



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2009

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 (300 marc)

DÉ hAOINE, 5 MEITHEAMH – MAIDIN, 9.30 go dtí 12.00

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

1. (a) Faigh luach $\frac{x}{y}$ nuair atá $\frac{2x+3y}{x+6y} = \frac{4}{5}$.

(b) Bíodh $f(x) = x^2 - 7x + 12$.

(i) Más fíor $f(x+1) \neq 0$, taispeáin gur féidir $\frac{f(x)}{f(x+1)}$ a shimpliú go $\frac{x-4}{x-2}$.

(ii) Faigh an raon luachanna ar x ar fíor ina leith $\frac{f(x)}{f(x+1)} > 3$.

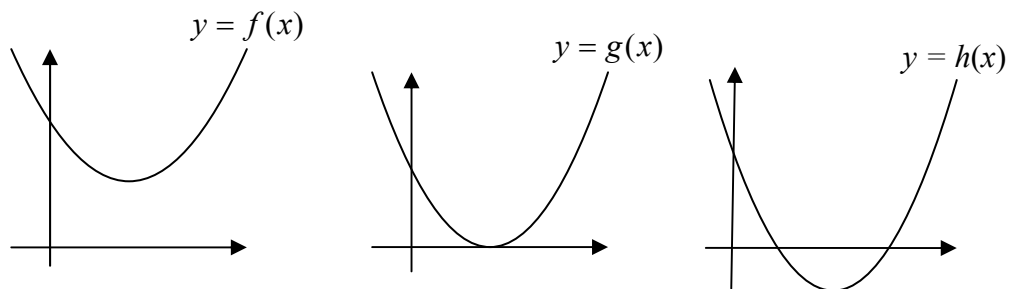
(c) Agus tú ag glacadh leis gur fachtóir é $x-c+1$ de $x^2 - 5x + 5cx - 6b^2$, sloinn c i dtéarmaí b .

2. (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$x - y + 8 = 0$$

$$x^2 + xy + 8 = 0.$$

(b) (i) Taispeántar thíos na graif atá ag trí fheidhm chearnacha, f , g agus h .



I ngach cás, luaigh cén sórt iad fréamhacha na feidhme.

(ii) Tá fréamhacha réadacha cothroma ag an gcothromóid $kx^2 + (1-k)x + k = 0$.
Faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar k .

(c) (i) Fréamh amháin de chuid $px^2 + qx + r = 0$, tá sí n uair chomh mór leis an bhfréamh eile. Sloinn r i dtéarmaí p , q agus n .

(ii) Tá fréamh amháin de chuid $x^2 + qx + r = 0$ cúig uaire chomh mór leis an gceann eile. Más slánuimhreacha deimhneacha iad q agus r , déan amach tacar na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar q .

3. (a) Tá $z_1 = a + bi$ agus $z_2 = c + di$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.
Taispeáin go bhfuil $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$, áit arb é \bar{z} comhchuingeach coimpléascach z .
- (b) Bíodh $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.
- (i) Sloinn A^3 san fhoirm $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{Z}$.
- (ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh A^{17} .
- (c) (i) Bain úsáid as teoirim De Moivre chun a chruthú go bhfuil $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$.
- (ii) Uaidh sin, faigh $\int \sin^3\theta d\theta$.
4. (a) Trí théarma leantacha de shraith chomhbhreise iad $4x+11$, $2x+11$, agus $3x+17$.
Faigh luach x .
- (b) (i) Taispeáin go bhfuil $\frac{2}{r^2-1} = \frac{1}{r-1} - \frac{1}{r+1}$, áit a bhfuil $r \neq \pm 1$.
- (ii) Uaidh sin, faigh $\sum_{r=2}^n \frac{2}{r^2-1}$.
- (iii) Uaidh sin, luacháil $\sum_{r=2}^{\infty} \frac{2}{r^2-1}$.
- (c) Is é a an chéad téarma i seicheamh iolraíoch críochna, agus is é r an comhiolraitheoir.
Tá $2m+1$ téarma sa seicheamh, áit a bhfuil $m \in \mathbf{N}$.
- (i) Scríobh síos an téarma deireanach, i dtéarmaí a , r , agus m .
- (ii) Scríobh síos an lárthéarma, i dtéarmaí a , r , agus m .
- (iii) Taispeáin go bhfuil iolrach na dtéarmaí go léir sa seicheamh cothrom leis an lárthéarma agus é ardaithe i gcumhacht arb ionann í agus líon na dtéarmaí.

5. (a) Réitigh le haghaidh x : $x - 2 = \sqrt{3x - 2}$.

(b) Cruthaigh trí ionductú, le haghaidh gach slánuimhir dheimhneach n , gur fachtóir é 5 de $n^5 - n$.

(c) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$\log_3 x + \log_3 y = 2$$

$$\log_3(2y - 3) - 2\log_9 x = 1.$$

6. (a) Dífreáil $\sin(3x^2 - x)$ i leith x .

(b) (i) Dífreáil \sqrt{x} i leith x , ó bhunphrionsabail.

(ii) Tá corp ag gabháil ina líne dhíreach sa chaoi go dtugtar a fhad ó phointe fosaithe mar $s = \sqrt{t^2 + 1}$, áit a bhfuil s ina mhéadair agus t ina shoicindí. Faigh luas an choirp nuair $t = 5$ shoicind.

(c) Is é an chothromóid atá ag cuar áirithe ná $y = \frac{2}{x-3}$.

(i) Scríobh síos cothromóidí na n-asamtóití agus uaidh sin déan sceitse den chuar.

(ii) Cruthaigh nach mbíonn aon dá thadhlaí leis an gcuar ingearach lena chéile.

7. (a) Is é an chothromóid atá ag cuar áirithe ná $x^2 - y^2 = 25$. Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

(b) Sainmhínítear cuar leis na cothromóidí paraiméadracha

$$x = \frac{3t}{t^2 - 2} \text{ agus } y = \frac{6}{t^2 - 2}, \text{ áit a bhfuil } t \neq \pm\sqrt{2}.$$

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí t .

(ii) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe a thugtar ag $t = 2$.

(c) Níl ach fréamh réadach amháin ag an bhfeidhm $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$.

(i) Taispeáin go bhfuil an fhréamh lonnaithe idir 2 agus 3.

Tá Áine agus Barra ag úsáid modh Newton-Raphson chun meastachán a dhéanamh ar an bhfréamh. Tá Áine ag tosú le 2 mar an chéad mheastachán agus tá Barra ag tosú le 3.

(ii) Taispeáin go bhfuil meastachán tosaigh Áine níos cóngaraí don fhréamh ná meastachán tosaigh Bharra.
(Is é sin, taispeáin go bhfuil an fhréamh níos lú ná 2.5.)

(iii) Taispeáin, áfach, go mbeidh an chéad mheastachán eile ag Barra níos cóngaraí don fhréamh ná an ceann a bheidh ag Áine.

8. (a) Faigh $\int \left(6x + 3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$.

(b) Luacháil (i) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin x \, dx$ (ii) $\int_{\ln 3}^{\ln 8} e^x \sqrt{1 + e^x} \, dx$

(c) Bain úsáid as modhanna suimeála chun an fhoirmle chaighdeánach do thoirt cóin a bhunú.

Leathanach Bán

Leathanach Bán

Leathanach Bán