# Coimisiún na Scrúduithe Stáit

## SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2007

## MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

**PÁIPÉAR 2 ( 300 marc )**

**DÉ LUAIN, 11 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00**

Freagair **CÚIG** cheist as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **ROINN B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

**RABHADH:** **Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.**

**Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.**

## ROINN A

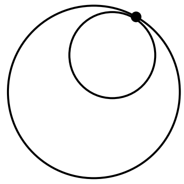
**Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.**

**1.** **(a)** Sainíonn na cothromóidí paraiméadracha a leanas ciorcal:

$x = 5 + 7\cos\theta, \quad y = 7\sin\theta,$ áit a bhfuil $\theta \in \mathbf{R}$.

Cad é cothromóid Chairtéiseach an chiorcail?

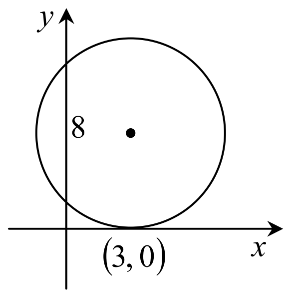
**(b)** Dhá chiorcal iad $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$ agus $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 23 = 0$.



**(i)** Cruthaigh go dtadhlaíonn na ciorcail lena chéile go hinmheánach.

**(ii)** Faigh comhordanáidí phointe tadhaill an dá chiorcal.

**(c)** Tá lárphointe ciorcail sa chéad cheathramhán.
Tá an $x$-ais ina tadhlaí leis an gciorcal ag an bpointe (3, 0).
Gearrann an ciorcal an $y$-ais ag pointí a bhfuil 8 n-aonad eatarthu.
Faigh cothromóid an chiorcail.




**2.** **(a)** Tá $\vec{x} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$ agus $\vec{xy} = -6\vec{i} - 8\vec{j}$. Sloinn $\vec{y}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

**(b)** Tá $\vec{a} = 5\vec{i}$ agus $\vec{b} = \sqrt{3}\,\vec{i} + 3\vec{j}$.

**(i)** Taispeáin nach bhfuil $\vec{ab}$ ingearach le $\vec{b}$.

**(ii)** Faigh luach na réaduimhreach $k$, má thugtar $\vec{c} = k\vec{b}$ agus $\vec{ac} \perp \vec{b}$.

**(c)** Tá $\vec{p} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ agus $\vec{q} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$.

Tá $\vec{r} = \dfrac{65t}{16}\left(\dfrac{\vec{p}}{|\vec{p}|} + \dfrac{\vec{q}}{|\vec{q}|}\right)$, áit a bhfuil $t > 0$.

**(i)** Sloinn $\vec{r}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

**(ii)** Faigh $\vec{p}.\vec{r}$ agus $\vec{q}.\vec{r}$.

**(iii)** Uaidh sin, taispeáin go bhfuil $r$ ar dhéroinnteoir $\angle poq$, áit arb é $o$ an bunphointe.

**3.** **(a)** Faigh achar an triantáin arb iad $(1,1)$, $(8,-5)$ agus $(5,-2)$ a stuaiceanna.

**(b)** Is é $f$ an claochlú $(x,y) \to (x',y')$, áit a bhfuil $x' = 4x + 2y$ agus $y' = -3x - y$.
Is é $K$ an líne $x + y = 0$.

**(i)** Taispeáin gurb é $K$ a íomhá féin faoi $f$.

**(ii)** Dhá phointe iad $p$ $(1,-1)$ agus $q$ $(3,-3)$.
Faigh an cóimheas $|pq| : |f(p)f(q)|$, agus bíodh do fhreagra san fhoirm is simplí.

**(c)** Tugtar an chothromóid $k(3x - 5y + 6) + l(5x - 7y + 4) = 0$, áit $k, l \in \mathbf{R}$.

**(i)** Taispeáin, le haghaidh gach $k$ agus $l$, go léiríonn an chothromóid thugtha líne a ghabhann trí phointe trasnaithe $3x - 5y + 6 = 0$ agus $5x - 7y + 4 = 0$.

**(ii)** Faigh an gaol idir $k$ agus $l$ i dtreo is go léiríonn an chothromóid thugtha líne ar fána di 2.

**(iii)** Má tá $k = 1$, cad í an líne tríd an bpointe trasnaithe nach féidir leis an gcothromóid thugtha a léiriú? Déan do fhreagra a chosaint.

**4.** **(a)** Taispeáin go bhfuil $(\cos A + \sin A)^2 = 1 + \sin 2A$.

**(b)** Faigh gach aon réiteach ar an gcothromóid

$$6\cos^2 x + \sin x - 5 = 0, \text{ áit a bhfuil } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ.$$

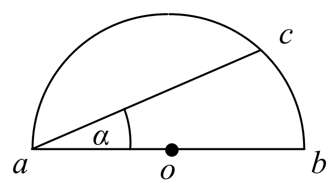
Bíodh gach réiteach díobh ceart go dtí an chéim is gaire.

**(c)** Is é $[ab]$ an trastomhas ag leathchiorcal ar lárphointe dó $o$ agus arb é $r$ fad a gha.
Is corda é $[ac]$ sa chaoi go bhfuil $|\angle cab| = \alpha$, áit a dtomhaistear $\alpha$ ina raidiain.

**(i)** Faigh $|ac|$ i dtéarmaí $r$ agus $\alpha$.

**(ii)** Déroinneann $[ac]$ achar an réigiúin atá cuimsithe ag an leathchiorcal.

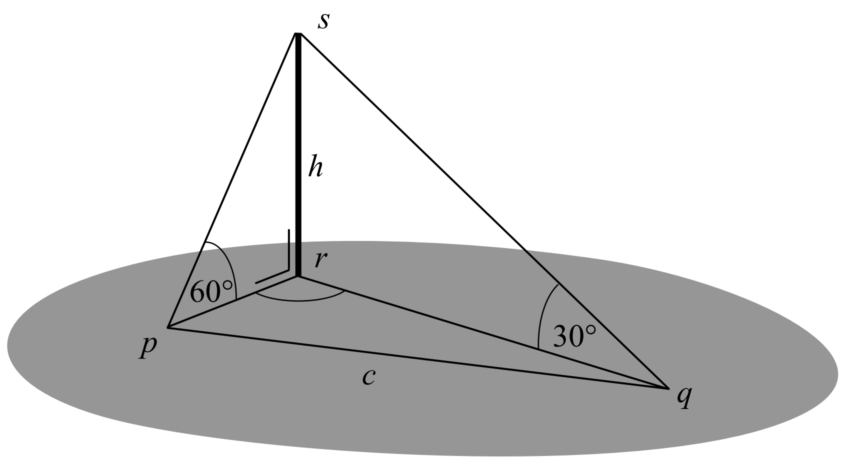
Taispeáin go bhfuil $2\alpha + \sin 2\alpha = \dfrac{\pi}{2}$.



**5.** **(a)** Luacháil $\displaystyle \operatorname*{Teor}_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$.

**(b)** Ag baint feidhme duit as an bhfoirmle $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$, díorthaigh foirmle le haghaidh $\cos(A-B)$ agus uaidh sin cruthaigh go bhfuil $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$.

**(c)** Trí phointe iad *p, q* agus *r* ar thalamh cothrománach.
Cuaille ceartingearach é [*sr*], ar airde dó *h* méadar.
Is é 60° uillinn airde *s* ó *p* agus is é 30° uillinn airde *s* ó *q*.
Tá $|pq| = c$ méadar.
Má thugtar go bhfuil $3c^2 = 13h^2$, faigh $|\angle prq|$.



**6.** **(a)** Tá seisear, Máire agus Seán ina measc, ina suí ina líne.

**(i)** Cé mhéad eagar éagsúil den seisear is féidir a chumadh?

**(ii)** Cé mhéad ceann de na heagair sin ina bhfuil Máire agus Seán taobh lena chéile?

**(b)** Is iad $\alpha$ agus $\beta$ fréamhacha na cothromóide cearnaí $px^2 + qx + r = 0$.

Tá $u_n = l\alpha^n + m\beta^n$, le haghaidh gach $n \in \mathbf{N}$.

Taispeáin go bhfuil $pu_{n+2} + qu_{n+1} + ru_n = 0$, le haghaidh gach $n \in \mathbf{N}$.

**(c)** Lonnaítear *w* diosca bhána agus *r* diosca dhearga i mbosca. Roghnaítear dhá dhiosca go fánach as an mbosca. Is é *p* an dóchúlacht go bhfuil dath dearg ar an dá dhiosca.

**(i)** Faigh *p* i dtéarmaí *w* agus *r*.

**(ii)** Nuair atá $w = 1$, faigh an luach ar *r* ar fíor ina leith $p = \frac{1}{2}$.

**(iii)** Tá luachanna eile ar *w* agus *r* ar fíor ina leith freisin $p = \frac{1}{2}$.

Ré-uimhir é an chéad luach eile is ísle ar *w*.

Trí na ré-uimhreacha a iniúchadh ceann i ndiaidh a chéile, faigh an luach sin ar *w*, agus an luach comhfhreagrach ar *r*.

**7.** **(a)** **(i)** Cé mhéad rogha éagsúil de cheithre litir an ceann is féidir a dhéanamh as litreacha an fhocail FLORIDA ?

**(ii)** Cé mhéad ceann de na roghanna sin a mbeidh guta amháin ar a laghad iontu?

**(b)** Caitear dhá dhísle.

**(i)** Cad é an dóchúlacht go bhfaighfear dhá uimhir chomhionanna nó go bhfaighfear a cúig mar shuim an dá uimhir?

**(ii)** Cad é an dóchúlacht go mbeidh iolrach an dá uimhir a chaitear cothrom, ar a laghad, le dhá oiread a suime?

**(c)** **(i)** Faigh, i dtéarmaí *a* agus *d*, meán an chéad seacht dtéarma de sheicheamh comhbhreise arb é *a* a chéad téarma agus *d* a chomhbhreis.

**(ii)** Taispeáin gurb é 2*d* diall caighdeánach na seacht n-uimhir sin.

# ROINN B
**Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.**

**8.** **(a)** Réaduimhreacha iad $p$ agus $q$ sa chaoi go bhfuil $p+q=1$.
Faigh an luach ar $p$ a thugann uasluach don iolrach $pq$.

**(b)** **(i)** Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x)=(1+x)^m$ suas chomh fada leis an téarma a chuimsíonn $x^3$, agus an téarma sin san áireamh freisin.

**(ii)** Agus tú ag glacadh le

$$\frac{m(m-1)(m-2).........(m-r+1)}{r!}x^r$$

mar théarma ginearálta na sraithe $f(x)$, taispeáin go bhfuil an tsraith coinbhéirseach le haghaidh $-1<x<1$.

**(c)** Luacháil $\displaystyle\int_0^1 \tan^{-1}x\,dx$.

**9.** **(a)** Tá dhá theagmhas $E_1$ agus $E_2$ neamhspleách. Tá $P(E_1)=\frac{1}{5}$ agus $P(E_2)=\frac{1}{7}$. Faigh

**(i)** $P(E_1 \cap E_2)$

**(ii)** $P(E_1 \cup E_2)$.

**(b)** Caitear cúig bhonn neamhlaofa.

**(i)** Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear trí aghaidh agus dhá chúl.

**(ii)** Déantar na cúig bhonn a chaitheamh ocht n-uaire. Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear trí aghaidh agus dhá chúl ceithre huaire go beacht.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

**(c)** Na méideanna atá dlite ar bhillí míosúla le haghaidh fón póca, tá dáileadh normalach orthu arb é €53 a mheán agus €15 a dhiall caighdeánach.

**(i)** Má roghnaítear bille go fánach, faigh an dóchúlacht go mbeidh an méid atá dlite air idir €47 agus €74.

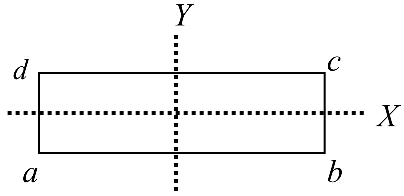
**(ii)** Roghnaítear sampla randamach de 900 bille. Faigh an dóchúlacht go mbeidh an méid meánach atá dlite ar na billí sa sampla níos mó ná €53·30.

**10.** **(a)** I gcás gach ceann díobh seo a leanas, luaigh an fáth nach grúpa é.

**(i)** An tacar d'uimhreacha aiceanta faoi dhealú.

**(ii)** An tacar de réaduimhreacha faoi iolrú.

**(b)** Is é $G = \{ I_\pi, R_{180^\circ}, S_X, S_Y \}$ tacar shiméadrachtaí na dronuilleoige *abcd*.




**(i)** Taispeáin gur grúpa é $G$ faoi chomhshuíomh.
Tá cead agat glacadh leis go bhfuil comhshuíomh na siméadrachtaí comhthiomsaitheach.

**(ii)** Faigh $Z(G)$, lár an ghrúpa.

**(c)** Bain feidhm as teoirim Lagrange chun a chruthú

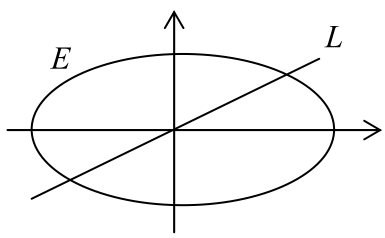
**(i)** go bhfuil gach grúpa d'ord príomha cioglach

**(ii)** go roinneann ord gach baill de ghrúpa críochta $G$, ord $G$ féin.

**11.** **(a)** Faigh éalárnacht an éilips ar cothromóid dó $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$.

**(b)** Cruthaigh go ndéanann claochlú cosúlachta ingearlár triantáin a mhapáil ar ingearlár íomhá an triantáin.

**(c)** Is é $E$ an éilips $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ agus is é $L$ an líne $y = x$.
Ag baint úsáide duit as claochlú a mhapálann $E$ ar an aonadchiorcal, nó ar shlí eile, faigh cothromóid na lárlíne atá comhchuingeach le $L$ in $E$.



Leathanach Bán