



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2008

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 (300 marc)

DÉ hAOINE, 6 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

1. (a) Simpligh go hiomlán $\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2}$.

(b) Agus tú ag glacadh leis gur slánuimhir í ceann amháin de na fréamhacha, réitigh an chothromóid

$$6x^3 - 29x^2 + 36x - 9 = 0.$$

(c) Dhá cheann de fhréamhacha na cothromóide $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ iad p agus $-p$. Taispeáin go bhfuil $bc = ad$.

2. (a) Sloinn $x^2 + 10x + 32$ san fhoirm $(x + a)^2 + b$.

(b) Is iad α agus β fréamhacha na cothromóide $x^2 - 7x + 1 = 0$.

(i) Faigh luach $\alpha^2 + \beta^2$.

(ii) Faigh luach $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$.

(c) Más réaduimhreacha neamhniolasacha iad a agus b , taispeáin nach féidir le luach $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ a bheith riamh idir -2 agus 2 .

Nod: Scrúdaigh an cás go mbaineann na comharthaí céanna le a agus b ar leithligh ón gcás go mbaineann comharthaí contrártha leo.

3. (a) Seasadh A don mhaitrís $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Faigh an mhaitrís B , ar fíor ina leith $AB = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

- (b) (i) Bíodh $z = \frac{5}{2+i} - 1$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.

Sloinn z san fhoirm $a + bi$ agus breac é ar léaráid Argand.

- (ii) Bain feidhm as teoirim De Moivre chun z^6 a luacháil.

- (c) Cruthaigh trí ionduchtú go bhfuil

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta, \text{ le haghaidh } n \in \mathbf{N}.$$

4. (a) Sraith iolraíoch í $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots$.

Faigh suim na sraithe go héigríoch.

- (b) Agus tú ag glacadh le $u_n = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^n - 2$, le haghaidh gach $n \in \mathbf{N}$,

- (i) scríobh síos u_{n+1} agus u_{n+2}

- (ii) taispeáin go bhfuil $2u_{n+2} - u_{n+1} - u_n = 0$.

- (c) (i) Scríobh síos slonn in n don tsuim $1 + 2 + 3 + \dots + n$

agus slonn in n don tsuim $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.

- (ii) Faigh, i dtéarmaí n , an tsuim $\sum_{r=1}^n (6r^2 + 2r + 5 + 2^r)$.

5. (a) Faigh an raon luachanna ar x a shásaíonn an éagothromóid

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0.$$

- (b) (i) Réitigh an chothromóid

$$2^{x^2} = 8^{2x+9}.$$

- (ii) Réitigh an chothromóid

$$\log_e(2x+3) + \log_e(x-2) = 2 \log_e(x+4).$$

- (c) Taispeáin nach bhfuil uimhreacha aiceanta ar bith n agus r ann ar fíor ina leith

$$\binom{n}{r-1}, \binom{n}{r} \text{ agus } \binom{n}{r+1} \text{ a bheith mar théarmaí leantacha i seicheamh iolraíoch.}$$

6. (a) Dífreáil $\sqrt{x^3}$ i leith x .

(b) Bíodh $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Taispeáin go bhfuil $\frac{dy}{dx} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$.

- (c) Tá uasphointe logánta ag an bhfeidhm $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + bx + c$ ag $x = -2$.

- (i) Faigh luach b .

- (ii) Faigh an raon luachanna ar c ar fíor ina leith trí cinn d'fhréamhacha réadacha leithleacha a bheith ag $f(x) = 0$.

7. (a) Dífreáil $2x + \sin 2x$ i leith x .

(b) Cothromóid cuair is ea $5x^2 + 5y^2 + 6xy = 16$.

(i) Faigh $\frac{dy}{dx}$ i dtéarmaí x agus y .

(ii) Dhá phointe ar an gcuair is ea $(1, 1)$ agus $(2, -2)$.
Taispeáin go bhfuil na tadhlaith ag na pointí sin ingearach lena chéile.

(c) Bíodh $y = \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$.

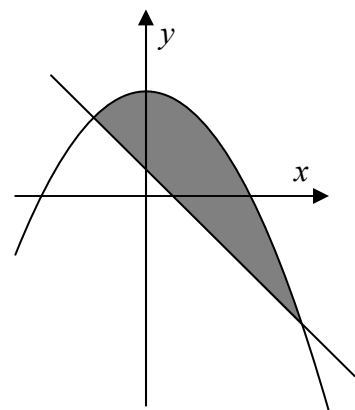
Faigh $\frac{dy}{dx}$ agus sloinn é san fhoirm $\frac{a}{a+x^b}$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{N}$.

8. (a) Faigh $\int (2x + \cos 3x) dx$.

(b) Luacháil (i) $\int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx$ (ii) $\int_2^4 \frac{2x^3}{x^2-1} dx$.

(c) Taispeánann an léaráid an cuar $y = 4 - x^2$
agus an líne $2x + y - 1 = 0$.

Ríomh achar an réigiúin scáthaithe
atá iata ag an gcuair agus an líne.



Leathanach Bán