



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2009

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 8 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair CÚIG cheist as **Roinn A** agus ceist AMHÁIN as **Roinn B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chúí a lua sna freagraí,
nuair is ábhartha iad.

ROINN A
Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

1. (a) Taispeáin, le haghaidh gach luach ar $t \in \mathbf{R}$, go luíonn an pointe $\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2} \right)$ ar an gciorcal $x^2 + y^2 = 1$.
- (b) (i) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gciorcal $x^2 + y^2 = 10$ ag an bpointe $(3, 1)$.
- (ii) Faigh na luachanna ar $k \in \mathbf{R}$ ar fíor ina leith gur tadhlaí leis an gciorcal $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 50$ í an líne $x - y + k = 0$.
- (c) Trasnaíonn dhá chiorcal a chéile ag $p(2, 0)$ agus ag $q(-2, 8)$. Is é $\sqrt{20}$ an fad ó lárphointe gach ciorcail acu go dtí an corda comónta $[pq]$.
Faigh cothromóidí an dá chiorcal.

2. (a) Má tá $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ agus $\vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$, faigh an t-aonadveicteoir sa treo \vec{ab} .

- (b) Sa triantán abc , pointe ar an slios $[bc]$ is ea p . Luíonn an pointe q lasmuigh den triantán sa chaoi go bhfuil $\vec{pq} = \vec{pb} + \vec{pc} - \vec{pa}$.

- (i) Sloinn \vec{q} i dtéarmaí \vec{a} , \vec{b} agus \vec{c} .

- (ii) Uaidh sin, taispeáin gur comhthreomharán é $abqc$.

- (c) (i) Tá $\vec{p} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$ agus $\vec{q} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

Faigh luach an scálaigh k ar fíor ina leith

$$k \left| \vec{p}^\perp - \vec{q} \right| = \left| \vec{p}^\perp \right| - \left| \vec{q} \right|.$$

- (ii) Cruthaigh i gcás gach veicteoir \vec{r} agus \vec{s} go bhfuil

$$\left(\vec{r} - \vec{s} \right)^\perp = \vec{r}^\perp - \vec{s}^\perp.$$

3. (a) Faigh cothromóid na líne tríd an bpointe $(1, 0)$ a ghabhann freisin trí phointe trasnaithe na línte $2x - y + 6 = 0$ agus $10x + 3y - 2 = 0$.

(b) (i) Cruthaigh go dtugtar tomhas ceann amháin de na huillinneacha idir dhá líne ar fánaí dóibh m_1 agus m_2 mar

$$\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}.$$

(ii) Faigh cothromóidí an dá líne a ghabhann tríd an bpointe $(6, 1)$ agus a dhéanann uillinn 45° leis an líne $x + 2y = 0$.

(c) Is é f an claochlú $(x, y) \rightarrow (x', y')$, áit a bhfuil $x' = -x + 2y$ agus $y' = 2x - y$.

(i) Is é L an líne $ax + by + c = 0$. Cruthaigh gur líne í $f(L)$.

(ii) Is í an líne $y = mx$ a híomhá féin faoi f .
Faigh an dá luach a d'fhéadfadh a bheith ar m .

4. (a) Taispeáin go bhfuil $(\cos \theta + \sin \theta)^2 + (\cos \theta - \sin \theta)^2 = 2$.

(b) Tá na sleasa ar thriantán áirithe 21, 17 agus 10 ar fad.
Is é A an uillinn is lú sa triantán.

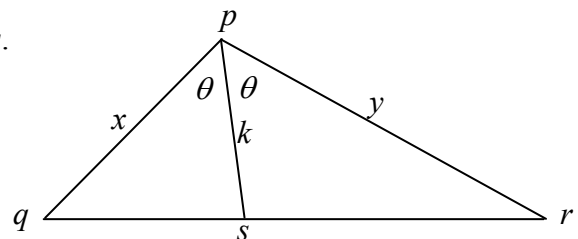
(i) Taispeáin go bhfuil $\cos A = \frac{15}{17}$.

(ii) Gan A a luacháil, faigh $\tan \frac{A}{2}$.

(c) Buailéann déroinnteoir $\angle qpr$ le $[qr]$ ag s .

Tá $|\angle qpr| = 2\theta$, $|pq| = x$,

$|pr| = y$ agus $|ps| = k$.



(i) Faigh achar an triantáin pqs i dtéarmaí x , k agus θ .

(ii) Taispeáin go bhfuil $k = \frac{2xy \cos \theta}{x + y}$.

5. (a) Faigh gach aon réiteach ar an gcothromóid $\cos^2 x - \cos x = 0$, áit a bhfuil $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.
- (b) Is feidhm í $f : x \rightarrow \sin^{-1} x$ atá sainithe le haghaidh $-1 \leq x \leq 1$.

(i) Déan cóip den tábla thíos a léiríonn luachanna ar f agus comhlánaigh é.

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$f(x)$			$-\frac{\pi}{6}$				

(ii) Tarraing graf $y = f(x)$ ar ghrafpháipéar, ag glacadh leis go bhfuil $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87$.
Scálaigh an y -ais i dtéarmaí π .

(iii) Luaigh cé acu fíor nó bréagach atá gach ceann de na ráitis a leanas agus bíodh fáth le do chuid freagraí.

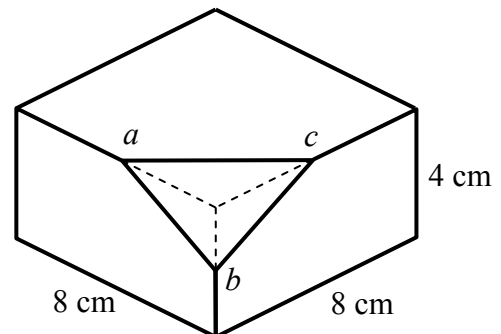
A: “Má tá $\sin x_1 = \sin x_2$, ansin tá $x_1 = x_2$ ”.

B: “Má tá $\sin^{-1} x_1 = \sin^{-1} x_2$, ansin tá $x_1 = x_2$ ”.

(c) Is iad na tomhais atá ag bloc dronuilleogach cáise ná $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$.

Déantar cúinne amháin a ghearradh den bhloc, sa chaoi go ndéantar trí cinn de na himill a ghearradh trína gcuid lárphointí a , b agus c .

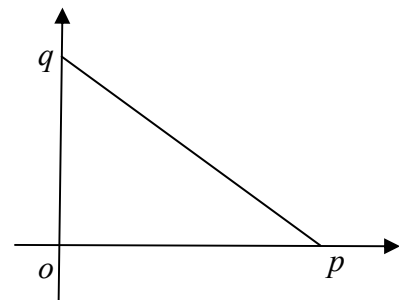
Faigh achar na haghaidhe triantánaí abc a chruthaítear leis an ngearradh.



6. (a) Mac léinn atá ar chúrsa litríochta, caithfidh sé trí úrscéal a léamh as liosta deich n-úrscéal.
- (i) Cé mhéad rogha éagsúil de thrí úrscéal is féidir a dhéanamh?
- (ii) Tá dhá úrscéal as na deich gcinn scríofa ag an údar céanna. Cé mhéad rogha is féidir a dhéanamh más mian leis an mac léinn trí úrscéal le húdair éagsúla a roghnú?
- (b) (i) Cé mhéad slí éagsúil ar féidir le hochtar suí ina líne?
- (ii) Suíonn triúr cailíní agus cúigear buachaillí ina líne go randamach. Faigh an dóchúlacht go mbeidh an triúr cailíní ina suí le chéile.
- (iii) Suíonn triúr cailíní agus n buachaillí ina líne go randamach. Más é $\frac{1}{35}$ an dóchúlacht go bhfuil an triúr cailíní ina suí le chéile, faigh luach n .
- (c) Slánuimhreacha is ea x agus y a roghnaítear go fánach sa chaoi go bhfuil $1 \leq x \leq 10$ agus $1 \leq y \leq 10$. Is é p an pointe ar comhordanáidí dó $(x, 0)$ agus is é q an pointe ar comhordanáidí dó $(0, y)$.

Faigh an dóchúlacht go mbeidh

- (i) fána pq cothrom le -1
- (ii) fána pq níos mó ná -1
- (iii) fad $[pq]$ níos lú ná 5 nó cothrom leis.

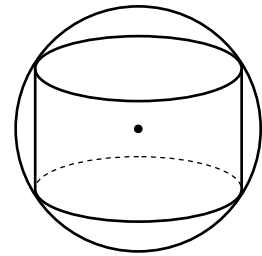


7. (a) Is iad na praghsanna ar cheithre earra i gciseán siopadóireachta ná €3, €5, €1 agus €6. Faigh meánphraghas ualaithe na n-earraí sin ag baint úsáide duit as na hualúcháin 2, 3, 4 agus 1, faoi seach.
- (b) (i) Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 6u_{n+1} + 5u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 1$, ag glacadh le $u_1 = 0$ agus $u_2 = 20$.
- (ii) Faigh slonn in n do shuim na dtéarmaí $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.
- (c) Is é \bar{x} an meán agus σ_1 an diall caighdeánach atá ag an dá uimhir a agus b . Is é \bar{x} an meán agus σ_2 an diall caighdeánach atá ag na trí uimhir c , d agus e . Faigh diall caighdeánach na gcúig uimhir a , b , c , d agus e , i dtéarmaí σ_1 agus σ_2 .

ROINN B
Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

8. (a) Bain feidhm as mírshuimeáil chun $\int xe^{4x} dx$ a fháil.
- (b) (i) Díorthaigh na chéad cheithre théarma sa tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \sqrt{1+x}$.
- (ii) Ag glacadh leis go bhfuil an tsraith seo coinbhéirseach le haghaidh $-1 < x < 1$, bain feidhm as na ceithre théarma sin chun garluach ar $\sqrt{17}$ a fháil mar chodán.

- (c) Taispeántar sa léaráid sorcóir atá inscríofa i sféar. Is é $2x$ airde an tsorcóra agus is é r a gha. Tá ga tairiseach, a , ag an sféar.



- (i) Sloinn r i dtéarmaí a agus x .
- (ii) Faigh, i dtéarmaí a , an toirt is mó a d'fhéadfadh a bheith sa sorcóir.

9. (a) Teagmhais neamhspleácha is ea A agus B sa chaoi go bhfuil $P(A) = 0.25$ agus $P(A \cup B) = 0.55$. Faigh $P(B)$.

- (b) Is é atá i gceist i gcluiche a imríonn duine ná cúig fhonsa a chaitheamh le pionna. Léiríonn an tábla a leanas an dáileadh dóchúlachta don líon fonsaí a thuirling ar pionna.

x	0	1	2	3	4	5
$P(x)$	0.01	0.08	0.23	0.34	0.26	0.08

Faigh meán agus diall caighdeánach an dáilte.

- (c) Ceaptar go bhfuil bonn claonta i bhfabhar aghaidheanna, de bhrí go bhfuil sé lúbtha beagán. Dá bhrí sin, caitear 100 uair é chun an hipitéis nialasach, go bhfuil an bonn cothrom, a thástáil i gcoinne na hipitéise malartaí go bhfuil an bonn claonta i bhfabhar aghaidheanna. Sa triail seo faightear 55 aghaidh.
- (i) Taispeáin nach bhfuil an toradh seo suntasach ag an leibhéal 5%.
- (ii) Cé mhéad uair is gá an bonn a chaitheamh i dtrial i dtreo is go bhféadfaí a rá go mbeadh sé suntasach ag an leibhéal 5% go bhfaighfí 55% d'aghaidheanna?

10. (a) Más é a an t-iomalartú $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, faigh $a \circ a$.

(b) Is grúpa é an tacar $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ faoi iolrú modulo 9.

(i) Leag amach tábla Cayley don ghrúpa.

(ii) Faigh gineadóir de chuid an ghrúpa.

(iii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh foghrúpa ar ord dó 2 agus foghrúpa ar ord dó 3.

(c) Dhá ghrúpa is ea (G, \circ) agus $(H, *)$ ar céannachtaí dóibh e_G agus e_H , faoi seach.

Más iseamorfacht é $\phi: G \rightarrow H$, cruthaigh go bhfuil

(i) $\phi(e_G) = e_H$

(ii) $\phi(x^{-1}) = [\phi(x)]^{-1}$, le haghaidh gach $x \in G$.

11. (a) Faigh cothromóid an éilips ar fócais dó $(\sqrt{7}, 0)$ agus $(-\sqrt{7}, 0)$ agus ar éalárnacht dó $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

(b) Is claochlú cosúlachta é an claochlú f má tá uimhir thairiseach k ann sa chaoi go bhfuil $|f(a)f(b)| = k|ab|$, le haghaidh gach a agus b .

Taispeáin go bhfuil tomhas na huillinne do-athraitheach faoi chlaochlú cosúlachta.

(c) (i) Sainmhínigh an téarma *lárínte comhchuingeacha* éilips.

(ii) Cruthaigh gur ar comhachar a bhíonn na comhthreomharáin uile a imscríobhtar ag na foircinn ar lárínte comhchuingeacha éilips.

Leathanach Bán