid in aon athróg amháin
Críoich**

**10 marc
5 mharc
5 mharc**

**Iarr 3
Iarr 2
Iarr 2**

1 (c)

$$(2,0) \in \text{Ciorcal} \Rightarrow 2^2 + 0 + 2g(2) + 2f(0) + c = 0$$

$$\Rightarrow 4g + c = -4 \Rightarrow c = -4g - 4$$

$$(-2,8) \in \text{Ciorcal} \Rightarrow -4g + 16f + c + 68 = 0$$

$$\Rightarrow -4g + 16f - 4g - 4 + 68 = 0 \Rightarrow g = 2(f + 4)$$

$$s(\text{lárphointe}) = (0,4)$$

$$\text{Ach } \sqrt{g^2 + (4+f)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow g^2 + (4+f)^2 = 20$$

$$\Rightarrow (2(f+4))^2 + (4+f)^2 = 20 \Rightarrow 5(f+4)^2 = 20$$

$$\Rightarrow (f+4)^2 = 4 \Rightarrow f+4 = \pm 2 \Rightarrow f = -6 \text{ agus } -2$$

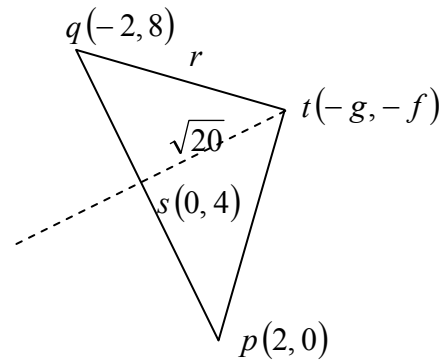
$$f = -6 \Rightarrow g = -4 \Rightarrow c = 12$$

$$f = -2 \Rightarrow g = 4 \Rightarrow c = -20$$

Ciorcail

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y - 20 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 12 = 0$$



NÓ

**Cuid (c) An chéad chothromóid in f agus g
Cothromóid in aon athróg amháin
Críoch**

**10 marc
5 mharc
5 mharc**

**Iarr 3
Iarr 2
Iarr 2**

$$|pq| = \sqrt{(2+2)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{80} \Rightarrow |ps| = \sqrt{20}$$

$$|pt|^2 = 20 + 20 = 40 \Rightarrow |pt| = \sqrt{40}$$

$\therefore p(2,0)$ mar lárphointe ciorcail ag a bhfuil ga $\sqrt{40}$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 40$$

Ach $(-g, -f)$ ar chiorcal

$$\Rightarrow (-g-2)^2 + (0+f)^2 = 40$$

is córda é st .

$$\text{Fána } pq = \frac{8-2}{-2-2} = -2 \Rightarrow \text{fána } st = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4+f}{0+g} = \frac{1}{2} \Rightarrow g = 2f + 8$$

$$\therefore (-2f-8-2)^2 + f^2 = 40$$

$$\Rightarrow 5f^2 + 40f + 60 = 0 \Rightarrow f^2 + 8f + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (f+6)(f+2) = 0 \Rightarrow f = -2 \text{ agus } f = -6$$

$$f = -6 \Rightarrow g = -4 \Rightarrow c = 12$$

$$f = -2 \Rightarrow g = 4 \Rightarrow c = -20$$

Ciorcail

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y - 20 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 12 = 0$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid i bhfoirmle an achair
- B2 Earráid i bhfoirmle an lárphointe
- B3 Earráid i bhfoirmle an fhaid ingearaigh
- B4 Feidhmiú mícheart fhoirmle Phíotagaráis
- B5 Earráid i bhfoirmle na fána
- B6 Earráid maidir le cearnú
- B7 Earráidí sna fachtóirí
- B8 Níl ann ach cothromóid le haghaidh aon chiorcail amháin

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3,2,2 mharc)

- A1 Lárphointe nó fána pq
- A2 c arna shloinneadh i dtéarmaí g
- A3 Níl ann ach ga

CEIST 2

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
Cuid (c)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

2(a)

(a) Má tá $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$, faigh an t-aonadveicteoir sa treo \vec{ab} .

Cuid (a) \vec{ab} . **5 mharc** **Iarr 2**
Críoch **5 mharc** **Iarr 2**

2(a)

$$\vec{ab} = \vec{b} - \vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{i} - \vec{j} = -3\vec{i} + 4\vec{j}.$$

$$|\vec{ab}| = |-3\vec{i} + 4\vec{j}| = \sqrt{9+16} = 5.$$

$$\text{Aonadveicteoir} = \frac{\vec{ab}}{|\vec{ab}|} = \frac{-3\vec{i} + 4\vec{j}}{5} = -\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid in $\vec{ab} = \vec{b} - \vec{a}$
- B2 Earráid san fhoirmle le haghaidh norm veicteora
- B3 Freagra arna shloinneadh san fhoirm cheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2 mharc)

- A1 Foirmle an norm mar aon le roinnt ionadú

- A2 $\vec{ab} = \vec{b} - \vec{a}$ agus stopann

Cuid (b) **20 (10, 10) marc** **Iarr (3, 3)**

(b) Sa triantán abc , pointe ar an slíos $[bc]$ is ea p .

Luíonn an pointe q lasmuigh den triantán sa chaoi go bhfuil $\vec{pq} = \vec{pb} + \vec{pc} - \vec{pa}$.

(i) Sloinn \vec{q} i dtéarmaí \vec{a} , \vec{b} agus \vec{c} .

(ii) Uaidh sin, taispeáin gur comhthreomharán é $abqc$.

(b) (i)

10 marc

Iarr 3

2 (b) (i)

$$\vec{pq} = \vec{pb} + \vec{pc} - \vec{pa} \Rightarrow \vec{q} - \vec{p} = \vec{b} - \vec{p} + \vec{c} - \vec{p} - \vec{a} + \vec{p}.$$
$$\therefore \vec{q} = \vec{b} + \vec{c} - \vec{a}.$$

Botúin (-3)

B1 \vec{pq} nó a choibhéis arna shloinneadh go mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 \vec{pq} nó a choibhéis arna shloinneadh i gceart

(b) (ii)

10 marc

Iarr 3

2 (b) (ii)

De réir chuid (i): $\vec{q} = \vec{b} + \vec{c} - \vec{a} \Rightarrow \vec{q} - \vec{b} = \vec{c} - \vec{a} \Rightarrow \vec{bq} = \vec{ac}.$

\therefore is comhthreomharán é $abqc$.

Botúin (-3)

B1 $\vec{c} - \vec{a} \neq \vec{ac}$

B2 $\vec{q} - \vec{b} \neq \vec{bq}$

B3 Gan aon chonclúid nó conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $\vec{q} - \vec{b} = \vec{c} - \vec{a}$

Cuid (c)

20 (10, 10) marc

Iarr (3, 3)

(c) (i) Tá $\vec{p} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$ agus $\vec{q} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

Faigh luach an scálaigh k ar fíor ina leith

$$k \left| \vec{p}^\perp - \vec{q}^\perp \right| = \left| \vec{p}^\perp \right| - \left| \vec{q}^\perp \right|.$$

(ii) Cruthaigh i gcás gach veicteoir \vec{r} agus \vec{s} go bhfuil

$$\left(\vec{r} - \vec{s} \right)^\perp = \vec{r}^\perp - \vec{s}^\perp.$$

2 (c) (i)

$$k \left| \vec{p}^\perp - \vec{q} \right| = \left| \vec{p}^\perp \right| - \left| \vec{q} \right| \Rightarrow k \left| -5\vec{i} + 12\vec{j} - 3\vec{i} - 4\vec{j} \right| = \left| -5\vec{i} + 12\vec{j} \right| - \left| 3\vec{i} + 4\vec{j} \right|.$$

$$\therefore k \left| -8\vec{i} + 8\vec{j} \right| = 13 - 5 \Rightarrow \sqrt{128}k = 8 \Rightarrow 8\sqrt{2}k = 8 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Botúin (-3)

B1 \vec{p}^\perp mícheart

B2 Earráid san fhoirmle le haghaidh norm veicteora

B3 Níl k i bhfoirm surda

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Norm q A2 \vec{p}^\perp amháin

Cuid (c) (ii)

10 marc

Iarr 3

2 (c) (ii) Bíodh $\vec{r} = a\vec{i} + b\vec{j}$ agus $\vec{s} = c\vec{i} + d\vec{j}$. $\therefore \vec{r} - \vec{s} = (a - c)\vec{i} + (b - d)\vec{j}$.

$$\left(\vec{r} - \vec{s} \right)^\perp = -(b - d)\vec{i} + (a - c)\vec{j}$$

$$\vec{r}^\perp - \vec{s}^\perp = -b\vec{i} + a\vec{j} - \left(-d\vec{i} + c\vec{j} \right) = -(b - d)\vec{i} + (a - c)\vec{j} = \left(\vec{r} - \vec{s} \right)^\perp.$$

Botúin (-3)

B1 \vec{r}^\perp mícheart

B2 Gan aon chonclúid nó conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Ingear gaolmhar amháin ceart

A2 $\vec{r} - \vec{s}$ arna shloinneadh i dtéarmaí \vec{i} agus \vec{j} A3 Luachanna uimhriúla le haghaidh \vec{r} agus \vec{s} oibrithe go hiomlán 'i gceart'

CEIST 3

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

3(a)

Faigh cothromóid na líne tríd an bpointe $(1, 0)$ a ghabhann freisin trí phointe trasnaithe na línte $2x - y + 6 = 0$ agus $10x + 3y - 2 = 0$.

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

3(a)

$$6x - 3y + 18 = 0$$

$$10x + 3y - 2 = 0$$

$$16x + 16 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ agus } y = 4.$$

$$(1, 0) \text{ agus } (-1, 4) \Rightarrow m = \frac{0 - 4}{1 + 1} = -2.$$

$$\therefore \text{Cothromóid na líne : } y - 0 = -2(x - 1) \Rightarrow 2x + y - 2 = 0.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle na fána

B2 Earráid i gcothromóid fhoirmle na líne

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Comhordanáid amháin de chuid an phointe trasnaithe

A2 $2x - y + 6 + \lambda(10x + 3y - 2) = 0$

Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (3, 3)
-----------------	-------------------------	--------------------

(b) (i) Cruthaigh go dtugtar tomhas ceann amháin de na huillinneacha idir dhá líne ar fánaí dóibh m_1 agus m_2 mar

$$\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}.$$

(ii) Faigh cothromóidí an dá líne a ghabhann tríd an bpointe $(6, 1)$ agus a dhéanann uillinn 45° leis an líne $x + 2y = 0$.

3 (b) (i)

Fána $L_1 = m_1$ agus fána $L_2 = m_2$.

Bíodh θ_1 agus θ_2 mar uillinneacha arna ndéanamh ag L_1 agus L_2 faoi seach le treo dearfach an x -ais.

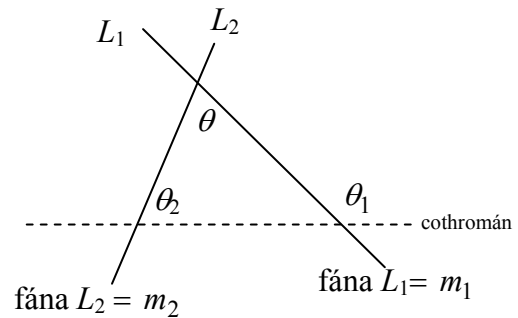
Ansin $\tan \theta_1 = m_1$ agus $\tan \theta_2 = m_2$

Cás 1: ($\theta_1 > \theta_2$)

$$\theta_1 = \theta + \theta_2 \Rightarrow \theta = \theta_1 - \theta_2.$$

$$\tan \theta = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}.$$



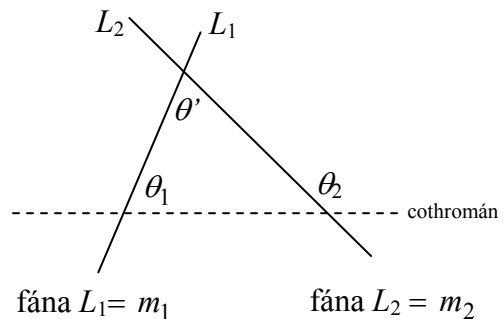
Cás 2: ($\theta_1 < \theta_2$)

$$\theta_2 = \theta' + \theta_1 \Rightarrow \theta' = -(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\tan \theta' = -\tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$

$$= -\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}.$$

Sa chás seo, is atá san uillinn eile idir na línte ná $\theta = 180^\circ - \theta'$, rud a thugann $\tan \theta = -\tan \theta'$.



* Cás amháin le glacadh le haghaidh marcanna iomlána

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le θ a shloinneadh i dtéarmaí θ agus θ_1

B2 Earráid maidir le forbairt $\tan(\theta_1 - \theta_2)$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $\theta_1 = \theta + \theta_2$ agus stopann

3 (b) (ii)

Maidir le $x + 2y = 0$ tá an fhána atá aige comhionann le $-\frac{1}{2}$.

$$\tan 45^\circ = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}, \text{ áit a bhfuil } m_2 = -\frac{1}{2}.$$

$$\therefore 1 = \pm \frac{m_1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}m_1} \Rightarrow 2 - m_1 = \pm(2m_1 + 1)$$

$$2 - m_1 = 2m_1 + 1 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{3} \text{ or } 2 - m_1 = -2m_1 - 1 \Rightarrow m_1 = -3.$$

$$y - 1 = \frac{1}{3}(x - 6) \text{ agus } y - 1 = -3(x - 6)$$

$$x - 3y = 3 \text{ agus } 3x + y = 19.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid san fhána
- B2 Toradh na bhfánaí $\neq -1$
- B3 Níl ann ach cothromóid amháin

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Fána $x + 2y = 0$
- A2 $\tan 45^\circ = 1$

(c) Is é f an claochlú $(x, y) \rightarrow (x', y')$, áit a bhfuil $x' = -x + 2y$ agus $y' = 2x - y$.

(i) Is é L an líne $ax + by + c = 0$. Cruthaigh gur líne í $f(L)$.

(ii) Is í an líne $y = mx$ a híomhá féin faoi f .
Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar m .

(c) (i) x agus y i dtéarmaí x' agus y'

5 mharc

Iarr 2

Ionadú

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

3 (c) (i)

$$x' = -x + 2y$$

$$2y' = 4x - 2y$$

$$x' + 2y' = 3x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}(x' + 2y')$$

$$y = 2x - y' \Rightarrow y = \frac{2}{3}(x' + 2y') - y' \Rightarrow y = \frac{1}{3}(2x' + y')$$

(Is feidhm í an coibhneas inbhéartach agus, dá bhrí sin, is léir gurb é atá in f ná feidhm dhétheilgeach, $\Pi_0 \rightarrow \Pi_0$.)

Is ionann tacar $f(L)$ agus tacar na bpointí iomlána (x', y') ar fíor ina leith $(x, y) \in L$.

$$ax + by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{3}(x' + 2y') + \frac{b}{3}(2x' + y') + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (a + 2b)x' + (2a + b)y' + 3c = 0.$$

$\therefore f(L)$ is líne é, (ó tharla gurb é atá ann ná tacar na bpointí iomlána a shásaíonn cothromóid na foirme $px + qy + r = 0$).

NÓ

(c) (i) f a chur i bhfeidhm ar fhoirm veicteora

5 mharc

Iarr 2

Ionadú

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

Is é L an claochlú $\{\vec{c} + t\vec{m} \mid t \in \mathbf{R}\}$, áit a bhfuil $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -c \\ b \end{pmatrix}$ agus $\vec{m} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.

\therefore Is é $f(L)$ an claochlú $\{f(\vec{c} + t\vec{m}) \mid t \in \mathbf{R}\}$
 $= \{f(\vec{c}) + tf(\vec{m}) \mid t \in \mathbf{R}\}$, ó tharla go bhfuil f líneach

Is líne é seo, ó tharla go bhfuil $f(\vec{m}) \neq \vec{0}$, (ó tharla go bhfuil $\det(f) = -3 \neq 0$, dá bhrí sin tá f in-inbhéartaithe.

Botúin (-3)

B1 Níl $f(L)$ san fhoirm $px + qy + r = 0$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhriochtúil

Iarrachtaí (2,2,2 mharc)

A1 Iarracht ar x nó y arna shloinneadh i dtéarmaí x' agus y'

(c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

3 (c) (ii)

$$(1, m) \in y = mx \text{ agus } f(1, m) = (-1 + 2m, 2 - m), f(0, 0) = (0, 0).$$

$$\therefore \frac{m}{1} = \frac{2 - m}{-1 + 2m} \text{ mar go bhfuil fána na líne agus fána na líne iomhá comhionann.}$$

$$\therefore -m + 2m^2 = 2 - m \Rightarrow 2m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm 1.$$

NÓ

(c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

$$y = mx \Leftrightarrow mx - y + 0 = 0, \text{ dá bhrí sin } a = m, b = -1, c = 0.$$

$$\text{Dá bhrí sin, de réir chuid (i), is é atá san íomhá ná } (m - 2)x' + (2m - 1)y' + 0 = 0$$

$$\text{Atheagraigh: } y' = \frac{-m + 2}{2m - 1} x'$$

$$\text{Is í seo an líne chéanna le } y = mx, \text{ dá bhrí sin } \frac{-m + 2}{2m - 1} = m.$$

$$\therefore -m + 2m^2 = 2 - m \Rightarrow 2m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm 1.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid in $f(1, m)$ nó a chomhionann

B2 Ní thugtar ach luach amháin do m

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Íomhá cheart d'aon phointe ar bith

A2 Cothromóid $y = mx$ faoi f

CEIST 4

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (10, 10) marc	Iarr (5, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (3, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
----------	---------	--------

$$\text{Taispeáin go bhfuil } (\cos \theta + \sin \theta)^2 + (\cos \theta - \sin \theta)^2 = 2$$

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
----------	---------	--------

4(a)

$$\begin{aligned}(\cos \theta + \sin \theta)^2 + (\cos \theta - \sin \theta)^2 &= \cos^2 \theta + 2\cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta \\ &= 2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = 2.\end{aligned}$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid maidir le cearnú
- B2 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \neq 1$
- B3 Conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Forbairt amháin ceart
- A2 Fíorú go hiomlán ceart

Cuid (b)	20 (15, 5) marc	Iarr (5, 2)
----------	-----------------	-------------

(b) Tá na sleasa ar thriantán áirithe 21, 17 agus 10 ar fad. Is é A an uillinn is lú sa triantán.

(i) Taispeáin go bhfuil $\cos A = \frac{15}{17}$.

(ii) Gan A a luacháil, faigh $\tan \frac{A}{2}$.

(b) (i)	15 marc	Iarr 5
---------	---------	--------

4 (b) (i)

Tá an uillinn is lú os comhair an taoibh is lú, dá bhrí sin glac leis go bhfuil $a = 10$.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{21^2 + 17^2 - 10^2}{2(21)(17)} = \frac{441 + 289 - 100}{714} = \frac{630}{714} = \frac{15}{17}.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid i bhfoirmle an Chomhshínis
- B2 Earráid san ionadú

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (5 mharc)

- A1 Roinnt luachanna ionadaithe isteach i bhfoirmle an Chomhshínis
- A2 *Comhshíneas* A arna shloinneadh i dtéarmaí sleasa triantáin

(b) (ii)

5 marc

Iarr 2

4 (b) (ii)

$$\cos A = \frac{15}{17} = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{A}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{A}{2}\right)} \Rightarrow 15 + 15\tan^2\left(\frac{A}{2}\right) = 17 - 17\tan^2\left(\frac{A}{2}\right).$$

$$\therefore 32\tan^2\left(\frac{A}{2}\right) = 2 \Rightarrow \tan^2\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{16} \Rightarrow \tan\frac{A}{2} = \frac{1}{4}, \text{ (dearfach, ó tharla go bhfuil } 0 < \frac{A}{2} < 90^\circ).$$

NÓ

(b) (ii)

5 marc

Iarr 2

4 (b) (ii)

$$\cos^2 A = \frac{1}{2}(1 + \cos 2A)$$

$$\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos A)$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{15}{17}\right) = \frac{16}{17}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \pm \frac{4}{\sqrt{17}}.$$

Ach $0 < \frac{A}{2} < \frac{\pi}{2}$, dá bhrí sin $\cos \frac{A}{2} = \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ i dtriantán dronuilleach

$$\begin{aligned} (\sqrt{17})^2 &= 4^2 + \text{opp}^2 \Rightarrow \text{opp} = 1 \\ &\Rightarrow \tan \frac{A}{2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle

B2 $\tan \frac{A}{2}$ diúltach

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Déantar $\tan \frac{A}{2}$ a ionadú i gceart

Cuid (c)

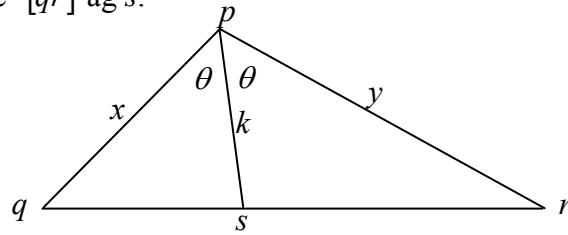
20 (10, 5, 5) marc

Iarr (3, 2, 2,)

(c) Buailéann déroinnteoir $\angle qpr$ le $[qr]$ ag s .

$$|\angle qpr| = 2\theta, |pq| = x,$$

$$|pr| = y \text{ and } |ps| = k.$$



(i) Faigh achar an triantáin pqs i dtéarmaí x, k agus θ .

(ii) Taispeáin go bhfuil $k = \frac{2xy \cos \theta}{x + y}$.

(c) (i)

10 mharc

Iarr 3

4 (c) (i)

$$\text{Achar an triantáin } pqs = \frac{1}{2} xk \sin \theta.$$

Botúin (-3)

B1 Níl an t-achar san fhoirm riachtanach

B2 $\frac{1}{2}$ Fágtha ar lár san fhoirmle

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Achar = $\frac{1}{2}$ Toradh dhá shlios x Síneas na huillinne a chuimsítear mar aon le roinnt ionadú

(c) (ii) Cothromóid a leagan amach

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

4 (c) (ii)

Achar an triantáin pqr = achar an triantán pqs + achar an triantáin psr .

$$\therefore \frac{1}{2} xy \sin 2\theta = \frac{1}{2} xk \sin \theta + \frac{1}{2} ky \sin \theta.$$

$$\Rightarrow 2xy \sin \theta \cos \theta = k \sin \theta (x + y) \Rightarrow k = \frac{2xy \cos \theta}{x + y}.$$

Botúin (-3)

B1 Forbairt mhícheart ar $\sin 2\theta$

B2 Earráidí sna fachtóirí

B3 Níl k san fhoirm riachtanach

B4 Níl aon chonclúid ná aon chonclúid ann

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2 mharc)

A1 Achar an triantáin pqr

CEIST 5

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

5 (a) Faigh gach aon réiteach ar an gcothromóid $\cos^2 x - \cos x = 0$, áit a bhfuil $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

5(a) $\cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(\cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0 \Rightarrow x = 90^\circ$ nó $\cos x = 1 \Rightarrow x = 0^\circ$

Is é an réiteach $\{0^\circ, 90^\circ\}$

Botúin (-3)

B1 Fachtóirí míchearta

B2 Gach luach atá mícheart

B3 Gach luach a fhágtar ar lár nó gach luach breise

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $\cos x = 0$ nó $\cos x - 1 = 0$

Cuid (b) **20 (5, 5, 5, 5) marc** **Iarr (2, 2, 2, 2)**

(b) Is feidhm í $f : x \rightarrow \sin^{-1} x$ atá sainithe le haghaidh $-1 \leq x \leq 1$.

(i) Déan cóip den tábla thíos a léiríonn luachanna ar f agus comhlánaigh é.

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$f(x)$			$-\frac{\pi}{6}$				

(ii) Tarraing graf $y = f(x)$ ar ghrafpháipéar, ag glacadh leis go bhfuil $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87$.

Scálaigh an y -ais i dtéarmaí π .

(iii) Luaigh cé acu fíor nó bréagach atá gach ceann de na ráitis a leanas agus bíodh fáth le do chuid freagraí.

A: “Má tá $\sin x_1 = \sin x_2$, ansin tá $x_1 = x_2$ ”.

B: “Má tá $\sin^{-1} x_1 = \sin^{-1} x_2$, ansin tá $x_1 = x_2$ ”.

(b) (i)

5 mharc

Iarr 2

5 (b) (i)

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$f(x)$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Sciorrthaí (-1)

S1 Gach iontráil mhícheart go huasmhéid 3

Iarrachtaí (2 mharc)

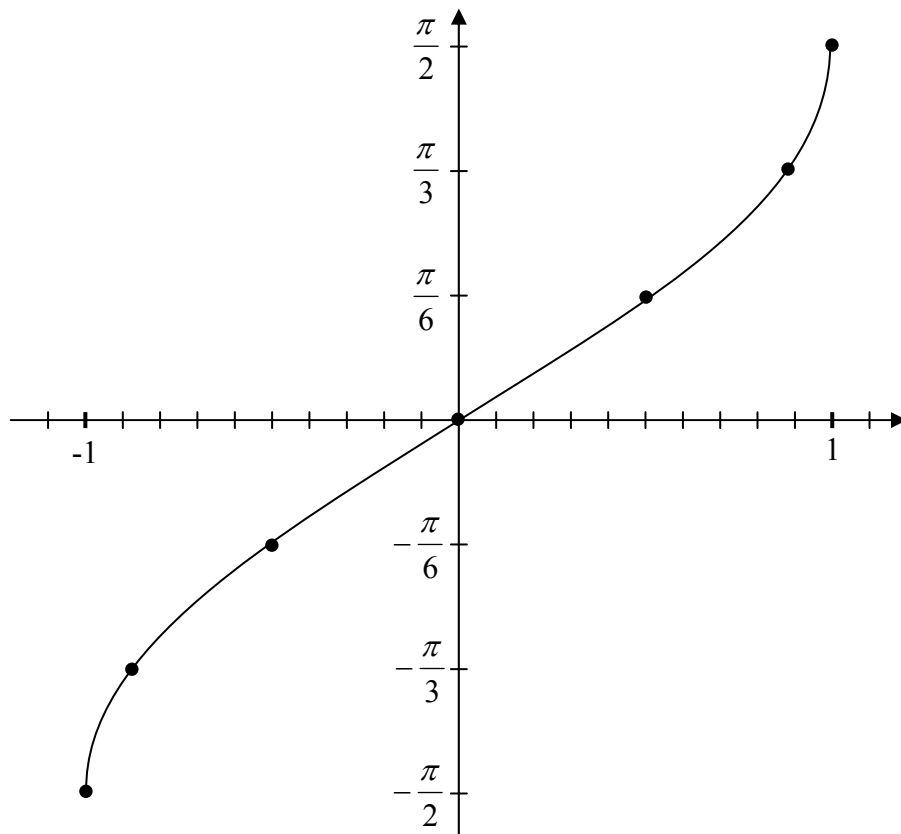
A1 Iontráil cheart amháin

(b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

5 (b) (ii)



Botúin (-3)

B1 x -ais scálaithe i dtéarmaí π (in ionad na y -aise)

B2 Earráid sna scálaí

B3 Gan na pointí a cheangal

Sciorrthaí (-1)

S1 Gach pointe a bhreactar go mícheart go huasmhéid 3

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Aiseanna agus cuid den scála ceart

A2 Pointe amháin léirithe i gceart

(b) (iii) A
B

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

5 (b) (ii)

Tá A Bréagach:

Mar shampla, tá $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$, agus tá $150^\circ \neq 30^\circ$
nó

Is féidir le líne chothrománach gearradh trí ghraf $y = \sin(x)$ níos mó ná uair amháin.

Tá B Fíor:

Ní féidir le líne chothrománach gearradh trí ghraf $y = \sin^{-1} x$ níos mó ná uair amháin.

nó

Tá \sin^{-1} ceartmhéadaitheach ar a fhearann féin

nó

Tá \sin^{-1} ina fheidhm dhétheilgeach

Botúin (-3)

B1 Freagra ceart gan aon fháth a thabhairt

B2 Freagra ceart, fáth mícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2 mharc)

A1 $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$ nó a chomhionann

(c) Is iad na tomhais atá ag bloc dronuilleogach

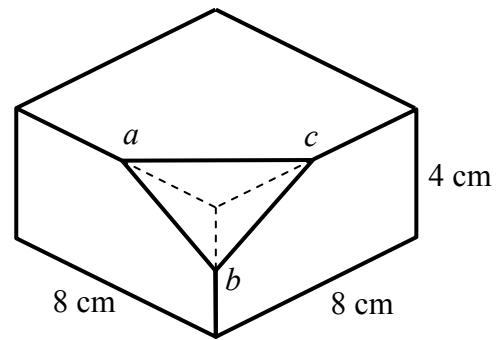
cáise ná $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$.

Déantar cúinne amháin a ghearradh den bhloc,

sa chaoi go ndéantar trí cinn de na himill

a ghearradh trína gcuid lárphointí a , b agus c .

Faigh achar na haghaidhe triantánaí abc
a chruthaítear leis an ngearradh.



(c) $|ab|$ nó $|bc|$

5 mharc

Iarr 2

$|ac|$

5 mharc

Iarr 2

Cos

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

5 (c)

$$|ab|^2 = 4^2 + 2^2 \Rightarrow |ab| = |bc| = \sqrt{20}.$$

$$|ac|^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow |ac| = \sqrt{32}.$$

$$\cos \angle abc = \frac{|ab|^2 + |bc|^2 - |ac|^2}{2|ab||bc|} = \frac{20 + 20 - 32}{40} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}.$$

$$\therefore \sin \angle abc = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Rightarrow \text{area triangle } abc = \frac{1}{2}|ab||bc|\sin \angle abc = \frac{1}{2}(\sqrt{20})(\sqrt{20})\frac{2\sqrt{6}}{5} = 4\sqrt{6} \text{ cm}^2.$$

NÓ

(c) $|ab|$ nó $|bc|$

5 mharc

Iarr 2

$|ac|$

5 mharc

Iarr 2

h

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

triantán comhchosach abc

Ag glacadh leis go bhfuil $|ac| = \sqrt{32}$ mar an mbonn, bíodh h mar airde ingearach.

$$\therefore (\sqrt{20})^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{32}\right)^2 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Achar } \Delta abc = \frac{1}{2}\sqrt{32} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

Botúin (-3)

B1 Píotagarás mícheart

B2 Ionadú mícheart isteach i bhfoirmle an Chomhshínis

B3 Tá foirmle an achair mícheart

B4 Ní ríomhtar an t-achar

B5 Déantar $\sin A$ a luacháil go mícheart ó $\cos A$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

S2 Fághtar aonaid ar lár

Iarrachtaí (2, 2, 2, 2 mharc)

A1 Úsáid mhícheart Phíotagaráis

A2 Roinnt ionadú isteach i bhfoirmle an Chomhshínis

CEIST 6

Cuid (a)	10 (5, 5) marc	Iarr (2, 2)
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 (5, 5) marc** **Iarr (2, 2)**

- (a) Mac léinn atá ar chúrsa litríochta, caithfidh sé trí úrscéal a léamh as liosta deich núrscéal.
- (i) Cé mhéad rogha éagsúil de thrí úrscéal is féidir a dhéanamh?
- (ii) Tá dhá úrscéal as na deich gcinn scríofa ag an údar céanna. Cé mhéad rogha is féidir a dhéanamh más mian leis an mac léinn trí úrscéal le húdair éagsúla a roghnú?

(a) (i) **5 mharc** **Iarr 2**

6 (a) (i) Líon na roghanna ná ${}^{10}C_3 = 120$

Botúin (-3)

B1 $10 \times 9 \times 8$

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 ${}^{10}C_x, x \in \mathbb{N}$

(a) (ii) **5 mharc** **Iarr 2**

6 (a) (ii) Líon na roghanna ná ${}^2C_1 \times {}^8C_2 + {}^8C_3 = 56 + 56 = 112$.
nó ${}^{10}C_3 - {}^8C_1 = 120 - 8 = 112$
nó ${}^9C_3 + {}^8C_2 = 84 + 28 = 112$

Botúin (-3)

B1 2C_1 nó a chomhionann ar iarraidh

B2 ${}^2C_1 \times {}^8C_2 \times {}^8C_3$

B3 ${}^2C_1 \times {}^8C_2$

B4 8C_1 nó 9C_3

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 8C_2 nó 8C_3 nó 8C_1

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

- (b) (i)** Cé mhéad slí éagsúil ar féidir le hochtar suí ina líne?
- (ii)** Suíonn triúr cailíní agus cúigear buachaillí ina líne go randamach. Faigh an dóchúlacht go mbeidh an triúr cailíní ina suí le chéile.
- (iii)** Suíonn triúr cailíní agus n buachaillí ina líne go randamach. Más é $\frac{1}{35}$ an dóchúlacht go bhfuil an triúr cailíní ina suí le chéile, faigh luach n .

Cuid (b) (i)

5 mharc

Iarr 2

6 (b) (i)

Tá an líon slite = 8!

Botúin (-3)

B1 8C_8 nó 8^8

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

Cuid (b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

6 (b) (ii)

Tá an líon slite a d'fhéadfadh a bheith ann = 8!

Tá an líon slite fabhracha = $6! \times 3!$

$$\text{Dóchúlacht} = \frac{6! \times 3!}{8!} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

Botúin (-3)

B1 An líon mícheart torthaí féideartha

B2 An líon mícheart torthaí fabhracha (e.g. $5! \cdot 3!$)

B3 $6! + 3!$

B4 $6! \times 3$

B5 Níl aon roinnteoir ann

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 An líon ceart torthaí fabhracha

A2 An líon ceart torthaí féideartha

6 (b) (iii)

Tá an líon slite cearta = $(n+3)!$.

Tá an líon slite fabhracha = $(n+1)! \times 3!$.

$$\therefore \text{Dóchúlacht} = \frac{(n+1)! \times 3!}{(n+3)!} = \frac{6}{(n+3)(n+2)}$$

$$\therefore \frac{6}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{35}$$

$$\therefore n^2 + 5n + 6 = 210 \Rightarrow n^2 + 5n - 204 = 0.$$

$$(n-12)(n+17) = 0 \Rightarrow n = 12, \text{ os rud } n \neq -17.$$

Is é an réiteach $n = 12$.

Botúin (-3)

- B1 An líon mícheart torthaí féideartha
- B2 An líon mícheart torthaí fabhracha
- B3 Earráid maidir le simpliú iolrán
- B4 Earráid i bhfachtóirí na cothromóide cearnaí

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil
- S2 Níl $n = -17$ fágtha ar lár

Iarrachtaí (2,2 mharc)

- A1 An líon ceart torthaí féideartha
- A2 An líon ceart torthaí fabhracha
- A3 Úsáid a bhaint as $n+1$

Cuid (c)

20 (5, 5, 10) marc

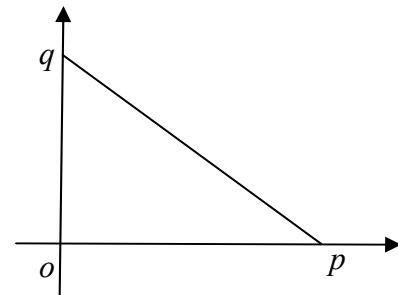
Iarr (2, 2, 3)

- (c) Slánuimhreacha is ea x agus y a roghnaítear go fánach sa chaoi go bhfuil $1 \leq x \leq 10$ agus $1 \leq y \leq 10$.

Is é p an pointe ar comhordanáidí dó $(x, 0)$ agus is é q an pointe ar comhordanáidí dó $(0, y)$.

Faigh an dóchúlacht go mbeidh

- (i) fána pq cothrom le -1
- (ii) fána pq níos mó ná -1
- (iii) fad $[pq]$ níos lú ná 5 nó cothrom leis.



Cuid (c) (i)
(ii)
(iii)

5 mharc
5 mharc
10 marc

Iarr 2
Iarr 2
Iarr 3

		x										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
(i) $\bigcirc = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	1	$\bigcirc\checkmark$	$\blacksquare\checkmark$	$\blacksquare\checkmark$	$\blacksquare\checkmark$	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	
	2	\checkmark	$\bigcirc\checkmark$	$\blacksquare\checkmark$	$\blacksquare\checkmark$	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	
	(ii) $\blacksquare = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$	3	\checkmark	\checkmark	$\bigcirc\checkmark$	$\blacksquare\checkmark$	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare
		4	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\bigcirc	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare
	(iii) $\checkmark = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$	5					\bigcirc	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare
		6						\bigcirc	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare
		7							\bigcirc	\blacksquare	\blacksquare	\blacksquare
		8								\bigcirc	\blacksquare	\blacksquare
		9									\bigcirc	\blacksquare
		10										\bigcirc

NÓ

Cuid (c) (i)

5 mharc

Iarr 2

6 (c) (i)

Tá fána $pq = \frac{y-0}{0-x} = -\frac{y}{x}$ agus $-\frac{y}{x} = -1$, áit a bhfuil $x = y$.

\therefore Is é atá sa líon torthaí fabhracha ná 10.

Is é atá sa líon torthaí féideartha ná $10 \times 10 = 100$.

\therefore Dóchúlacht = $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

Botúin (-3)

B1 $y \neq x$ intuigthe

B2 An líon mícheart torthaí féideartha

B3 An líon mícheart torthaí fabhracha

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 Liostaítear roinnt torthaí fabhracha
- A2 Liostaítear an líon iomlán torthaí

Cuid (c) (ii)

5 mharc

Iarr 2

6 (c) (ii)

$$pq = \frac{y-0}{0-x} = -\frac{y}{x}. \quad -\frac{y}{x} > -1 \Rightarrow \frac{y}{x} < 1 \Rightarrow y < x.$$

∴ Is é atá sa líon torthaí fabhracha ná $9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$.

Is é atá sa líon torthaí féideartha ná $10 \times 10 = 100$.

$$\therefore \text{Dóchúlacht} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}.$$

Botúin (-3)

- B1 Níl $y < x$ intuigthe
- B2 An líon mícheart torthaí féideartha
- B3 An líon mícheart torthaí fabhracha

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 Liostaítear torthaí fabhracha
- A2 Liostaítear an líon iomlán torthaí
- A3 Greille a tharraingt mar aon le roinnt nithe ábhartha

Cuid (c) (iii)

10 marc

Iarr 3

6 (c) (iii)

$$|pq| = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad |pq| \leq 5 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 25.$$

∴ Is iad na torthaí fabhracha

$x \in \{1, 2, 3, 4\}$ agus $y \in \{1, 2, 3, 4\}$ ach níl $x = 4$ agus $y = 4$ san áireamh.

∴ Is é atá sa líon torthaí fabhracha ná $(4 \times 4) - 1 = 15$.

Is é atá sa líon torthaí féideartha ná $10 \times 10 = 100$.

$$\therefore \text{Dóchúlacht} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}.$$

Botúin (-3)

- B1 Níl $x^2 + y^2 \leq$ nó a chomhionann intuigthe
- B2 An líon mícheart torthaí féideartha
- B3 An líon mícheart torthaí fabhracha

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Liostaítear roinnt torthaí fabhracha
- A2 Liostaítear an líon iomlán torthaí
- A3 Úsáid áirithe a bhaint as Píotagarás

CEIST 7

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

7 (a) Is iad na praghsanna ar cheithre earra i gciseán siopadóireachta ná €3, €5, €1 agus €6. Faigh meánphraghas ualaithe na n-earraí sin ag baint úsáide duit as na hualúcháin 2, 3, 4 agus 1 faoi seach.

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
-----------------	----------------	---------------

7(a)

$$\text{Meánphraghas ualaithe} = \frac{2(3) + 3(5) + 4(1) + 1(6)}{10} = \frac{31}{10} = €3.10.$$

Botúin (-3)

- B1 Tá suim na n-ualaí mícheart
- B2 Ainmneoir mícheart
- B3 $x + w$ in ionad xw i gcás gach téarma

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil
- S2 Siombail an airgeadra fágtha ar lár

Iarrachtaí (3 mharc)

- A1 Suim na n-ualaí

Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
-----------------	-----------------------------	--------------------------

- (b) (i)** Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 6u_{n+1} + 5u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 1$, ag glacadh le $u_1 = 0$ agus $u_2 = 20$.
- (ii)** Faigh slonn in n do shuim na dtéarmaí $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

Cuid (b) (i) Sainchothromóid	5 mharc	Iarr 2
u_n	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

7 (b) (i)

$$u_{n+2} - 6u_{n+1} + 5u_n = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0.$$

$$\therefore (x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ or } x = 5.$$

$$u_n = p(\alpha)^n + q(\beta)^n = p(1)^n + q(5)^n \Rightarrow u_n = p + q(5)^n.$$

$$u_1 = p + 5q = 0 \text{ agus } u_2 = p + 25q = 20.$$

$$\therefore 20q = 20 \Rightarrow q = 1 \text{ agus dá bhrí sin } p = -5.$$

$$\therefore u_n = -5 + 5^n.$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid le linn an chothromóid chearnach a leagan amach
- B2 Earráid le linn an chothromóid chearnach a réiteach
- B3 Earráid i dtéarma ginearálta
- B4 Earráid le linn p agus q a fháil

Sciorrthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2,2 mharc)

- A1 Ionadú isteach i bhfoirmle na cothromóide chearnach
- A2 Iarracht ar p nó q a fháil

Cuid (b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

7 (b) (ii)

$$\begin{aligned}u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n &= \sum u_n = -5n + \sum_{n=1}^n 5^n \\ &= -5n + \frac{5(5^n - 1)}{5 - 1} = -5n + \frac{5}{4}(5^n - 1)\end{aligned}$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid le linn sraith iolraíoch a fhoirmiú
- B2 Earráid i suim na sraithe iolraíoch
- B3 Míláimhseáil -5

Sciorrthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

- A1 Úsáid a bhaint as an bhfoirmle don tsuim go héigríoch le haghaidh sraith iolraíoch
- A2 Foirmle cheart mar aon le roinnt ionadú
- A3 Liostaítear 3 théarma chomhleantacha ar a laghad i gceart

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

- (c) Is é \bar{x} an meán agus σ_1 an diall caighdeánach atá ag an dá uimhir a agus b .
 Is é \bar{x} an meán agus σ_2 an diall caighdeánach atá ag na trí uimhir c, d agus e .
 Faigh diall caighdeánach na gcúig uimhir a, b, c, d agus e , i dtéarmaí σ_1 agus σ_2 .

Cuid (c) Sloinn le haghaidh σ_1 agus σ_2	5 mharc	Iarr 2
\bar{x} le haghaidh $(a, b$ agus $c, d, e)$ araon	5 mharc	Iarr 2
Meán a, b, c, d, e	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

7 (c)

$$\frac{a+b}{2} = \bar{x}, \quad \frac{c+d+e}{3} = \bar{x}.$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(a-\bar{x})^2 + (b-\bar{x})^2}{2}}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{(c-\bar{x})^2 + (d-\bar{x})^2 + (e-\bar{x})^2}{3}}.$$

$$\text{Meán } a, b, c, d, e = \frac{a+b+c+d+e}{5} = \frac{2\bar{x}+3\bar{x}}{5} = \bar{x}.$$

$$\begin{aligned} \text{Diall caighdeánach } a, b, c, d, e &= \sqrt{\frac{(a-\bar{x})^2 + (b-\bar{x})^2 + (c-\bar{x})^2 + (d-\bar{x})^2 + (e-\bar{x})^2}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{2\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2}{5}}. \end{aligned}$$

NÓ

Cuid (c) Sloinn le haghaidh σ_1 agus σ_2	5 mharc	Iarr 2
\bar{x} le haghaidh $(a, b$ agus $c, d, e)$ araon	5 mharc	Iarr 2
Meán a, b, c, d, e	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

$$\sum \frac{x^2}{n} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \bar{x}^2 \quad \text{agus} \quad \sigma_2^2 = \frac{c^2 + d^2 + e^2}{3} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ach } \frac{a+b}{2} = \bar{x} \text{ agus } \frac{c+d+e}{3} = \bar{x} \Rightarrow \frac{a+b+c+d+e}{5} = \frac{2\bar{x}+3\bar{x}}{5} = \bar{x}$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{5} - \bar{x}^2$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 5\bar{x}^2}{5}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2\bar{x}^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 3\bar{x}^2}{5}$$

$$= \frac{2\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2}{5}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2}{5}}$$

Botúin (-3)

- B1 Earráid sa mheán
- B2 Earráid sa diall caighdeánach

Sciorrthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2, 2, 2 mharc)

- A1 Meán ceart a agus b
- A2 Diall caighdeánach ceart amháin
- A3 Slonn do mheán a, b, c, d, e

CEIST 8

Cuid (a)	15 (5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2)
Cuid (b)	20 (15, 5) marc	Iarr (5, 2)
Cuid (c)	15 (5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2)

Cuid (a) 15 (5, 5, 5) marc Iarr (2, 2, 2)

8. (a) Bain feidhm as mírshuimeáil chun $\int xe^{4x} dx$ a fháil.

Cuid (a) Na míreanna a shannadh	5 mharc	Iarr 2
$\frac{du}{dx}$ agus v	5 mharc	Iarr 2
Críoch	5 mharc	Iarr 2

8(a)

$$\int xe^{4x} dx = uv - \int vdu, \text{ áit a bhfuil } u = x \Rightarrow du = dx \text{ agus } dv = e^{4x} dx \Rightarrow v = \frac{1}{4}e^{4x}.$$

$$\therefore \int xe^{4x} dx = \frac{1}{4}xe^{4x} - \int \frac{1}{4}e^{4x} dx = \frac{1}{4}xe^{4x} - \frac{1}{16}e^{4x} + c = \frac{e^{4x}}{16}(4x - 1) + c.$$

Botúin (-3)

- B1 Dífreáil nó suimeáil mhícheart
- B2 Foirmle mhícheart i gcomhair ‘na míreanna’

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil
- S2 Fágтар tairiseach na suimeála ar lár

Iarrachtaí (2,2,2 mharc)

- A1 Sannadh ceart amháin i bhfoirmle na míreanna
- A2 Dífreáil nó suimeáil cheart

Cuid (b)

20 (15, 5) marc

Iarr (5, 2)

- (b) (i) Díorthaigh na chéad cheithre théarma sa tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \sqrt{1+x}$.
- (ii) Ag glacadh leis go bhfuil an tsraith seo coinbhéirseach le haghaidh $-1 < x < 1$, bain feidhm as na ceithre théarma sin chun garluach ar $\sqrt{17}$ a fháil mar chodán.

(b) (i)

15 marc

Iarr 5

8 (b) (i)

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \dots$$

$$f(x) = \sqrt{1+x} \Rightarrow f(0) = 1.$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{2}.$$

$$f''(x) = -\frac{1}{4}(1+x)^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow f''(0) = -\frac{1}{4}.$$

$$f'''(x) = \frac{3}{8}(1+x)^{-\frac{5}{2}} \Rightarrow f'''(0) = \frac{3}{8}.$$

$$\therefore f(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + \dots$$

Botúin (-3)

- B1 Dífreáil mhícheart
B2 Luacháil mhícheart ar $f^{(n)}(0)$
B3 Gach téarma nach ndíorthaítear
B4 Earráid sa tsraith Maclaurin

Sciorrthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (5 mharc)

- A1 Tugtar forbairt cheart ar $f(x)$ ach ní dhíorthaítear í
A2 $f(0)$ ceart
A3 Dífreáil cheart
A4 Aon téarma atá ceart

(b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

8 (b) (ii)

$$\sqrt{17} = \sqrt{16+1} = 4\sqrt{1+\frac{1}{16}} = 4\sqrt{1+x}, \text{ for } x = \frac{1}{16}.$$

$$\therefore \sqrt{17} = 4\left[1 + \frac{1}{32} - \frac{1}{2048} + \frac{1}{65536} + \dots\right] = 4\left[\frac{67553}{65536}\right] = \frac{67553}{16382}.$$

Botúin (-3)

B1 Míláimhseáil $\sqrt{16+1}$

B2 Níl an freagra san fhoirm $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 17 mar shuim 16 agus 1 nó 17 mar shuim 9 agus 8

A2 An freagra i bhfoirm dheachúlach mar aon le hobair ábhartha

Cuid (c)

15 (5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2)

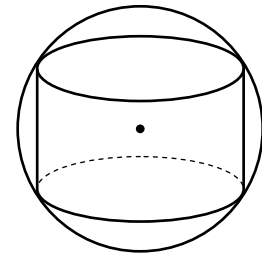
(c) Taispeántar sa léaráid sorcóir atá inscríofa i sféar.

Is é $2x$ airde an tsorcóra agus is é r a gha.

Tá ga tairiseach, a , ag an sféar.

(i) Sloinn r i dtéarmaí a agus x .

(ii) Faigh, i dtéarmaí a , an toirt is mó a d'fhéadfadh a bheith sa sorcóir.



(c) (i)

5 mharc

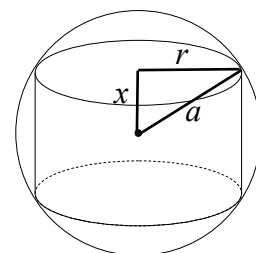
Iarr 2

8 (c) (i)

$$r^2 + x^2 = a^2$$

$$r^2 = a^2 - x^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{a^2 - x^2}$$



Botúin (-3)

B1 Earráid i dteoirim Phótagaráis

B2 Slios mícheart sa triantán

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 $a^2 = r^2 + x^2$

(c) (ii) Toirt i dtéarmaí x
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

8 (c) (ii)

Toirt an tsorcóra = $V = \pi r^2 h$.

$$\therefore V = \pi(a^2 - x^2)2x = 2\pi a^2 x - 2\pi x^3.$$

$$\frac{dV}{dh} = 2\pi a^2 - 6\pi x^2 = 0 \text{ maidir le huasmhéid nó íosmhéid. } \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\frac{d^2V}{dh^2} = -12\pi x < 0, \text{ le haghaidh } x = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \text{toirt uasta ag } x = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\therefore V = \pi \left(a^2 - \frac{a^2}{3} \right) \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{4\pi a^3}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{9}.$$

* níl $\frac{d^2V}{dh^2}$ riachtanach

Botúin (-3)

- B1 Earráid sa difreáil
- B2 Earráid maidir le x a fháil
- B3 Earráid sna séana

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2 mharc)

- A1 Cuid éigin den ionadú ceart isteach sa toirt
- A2 Roinnt den difreáil cheart
- A3 $\frac{dV}{dx} = 0$ á thaispeáint le haghaidh uasmhéid nó íosmhéid

CEIST 9

Cuid (a)	10 (5,5) marc	Iarr 2,2
Cuid (b)	20 (5,5,5,5) marc	Iarr 2,2,2,2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

9. (a) Teagmhais neamhspleácha is ea A agus B sa chaoi go bhfuil $P(A) = 0.25$ agus $P(A \cup B) = 0.55$.
Faigh $P(B)$.

Cuid (a) Riail neamhspleáchais

a chur i bhfeidhm
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

9(a)

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 \therefore P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\
 \therefore 0.55 &= 0.25 + P(B) - (0.25)P(B) \Rightarrow 0.75P(B) = 0.3 \\
 \therefore P(B) &= 0.4.
 \end{aligned}$$

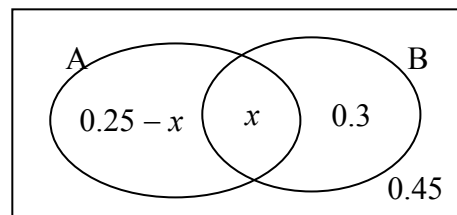
NÓ

A agus B neamhspleách $\Leftrightarrow A'$ agus B' neamhspleách.

$$\begin{aligned}
 P(A')P(B') &= P(A' \cap B') = P((A \cup B)') \\
 0.75P(B') &= 0.45 \\
 P(B') &= 0.6 \\
 P(B) &= 0.4
 \end{aligned}$$

NÓ

$$\begin{aligned}
 P(A \cap B) &= P(A)P(B) \\
 x &= (0.25)(0.3 + x) \\
 &= 0.075 + 0.25x \\
 0.75x &= 0.075 \\
 x &= 0.1 \\
 P(B) &= 0.4
 \end{aligned}$$



Botúin (-3)

- B1 $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$
 B2 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A) \cdot P(B)$

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2 mharc)

- A1 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

- (b) Is é atá i gceist i gcluiche a imríonn duine ná cúig fhonsa a chaitheamh le pionna. Léiríonn an tábla a leanas an dáileadh dóchúlachta don líon fonsaí a thuirling ar phionna.

x	0	1	2	3	4	5
$P(x)$	0.01	0.08	0.23	0.34	0.26	0.08

Faigh meán agus diall caighdeánach an dáilte.

Cuid (b) Meán

5 mharc

Iarr 2

Dialltaí

5 mharc

Iarr 2

$(x - \bar{x})^2 \cdot P(x)$ arna shloinneadh

5 mharc

Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

9(b)

$$\text{Meán} = \bar{x} = \sum_{x=0}^5 xP(x) = 0.08 + 0.46 + 1.02 + 1.04 + 0.4 = 3.$$

$$\text{Diall caighdeánach} = \sigma = \sqrt{\sum_{x=0}^5 (x - \bar{x})^2 \cdot P(x)}.$$

$$= \sqrt{(0-3)^2(0.01) + (1-3)^2(0.08) + (2-3)^2(0.23) + (3-3)^2(0.34) + (4-3)^2(0.26) + (5-3)^2(0.08)}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{0.09 + 0.32 + 0.23 + 0 + 0.26 + 0.32} = \sqrt{1.22}.$$

Botúin (-3)

B1 $\sum P(x)$ mícheart

B2 $\sum x$ ainmneoir in ionad an mheáin

B3 Úsáid $\sum (x + P(x))$

B4 Déantar mílámhseáil ar an diall

B5 Foirmle mhícheart don diall caighdeánach.

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2,2,2 mharc)

A1 Aon $x \cdot P(x)$ atá ceart

A2 Foirmle cheart mar aon le roinnt ionadú

A3 Aon diall atá ceart

(c) Ceaptar go bhfuil bonn claonta i bhfabhar aghaidheanna, de bhrí go bhfuil sé lúbtha beagán. Dá bhrí sin, caitear 100 uair é chun an hipitéis nialasach, go bhfuil an bonn cothrom, a thástáil i gcoinne na hipitéise malartaí go bhfuil an bonn claonta i bhfabhar aghaidheanna. Sa triail seo faightear 55 aghaidh.

(i) Taispeáin nach bhfuil an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5%.

(ii) Cé mhéad uair is gá an bonn a chaitheamh i dtriail i dtreo is go bhféadfaí a rá go mbeadh sé suntasach ag an leibhéal 5% go bhfaighfí 55% d'aghaidheanna?

(c) (i) σ

Críoch

5 mharc

5 mharc

Iarr 2

Iarr 2

9 (c) (i)

H_0 : tá an bonn cothrom.

Is tástáil aonfhoircneach í seo.

$$p = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}, n = 100. \quad \bar{x} = np = 50, \quad \sigma = \sqrt{npq} = 5.$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{55 - 50}{5} = 1.$$

$$z = 1 < 1.645.$$

\therefore Níl an toradh a faightear suntasach ag an leibhéal 5%.

Botúin (-3)

- B1 Luach mícheart p nó q
- B2 Foirmle mhícheart don mheán
- B3 Foirmle mhícheart don diall caighdeánach
- B4 Earráid sna haonaid chaighdeánacha
- B5 Tástáil dhéfhóircneach
- B6 Déanann na táblaí a mhíléamh
- B7 Conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2 mharc)

- A1 Luach ceart p nó q
- A2 Foirmle cheart don mheán mar aon le roinnt ionadú
- A3 Foirmle cheart don diall caighdeánach mar aon le roinnt ionadú
- A4 Sloinn cheart do na haonaid chaighdeánacha mar aon le roinnt ionadú

(c) (ii) Luach z
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

9 (c) (ii)

$$\bar{x} = np = \frac{n}{2}, \quad \sigma = \sqrt{npq} = \frac{\sqrt{n}}{2}.$$

$$z = \frac{\frac{55n}{100} - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}} = \frac{\frac{n}{10}}{\frac{\sqrt{n}}{2}} = \frac{\sqrt{n}}{10}.$$

$$\frac{\sqrt{n}}{10} > 1.645 \Rightarrow \sqrt{n} > 16.45 \Rightarrow n > 270.6.$$

\therefore 271 uaireanta.

Botúin (-3)

- B1 Luach mícheart p nó q
- B2 Foirmle mhícheart don mheán
- B3 Foirmle mhícheart don diall caighdeánach
- B4 Earráid sna haonaid chaighdeánacha
- B5 Míláimhseáiltéar 55%
- B6 Conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

- S1 Earráid uimhríochtúil
- S2 Stopann ag $n > 270.6$

Iarrachtaí (2,2 mharc)

- A1 Luach ceart p nó q
- A2 Roinnt ionadú do na haonaid chaighdeánacha

CEIST 10

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

10. (a) Más é a an t-iomalartú $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, faigh $a \circ a$.

10(a)

$$a \circ a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Botúin (-3)

B1 Gach ball atá mícheart (uasmhéid 2)

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhriochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 Iomalartú neamhiomlán

A2 Ball ceart amháin agus ceann eile athluaite

Cuid (b) **20 (5, 5, 5, 5) marc** **Iarr (2, 2, 2, 2)**

(b) Is grúpa é an tacar $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ faoi iolrú modulo 9.

- (i)** Leag amach tábla Cayley don ghrúpa.
- (ii)** Faigh gineadóir de chuid an ghrúpa.
- (iii)** Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh foghrúpa ar ord dó 2 agus foghrúpa ar ord dó 3.

(b) (i) **5 mharc** **Iarr 2**

10 (b) (i)

$\times \text{ mod } 9$	1	2	4	5	7	8
1	1	2	4	5	7	8
2	2	4	8	1	5	7
4	4	8	7	2	1	5
5	5	1	2	7	8	4
7	7	5	1	8	4	2
8	8	7	5	4	2	1

Botúin (-3)

B1 Ní dhéantar dúnadh

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

S 2 Gach iontráil mhícheart go huasmhéid 3

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Tábla neamhiomlán

(b) (ii)

5 mharc

Iarr 2

10 (b) (ii)

is gineadóir é 5 $5^1 = 5, 5^2 = 7, 5^3 = 8, 5^4 = 4, 5^5 = 2, 5^6 = 1.$

nó is gineadóir é 2 freisin $2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 7, 2^5 = 5, 2^6 = 1$

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le gineadóir a shainaithint

B2 Gan an ball ionannais nó ball eile a bheith ar taispeáint i dtéarmaí an ghineadóira

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Sainaithnítear gineadóir ach ní léirítear é le haghaidh aon bhaill

A2 Déantar iarracht chun gineadóir a bhunú

Cuid (b) (iii)

10 (5, 5) marc

Iarr (2, 2)

10 (b) (ii)

Is é atá i bhfoghruipa ord 2 ná $\{1, 8\}.$

Is é atá i bhfoghruipa ord 3 ná $\{1, 4, 7\}$

Botúin (-3)

B1 Ball mhícheart san fhoghrúpa

Sciorrthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2 mharc)

A1 Is é an ball ionannais an t-aon bhall ceart

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

(c) Dhá ghrúpa is é (G, \circ) agus $(H, *)$ ar céannachtaí dóibh e_G agus e_H faoi seach.

Más iseamorfacht é $\phi: G \rightarrow H$, cruthaigh go bhfuil

(i) $\phi(e_G) = e_H$.

(ii) $\phi(x^{-1}) = [\phi(x)]^{-1}$, le haghaidh gach $x \in G$.

(c) (i) Comhfhreagracht a bhunú
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

10 (c) (i)

Bíodh $x \in G$.

$$\phi(x \circ e_G) = \phi(x) * \phi(e_G), \text{ mar gheall ar iseamorfacht.}$$

$$\phi(x) = \phi(x) * \phi(e_G), \text{ as } x \circ e_G = x.$$

\Rightarrow is é $\phi(e_G)$ an ball ionannais (an chéannacht) in $(H, *)$.

$$\therefore \phi(e_G) = e_H.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid maidir le comhfhreagracht a bhunú in oibreoirí

B2 Níl aon chonclúid ann

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2 mharc)

A1 $x \circ e_G = x$

(c) (ii) Comhfhreagracht a bhunú
Críoch

5 mharc
5 mharc

Iarr 2
Iarr 2

10 (c) (ii)

$$\phi(x \circ x^{-1}) = \phi(x) * \phi(x^{-1}).$$

$$\therefore \phi(e_G) = \phi(x) * \phi(x^{-1}) \Rightarrow \text{is inbhéartaí iad } \phi(x) \text{ agus } \phi(x^{-1}).$$

$$\therefore \phi(x^{-1}) = [\phi(x)]^{-1}.$$

Botúin (-3)

B1 $x \circ x^{-1} \neq e_G$ nó a chomhionann

B2 Ní thaispeántar gur inbhéartaí iad $\phi(x)$ agus $\phi(x^{-1})$

B3 Níl aon chonclúid ann

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2,2 mharc)

A1 $x \circ x^{-1} = e$

CEIST 11

Cuid (a)	10 marc	Iarr 3
Cuid (b)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)
Cuid (c)	20 (5, 5, 5, 5) marc	Iarr (2, 2, 2, 2)

Cuid (a) **10 marc** **Iarr 3**

(a) Faigh cothromóid an éilips ar fócais dó $(\sqrt{7}, 0)$ agus $(-\sqrt{7}, 0)$ agus ar éalárnacht dó $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

11(a)

$$e = \frac{\sqrt{7}}{4} \text{ agus } ae = \sqrt{7} \Rightarrow a = 4.$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2) = 16\left(1 - \frac{7}{16}\right) = 9.$$

$$\therefore \text{éilips: } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (3 mharc)

A1 $ae = \sqrt{7}$ agus stopann

Cuid (b)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

- (b) Is claochlú cosúlachta é an claochlú f má tá uimhir thairiseach k ann sa chaoi go bhfuil $|f(a)f(b)| = k|ab|$, le haghaidh gach a agus b .

Taispeáin go bhfuil tomhas na huillinne do-athraitheach faoi chlaochlú cosúlachta.

Cuid (b) sainítear f

5 mharc

Iarr 2

Cos $\angle \phi$

5 mharc

Iarr 2

Úsáid k^2

5 mharc

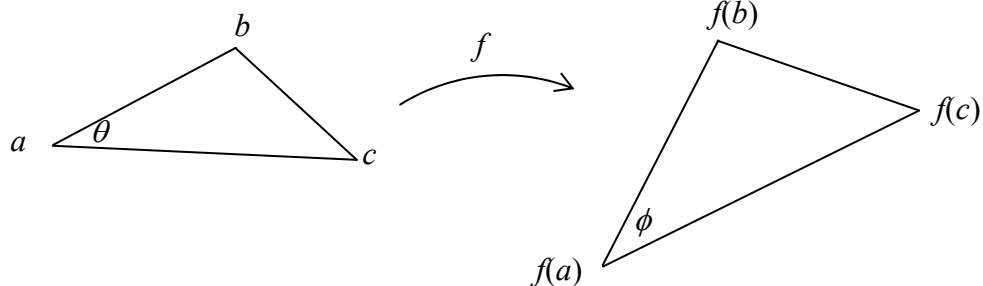
Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

11(b)



Déantar an triantán abc a mhapáil ar thriantán $f(a)f(b)f(c)$ faoi chlaochlú cosúlachta f .
Déantar $\angle \theta$ a mhapáil ar $\angle \phi$.

$$\cos \angle \phi = \frac{|f(a)f(b)|^2 + |f(a)f(c)|^2 - |f(b)f(c)|^2}{2|f(a)f(b)||f(a)f(c)|} = \frac{k^2|ab|^2 + k^2|ac|^2 - k^2|bc|^2}{2k^2|ab||ac|}$$

$$\therefore \cos \angle \phi = \frac{|ab|^2 + |ac|^2 - |bc|^2}{2|ab||ac|} = \cos \angle bac = \cos \angle \theta$$

$$\therefore |\angle \theta| = |\angle \phi| \text{ uillinneacha sa cheathrú chéanna}$$

Dá bhrí sin, tá tomhas na huillinne do-athraitheach faoi chlaochlú cosúlachta.

Botúin (-3)

B1 Earráid i bhfoirmle an chomhshínis

B2 Ní shaináithnítear $|f(a)f(b)| = k|ab|$ nó a chomhionann

B3 Gan aon chonclúid nó conclúid mhícheart

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2, 2, 2 mharc)

A1 Cos \emptyset mar aon le roinnt ionadú

Cuid (c)

20 (5, 5, 5, 5) marc

Iarr (2, 2, 2, 2)

- (c) (i) Sainmhínigh an téarma *lárínte comhchuingeacha* éilips.

- (ii) Cruthaigh gur ar comhachar a bhíonn na comhthreomharáin uile a imscríobhtar ag na foircinn ar lárínte comhchuingeacha éilips.

(c) (i)

5 mharc

Iarr 2

11 (c) (i) Más é $|pq|$ trastomhas éilips E , ansin tá dara trastomhas ann, is é sin $|rs|$, ionas go ndéoinneann $|pq|$ cordaí uile E ar línte atá comhthreomhar le $|rs|$ agus vice versa.
Is é a thugtar ar $|pq|$ agus ar $|rs|$ ná *lár línte comhchuingeacha* an éilips.

Botúin (-3)

B1 Ní thaispeántar airí comhthreomhar

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2 mharc)

A1 Léaráid ábhartha neamhiomlán

Cuid (c) (ii) f

5 mharc

Iarr 2

f^{-1}

5 mharc

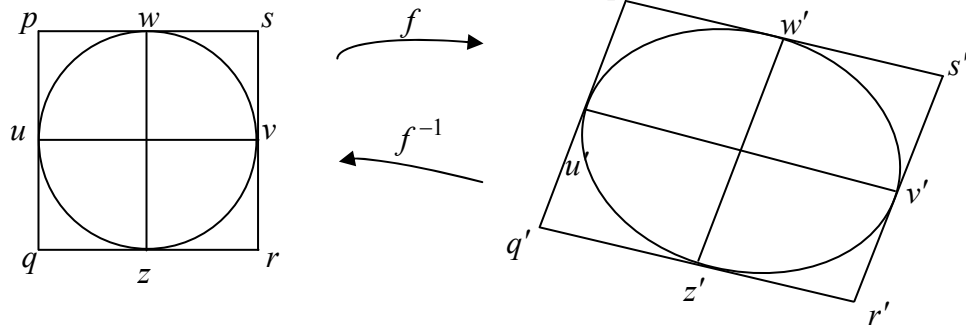
Iarr 2

Críoch

5 mharc

Iarr 2

11 (c) (ii)



Is é atá in $[u'v']$ agus $[w'z']$ ná lár línte comhchuingeacha an éilips E .

Foirmíonn tadhlaithe ag a bhfoircinn an comhthreomharán $p'q'r's'$.

Faoi chlaochlú fineach f^{-1} , mapáiltear an éilips ar an gciorcail $x^2 + y^2 = 1$ agus mapáiltear $p'q'r's'$ ar $pqrs$.

Is é atá in $[uv]$ agus $[wz]$ ná lár línte comhchuingeacha an chiorcail agus $uv \perp wz$.

Tá achar seasta 4 aonad chearnacha sa chearnóg $pqrs$.

\therefore Tá achar $p'q'r's' = |\det(f)| \cdot \text{achar } pqrs = 4 \det(f)$.

Ach tá $\det(f)$ tairiseach \Rightarrow tá achar $p'q'r's'$ tairiseach.

\therefore Tá achar gach comhthreomharáin combhionann ag foircinn lár línte comhchuingeacha éilips.

Botúin (-3)

B1 Ní shaináithnítear go bhfuil lár línte comhchuingeacha chiorcail ingearach

B2 Ní shaináithnítear go bhfuil $\det(f)$ tairiseach agus/nó go bhfuil achar $pqrs$ tairiseach

Sciorthaí (-1)

S1 Earráid uimhríochtúil

Iarrachtaí (2, 2, 2 mharc)

A1 Roinnt den mhapáil ábhartha

MARCANNA BREISE AS UCHT FREAGAIRT TRÍ GHAEILGE

(Bonus marks for answering through Irish)

Ba chóir marcanna de réir an ghnáthráta a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don pháipéar. Ba chóir freisin an marc bónais sin a shlánú **síos**.

Déantar an cinneadh agus an ríomhaireacht faoin marc bónais i gcás gach páipéir ar leithligh.

Is é 5% an gnáthráta agus is é 300 iomlán na marcanna don pháipéar. Mar sin, bain úsáid as an ngnáthráta 5% i gcás iarrthóirí a ghnóthaíonn 225 marc nó níos lú, e.g. $198 \text{ marc} \times 5\% = 9.9 \Rightarrow$ bónas = 9 marc.

Má ghnóthaíonn an t-iarrthóir níos mó ná 225 marc, ríomhtar an bónas de réir na foirmle $[300 - \text{bunmharc}] \times 15\%$, agus an marc bónais sin a shlánú **síos**. In ionad an ríomhaireacht sin a dhéanamh, is féidir úsáid a bhaint as an tábla thíos.

Bunmharc	Marc Bónais
226	11
227 – 233	10
234 – 240	9
241 – 246	8
247 – 253	7
254 – 260	6
261 – 266	5
267 – 273	4
274 – 280	3
281 – 286	2
287 – 293	1
294 – 300	0

