Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2008

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 9 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair **CÚIG** cheist as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **Roinn B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

RABHADH: **Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.**

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

ROINN A

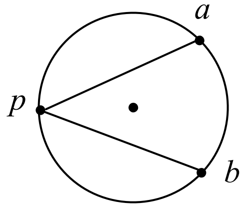
Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

1. **(a)** Ciorcal ar lárphointe dó $(-3, 2)$, gabhann sé tríd an bpointe $(1, 3)$. Faigh cothromóid an chiorcail.

(b) **(i)** Cruthaigh gurb é $xx_1 + yy_1 = r^2$ cothromóid an tadhlaí leis an gciorcal $x^2 + y^2 = r^2$ ag an bpointe (x_1, y_1).

(ii) Tarraingítear tadhlaí leis an gciorcal $x^2 + y^2 = 13$ ag an bpointe $(2, 3)$. Trasnaíonn an tadhlaí sin an x-ais ag $(k, 0)$. Faigh luach k.

(c) Gabhann ciorcal trí na pointí $a(8, 5)$ agus $b(9, -2)$. Luíonn lárphointe an chiorcail ar an líne $2x - 3y - 7 = 0$.



(i) Faigh cothromóid an chiorcail.

(ii) Pointe ar mhór-stua ab an chiorcail is ea p. Taispeáin go bhfuil $|\angle apb| = 45°$.

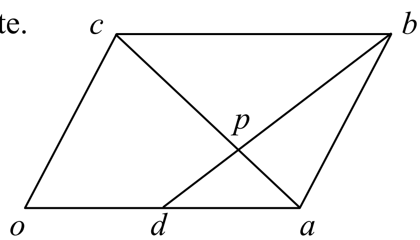
2. **(a)** Agus tú ag glacadh le $\left|10\vec{i} + k\vec{j}\right| = \left|11\vec{i} - 2\vec{j}\right|$, faigh an dá luach is féidir a bheith ar $k \in \mathbf{R}$.

(b) Tá $\vec{x} = -\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{y} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ agus $\vec{z} = \vec{x} - t\vec{y}$, áit a bhfuil $t \in \mathbf{R}$.

(i) Agus tú ag glacadh le $\vec{x} \perp \vec{z}$, ríomh luach t.

(ii) Faigh tomhas $\angle xoy$, áit arb é o an bunphointe.

(c) Comhthreomharán is ea $oabc$, áit arb é o an bunphointe. Is é d lárphointe $[oa]$, agus gearrann $[db]$ an trasnán $[ac]$ ag p.



(i) Agus tú ag glacadh le $\overrightarrow{ap} = k\,\overrightarrow{ac}$, áit a bhfuil $k \in \mathbf{R}$, sloinn $\vec{p}$ i dtéarmaí $\vec{a}$, $\vec{c}$ agus k.

(ii) Agus tú ag glacadh le $\overrightarrow{bp} = l\,\overrightarrow{bd}$, áit a bhfuil $l \in \mathbf{R}$, sloinn $\vec{p}$ i dtéarmaí $\vec{a}$, $\vec{c}$ agus l.

(iii) Uaidh sin, faigh luach k agus luach l.

3. **(a)** Déanann na cothromóidí paraiméadracha $x = 7t - 4$ agus $y = 3 - 3t$ líne a léiriú, áit a bhfuil $t \in \mathbf{R}$.
Faigh cothromóid Chairtéiseach na líne.

(b) Ceithre phointe iad $a(2, 1)$, $b(10, 7)$, $c\,(14, 10)$ agus $d\,(7, 1)$.

(i) Breac a, b, c agus d ar an bplána comhordanáideach.

(ii) Fíoraigh go bhfuil $|ab| = 2|bc|$ agus $|ab| = 2|ad|$.

(iii) Faigh a', b', c' agus d', íomhánna a, b, c agus d, faoi seach, faoin gclaochlú $f:(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $x' = x + y$ agus $y' = x - 2y$.

(iv) Fíoraigh go bhfuil $|a'b'| = 2|b'c'|$ ach $|a'b'| \neq 2|a'd'|$.

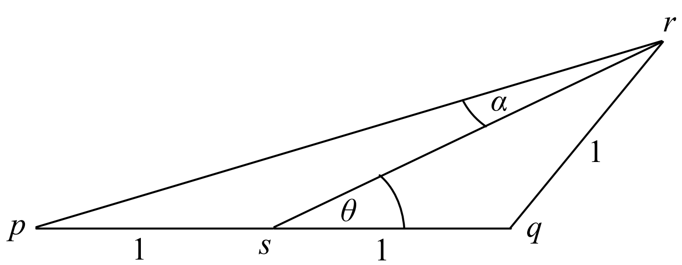
(c) Cruthaigh gurb é $\dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ an fad ingearach ón bpointe (x_1, y_1) go dtí an líne $ax + by + c = 0$.

4. **(a)** Géaruillinneacha iad A agus B ar fíor ina leith $\tan A = \dfrac{5}{12}$ agus $\tan B = \dfrac{3}{4}$.
Faigh $\cos(A - B)$ mar chodán.

(b) **(i)** Taispeáin go bhfuil $\dfrac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh go bhfuil $\tan 22\tfrac{1}{2}^\circ = \sqrt{2} - 1$.

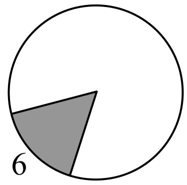
(c) Sa triantán pqr, tá $|\angle rsq| = \theta^\circ$, $|\angle prs| = \alpha^\circ$, $|rq| = 1$, $|ps| = 1$ agus $|sq| = 1$.



(i) Faigh $|sr|$ i dtéarmaí θ.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil $\tan\theta = 3\tan\alpha$.

5. **(a)** Sa réigiún scáthaithe sa léaráid, is é 6 cm fad an stua, agus is é 0·75 raidian uillinn na teascóige.
Faigh achar na teascóige.



(b) **(i)** Sloinn $\sin 4x - \sin 2x$ mar iolrach.

(ii) Faigh réitigh uile na cothromóide

$$\sin 4x - \sin 2x = 0$$

san fhearann $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

(c) Is iad a, b agus c faid na sleasa i dtriantán. Is é A an uillinn ar aghaidh an tsleasa ar fad dó a.

(i) Cruthaigh go bhfuil $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$.

(ii) Más slánuimhreacha leantacha iad a, b agus c, taispeáin go bhfuil

$$\cos A = \frac{a+5}{2a+4}.$$

6. **(a)** In ábhar ar leith, is é atá i gceist sa scrúdú ná tionscadal, triail phraiticiúil agus páipéar scríofa. Is é atá sa toradh iomlán ná meán ualaithe na gcéatadán a bhaintear amach sna codanna sin de réir na n-ualuithe 2, 3 agus 5, faoi seach.

Baineann Micheál scór 65% amach sa tionscadal agus 80% sa triail phraiticiúil.

Cad é an marc céatadánach is gá dó a bhaint amach sa pháipéar scríofa chun go mbeidh 70% mar thoradh iomlán aige?

(b) Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 4u_{n+1} + u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, agus tú ag glacadh le $u_0 = 1$ agus $u_1 = 2$.

(c) Tá dioscaí i mála agus trí dhath éagsúla orthu.
Tá dath dearg ar 5 dhiosca acu, dath bán ar dhiosca amháin agus dath dubh ar x acu.
Roghnaítear trí dhiosca ar fán le chéile.

(i) Scríobh síos slonn in x le haghaidh na dóchúlachta go mbeidh dathanna éagsúla ar na trí dhiosca.

(ii) Más ionann an dóchúlacht go mbeidh dathanna éagsúla ar na trí dhiosca agus an dóchúlacht go mbeidh dath dubh orthu go léir, faigh x.

7. **(a)** Caithfidh Cáit cúig ábhar a roghnú as naoi n-ábhar atá ar fáil di.
Dhá ábhar den naoi is ea an Fhraincis agus an Ghearmáinis.

(i) Cé mhéad teaglaim éagsúil de na cúig ábhar is féidir a dhéanamh?

(ii) Cé mhéad teaglaim éagsúil is féidir a dhéanamh más mian le Cáit staidéar a dhéanamh ar an nGearmáinis ach nach mian léi staidéar a dhéanamh ar an bhFraincis?

(b) Déantar ceithre chárta a roghnú le chéile as paca 52 cárta imeartha.
Faigh an dóchúlacht

(i) gurb iad na ceithre aon na ceithre chárta a roghnaítear

(ii) gur triufanna iad dhá cheann de na cártaí agus gur muileataí iad an dá cheann eile

(iii) go bhfuil trí thruif agus dhá aon i measc na gceithre chárta.

(c) Is é $\bar{x}$ meán comhbhreise (meán uimhríochtúil) na dtrí uimhir x_1, x_2, x_3.
Bíodh $d_1 = x_1 - \bar{x},\ d_2 = x_2 - \bar{x}$ agus $d_3 = x_3 - \bar{x}$.

(i) Taispeáin go bhfuil $\displaystyle\sum_{r=1}^{3} d_r = 0$.

(ii) Is é σ diall caighdeánach na dtrí uimhir $x_1,\ x_2,\ x_3$.

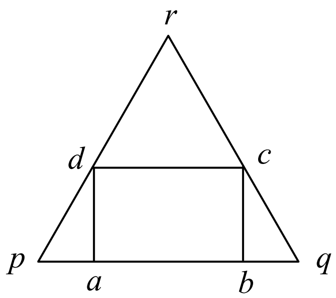
Agus tú ag glacadh le b mar réaduimhir ar bith, bíodh $k^2 = \displaystyle\sum_{r=1}^{3} \frac{(d_r - b)^2}{3}$.

Taispeáin go bhfuil $\sigma^2 = k^2 - b^2$.

ROINN B

Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

8. **(a)** Bain úsáid as tástáil an chóimheasa chun a thaispeáint go bhfuil $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{n!}$ coinbhéirseach.



(b) Triantán comhshleasach ar fad sleasa dó 6 cm is ea *pqr*.
Is dronuilleog é *abcd* atá inscríofa sa triantán, mar a thaispeántar.
Tá $|ab| = x$ cm agus $|bc| = y$ cm.

(i) Sloinn y i dtéarmaí x.

(ii) Faigh an t-achar is mó is féidir a bheith in *abcd*.

(c) **(i)** Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \cos x$, suas chomh fada leis an téarma a chuimsíonn x^4, agus an téarma sin san áireamh.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, taispeáin gurb iad $1 - x^2 + \frac{x^4}{3}$ na chéad trí théarma neamhnialasacha den tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \cos^2 x$.

(iii) Bain feidhm astu sin chun garluach a fháil ar $\cos^2(0{\cdot}2)$, agus bíodh do fhreagra ceart go dtí ceithre ionad dheachúlacha.

9. **(a)** 20% de na hearraí a dhéantar ar inneall áirithe, bíonn siad lochtach. Déantar ceithre earra a roghnú ar fán. Faigh an dóchúlacht nach mbeidh ceann ar bith de na hearraí a roghnaítear lochtach.

(b) I gcluiche a imríonn Áine agus Breandán, glacann siad a seal chun dísle a chaitheamh.
Beidh an bua ag an gcéad duine a chaithfidh a sé. Tá an chéad chaitheamh ag Áine.

(i) Faigh an dóchúlacht go mbeidh an bua ag Áine sa dara caitheamh aici.

(ii) Faigh an dóchúlacht go mbeidh an bua ag Áine sa chéad nó sa dara nó sa tríú caitheamh aici.

(iii) Tríd an tsuim go héigríoch de shraith iolraíoch a fháil, nó ar shlí eile, faigh an dóchúlacht go mbeidh an bua ag Áine.

(c) Déantar bonn ar leith a chaitheamh 400 uair chun an hipitéis go bhfuil an bonn neamhlaofa a thástáil. Is é x an líon aghaidheanna a bhreathnaítear. Cad iad na teorainneacha nach foláir do x a bheith lonnaithe eatarthu chun nach ndiúltófar don hipitéis ag an leibhéal suntais 5%?

10. **(a)** Bíodh $x \oplus y = x + y - 4$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbf{Z}$.

(i) Faigh an ball céannachta (an ball ionannais).

(ii) Faigh inbhéarta x.

(iii) Déan amach an bhfuil $\oplus$ comhthiomsaitheach ar **Z**.

(b) Dhá ghrúpa iad $(A, \circ)$ agus $(B, *)$. Tá $A = \{k, l, m, n\}$ agus $B = \{p, q, r, s\}$, agus taispeántar na táblaí Cayley le haghaidh $(A, \circ)$ agus $(B, *)$.

A:

$\circ$	k	l	m	n
k	l	k	n	m
l	k	l	m	n
m	n	m	k	l
n	m	n	l	k

B:

$*$	p	q	r	s
p	r	s	p	q
q	s	p	q	r
r	p	q	r	s
s	q	r	s	p

(i) Scríobh síos ball céannachta $(A, \circ)$ agus uaidh sin faigh gineadóir de chuid $(A, \circ)$.

(ii) Faigh ord gach baill in $(B, *)$.

(iii) Luaigh iseamorfacht ϕ ó $(A, \circ)$ go dtí $(B, *)$, agus áitigh go críochnúil gur iseamorfacht í.

11. **(a)** Faigh comhordanáidí an phointe atá do-athraitheach faoin gclaochlú

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(b) Cruthaigh go ndéanann claochlú cosúlachta imlár triantáin a mhapáil ar imlár íomhá an triantáin.

(c) **(i)** Is é E an éilips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ agus is é f an claochlú

$(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $x' = \frac{x}{a}$ agus $y' = \frac{y}{b}$.

Taispeáin go ndéanann f an éilips E a mhapáil ar an aonadchiorcal.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh gur comhthreomhar lena chéile iad na tadhlaithe a tharraingítear le héilips ag foircinn trastomhais.

Leathanach Bán