



# Coimisiún na Scrúduithe Stáit

---

## SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2006

---

### MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 ( 300 marc )

---

DÉARDAOIN, 8 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

---

Freagair SÉ CHEIST (50 marc an ceann).

---

**RABHADH:** Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

---

1. (a) Faigh an réaduimhir  $a$  ar fíor ina leith i gcás gach  $x \neq 9$ ,

$$\frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \sqrt{x} + a.$$

- (b) Tá  $f(x) = 3x^3 + mx^2 - 17x + n$ , áit ar tairisigh iad  $m$  agus  $n$ .  
Agus tú ag glacadh leis gur fachtóirí de  $f(x)$  iad  $x-3$  agus  $x+2$ , faigh luach  $m$  agus luach  $n$ .

- (c) Is fachtóir é  $x^2 - t$  de  $x^3 - px^2 - qx + r$ .

(i) Taispeáin go bhfuil  $pq = r$ .

(ii) Sloinn fréamhacha  $x^3 - px^2 - qx + r = 0$  i dtéarmaí  $p$  agus  $q$ .

2. (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$y = 2x - 5$$

$$x^2 + xy = 2.$$

- (b) (i) Faigh an raon de luachanna  $t \in \mathbf{R}$  ar fíor ina leith gur fréamhacha réadacha atá ag an gcothromóid chearnach  $(2t-1)x^2 + 5tx + 2t = 0$ .

(ii) Mínigh cén fáth a mbíonn na fréamhacha sin réadach nuair a bhíonn  $t$  ina shlánuimhir.

- (c) Tá  $f(x) = 1 - b^{2x}$  agus  $g(x) = b^{1+2x}$ , áit ar réaduimhir dheimhneach é  $b$ .

Faigh, i dtéarmaí  $b$ , an luach ar  $x$  ar fíor ina leith  $f(x) = g(x)$ .

3. (a) Agus tú ag glacadh le  $z = 2 + i$ , áit a bhfuil  $i^2 = -1$ , faigh an réaduimhir  $d$  ar fíor ina leith go bhfuil  $z + \frac{d}{z}$  réadach.

(b) (i) Bain feidhm as modhanna maitríse chun na cothromóidí comhuaineacha seo a réiteach:

$$4x - 2y = 5$$

$$8x + 3y = -4$$

(ii) Faigh an dá luach ar  $k$  a shásaíonn an chothromóid mhaitríse

$$(1 \quad k) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} = 11.$$

(c) (i) Sloinn  $-8 - 8\sqrt{3}i$  san fhoirm  $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ .

(ii) Uaidh sin, faigh  $(-8 - 8\sqrt{3}i)^3$ .

(iii) Faigh na ceithre uimhir choimpléascacha  $z$  ar fíor ina leith

$$z^4 = -8 - 8\sqrt{3}i.$$

Bíodh do chuid freagraí san fhoirm  $a + bi$ , áit a mbeidh  $a$  agus  $b$  luachálta go hiomlán.

4. (a) Is iad  $-2 + 2 + 6 + \dots + (4n - 6)$  an chéad  $n$  téarma i sraith chomhbhreise. Tá  $S_n$ , suim na  $n$  téarma seo, cothrom le 160. Faigh luach  $n$ .

(b) Is é  $\frac{9}{2}$  an tsuim go héigríoch de shraith iolraíoch.

Is é  $-2$  an dara téarma sa tsraith.

Faigh luach  $r$ , comhiolraitheoir na sraithe.

(c) Is é seo a leanas an seicheamh  $u_1, u_2, u_3, \dots$ , a shainítear mar  $u_1 = 3$  agus  $u_{n+1} = 2u_n + 3$ :  
3, 9, 21, 45, 93.....

(i) Faigh  $u_6$ , agus fíoraigh go bhfuil sé cothrom le suim an chéad sé théarma i sraith iolraíoch a bhfuil 3 mar an chéad téarma inti agus 2 mar chomhiolraitheoir aici.

(ii) Agus tú ag glacadh leis, i gcás gach  $k$ , go bhfuil  $u_k$  cothrom le suim an chéad  $k$  téarma i sraith iolraíoch a bhfuil 3 mar an chéad téarma inti agus 2 mar chomhiolraitheoir aici, faigh  $\sum_{k=1}^n u_k$ .

5. (a) Faigh luach an lárthéarma i bhforbairt dhéthéarmach an tsloinn

$$\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^8.$$

- (b) (i) Sloinn  $\frac{2}{(r+1)(r+3)}$  san fhoirm  $\frac{A}{r+1} + \frac{B}{r+3}$ .

(ii) Uaidh sin, faigh  $\sum_{r=1}^n \frac{2}{(r+1)(r+3)}$ .

(iii) Uaidh sin, luacháil  $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2}{(r+1)(r+3)}$ .

- (c) (i) Más réaduimhreacha iad  $a$  agus  $b$ , áit a bhfuil  $a > 1$  agus  $b > 1$ , cruthaigh go bhfuil

$$\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} \geq 2.$$

- (ii) Cad é an choinníoll a dhearbhaíonn gur fíor  $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = 2$ ?

6. (a) Dífreáil  $\sqrt{x}(x+2)$  i leith  $x$ .

- (b) Is é an cothromóid atá ag cuar ná  $y = 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 8$ .

- (i) Taispeáin go bhfuil uasluch logánta ag an gcuar ag an bpointe  $(0, 8)$ .

- (ii) Faigh comhordanáidí an dá íospointe logánta ar an gcuar.

- (iii) Tarraing sceitse den chuar.

- (c) Cruthaigh trí ionduchtú go bhfuil  $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ ,  $n \geq 1$ ,  $n \in \mathbf{N}$ .

7. (a) Agus tú ag glacadh le  $x_1 = 2$  mar an chéad gharluach ar fhréamh réadach na cothromóide

$$x^3 + x - 9 = 0,$$

bain feidhm as modh Newton-Raphson chun  $x_2$ , an dara gharluach, a fháil.

- (b) Is iad na cothromóidí paraiméadracha atá ag cuar ná:

$$x = 3\cos\theta - \cos^3\theta$$

$$y = 3\sin\theta - \sin^3\theta, \quad \text{áit a bhfuil } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

(i) Faigh  $\frac{dy}{d\theta}$  agus  $\frac{dx}{d\theta}$ .

(ii) Uaidh sin, taispeáin go bhfuil  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\tan^3\theta}$ .

(c) Má tá  $y = \ln\left(\frac{3+x}{\sqrt{9-x^2}}\right)$ , faigh  $\frac{dy}{dx}$  agus sloinn é san fhoirm  $\frac{a}{b-x^n}$ .

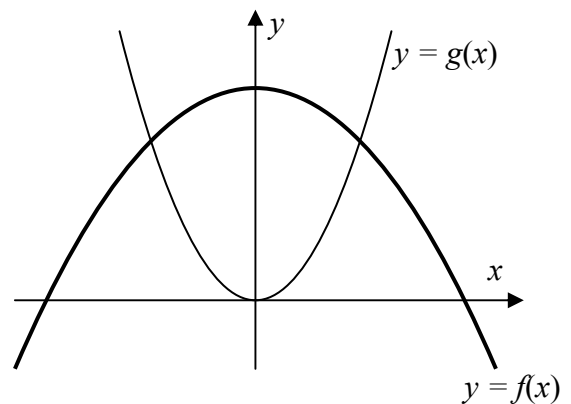
8. (a) Faigh (i)  $\int \sqrt{x} dx$  (ii)  $\int e^{-2x} dx$ .

(b) Luacháil (i)  $\int_1^2 x(1+x^2)^3 dx$  (ii)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 5\theta \cos 3\theta d\theta$ .

- (c) Taispeánann an léaráid graif na gcuar  $y = f(x)$  agus  $y = g(x)$ , áit  $f(x) = 12 - 3x^2$  agus  $g(x) = 9x^2$ .

- (i) Ríomh achar an réigiúin atá iata ag an gcuar  $y = f(x)$  agus an  $x$ -ais.

- (ii) Taispeáin go mbaineann leath an achair sin leis an réigiún atá iata ag na cuair  $y = f(x)$  agus  $y = g(x)$ .



# Leathanach Bán