



# Coimisiún na Scrúduithe Stáit

---

**SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2007**

---

**MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL**

**PÁIPÉAR 1 ( 300 marc )**

---

**DÉARDAOIN, 7 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00**

---

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

---

**RABHADH:** Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

**Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.**

---

1. (a) Simpligh  $\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2}$ .
- (b) Bíodh  $f(x) = x^2 + (k+1)x - k - 2$ , áit ar tairiseach é  $k$ .
- (i) Faigh an luach ar  $k$  ar fíor ina leith go bhfuil fréamhacha cothroma ag  $f(x) = 0$ .
- (ii) Faigh, i dtéarmaí  $k$ , fréamhacha  $f(x) = 0$ .
- (iii) Faigh an raon luachanna ar  $k$  ar fíor ina leith go bhfuil an dá fhréamh deimhneach.
- (c) Is fachtóir é  $(x+p)$  de  $ax^2 + b$  agus de  $ax^2 + bx - ac$ , araon.
- (i) Taispeáin go bhfuil  $p^2 = -\frac{b}{a}$  agus  $p = \frac{-b - ac}{b}$ .
- (ii) Uaidh sin, taispeáin go bhfuil  $p^2 + p^3 = c$ .
2. (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha
- $$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\2x + y + z &= 3 \\x - 2y + 2z &= 15.\end{aligned}$$
- (b) Is iad  $\alpha$  agus  $\beta$  fréamhacha na cothromóide  $x^2 - 4x + 6 = 0$ .
- (i) Faigh luach  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ .
- (ii) Faigh an chothromóid chearnach ar fréamhacha di  $\frac{1}{\alpha}$  agus  $\frac{1}{\beta}$ .
- (c) (i) Cruthaigh go bhfuil  $x + \frac{9}{x+2} \geq 4$ , áit a bhfuil  $x + 2 > 0$ .
- (ii) Cruthaigh go bhfuil  $x + \frac{9}{x+a} \geq 6 - a$ , áit a bhfuil  $x + a > 0$ .

3. (a) Bíodh  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 3 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ . Faigh  $A^2 - 2A$ .
- (b) Bíodh  $z = -1 + i$ , áit a bhfuil  $i^2 = -1$ .
- (i) Bain feidhm as teoirim De Moivre chun  $z^5$  agus  $z^9$  a luacháil.
- (ii) Taispeáin go bhfuil  $z^5 + z^9 = 12z$ .
- (c) (i) Faigh an dá uimhir choimpléascacha  $a + bi$  ar fíor ina leith  $(a + bi)^2 = 15 + 8i$ .
- (ii) Réitigh an chothromóid  $iz^2 + (2 - 3i)z + (-5 + 5i) = 0$ .
4. (a) Taispeáin go bhfuil  $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} = \binom{n+1}{2}$  le haghaidh gach uimhir aiceanta  $n \geq 2$ .
- (b) Tá  $u_1 = 5$  agus  $u_{n+1} = \frac{n}{n+1}u_n$ , le haghaidh gach  $n \geq 1, n \in \mathbf{N}$ .
- (i) Scríobh síos luach gach ceann díobh seo:  $u_2, u_3$ , agus  $u_4$ .
- (ii) Uaidh sin, trí bhreithniú, scríobh slonn le haghaidh  $u_n$  i dtéarmaí  $n$ .
- (iii) Bain feidhm as an ionduchtú chun do fhreagra ar chuid (ii) a fhíorú.
- (c) Tugtar suim an chéad  $n$  téarma de shraith mar  $S_n = n^2 \log_e 3$ .
- (i) Faigh an  $n$ ú téarma agus cruthaigh gur sraith chomhbhreise í an tsraith.
- (ii) Cé mhéad ceann de théarmaí na sraithe atá níos lú ná  $12 \log_e 27$ ?

5. (a) Breac ar an uimhirlíne na luachanna ar  $x$  a shásaíonn an éagothromóid  $|x + 1| \leq 2$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbf{Z}$ .
- (b) I bhforbairt  $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^9$ ,
- (i) faigh an téarma ginearálta
- (ii) faigh luach an téarma atá neamhspleách ar  $x$ .
- (c) Tugtar an nú téarma de shraith mar  $nx^n$ , áit a bhfuil  $|x| < 1$ .
- (i) Faigh slonn le haghaidh  $S_n$ , suim an chéad  $n$  téarma den tsraith.
- (ii) Uaidh sin, faigh an tsuim go héigríoch den tsraith.
6. (a) Dífreáil  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  i leith  $x$ .
- (b) (i) Dífreáil  $\frac{1}{x}$  i leith  $x$  ó bhunphrionsabail.
- (ii) Faigh cothromóid an tadhlaí le  $y = \frac{1}{x}$  ag an bpointe  $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ .
- (c) Bíodh  $f(x) = \tan^{-1} \frac{x}{2}$  agus  $g(x) = \tan^{-1} \frac{2}{x}$ , le haghaidh  $x > 0$ .
- (i) Faigh  $f'(x)$  agus  $g'(x)$ .
- (ii) Uaidh sin, taispeáin gur tairiseach é  $f(x) + g(x)$ .
- (iii) Faigh luach  $f(x) + g(x)$ .

7. (a) Agus tú ag glacadh le 1 mar an chéad gharluach ar fhréamh de  $x^3 + 2x - 4 = 0$ , bain feidhm as modh Newton-Raphson chun an dara garluach ar an bhfréamh sin a ríomh.

(b) (i) Faigh cothromóid an tadhlaí leis an gcuar  $3x^2 + y^2 = 28$  ag an bpointe  $(2, -4)$ .

(ii) Tá  $x = e^t \cos t$  agus  $y = e^t \sin t$ . Taispeáin go bhfuil  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

(c) Tá  $f(x) = \log_e 3x - 3x$ , áit a bhfuil  $x > 0$ .

(i) Taispeáin gur uasphointe logánta de  $f(x)$  é  $(\frac{1}{3}, -1)$ .

(ii) Bain as sin nach dtrasnaíonn graf  $f(x)$  an  $x$ -ais.

8. (a) Faigh (i)  $\int x^3 dx$  (ii)  $\int \frac{1}{x^3} dx$ .

(b) (i) Luacháil  $\int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx$ .

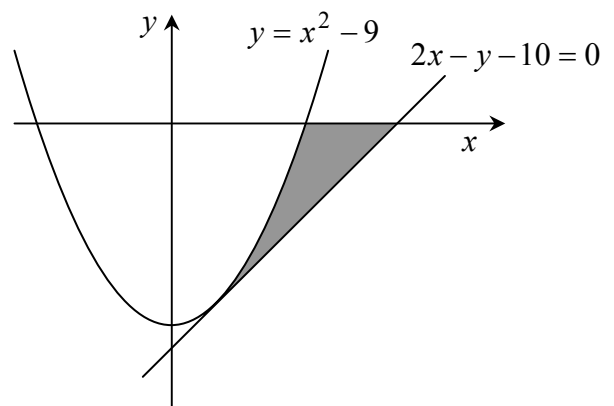
(ii) Is feidhm í  $f$  sa chaoi go bhfuil  $f'(x) = 6 - \sin x$  agus  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\pi$ .

Faigh  $f(x)$ .

(c) Tadhlaíonn an líne  $2x - y - 10 = 0$  leis an gcuar  $y = x^2 - 9$ , mar a thaispeántar.

Tá an réigiún scáthaithe iata ag an líne, an gcuar agus an  $x$ -ais.

Ríomh achar an réigiúin sin.



# **Leathanach Bán**