Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2006

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 12 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair **CÚIG** cheist as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **Roinn B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

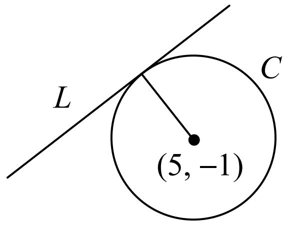
Ba chóir na haonaid tomhais chuí a lua sna freagraí, nuair is ábhartha iad.

ROINN A

Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

1. **(a)** Is iad a $(-1, -3)$ agus b $(3, 1)$ na críochphointí ar thrastomhas ciorcail. Scríobh síos cothromóid an chiorcail.

(b) Is é $(5, -1)$ lárphointe an chiorcail C.
Tá an líne L: $3x - 4y + 11 = 0$ ina tadhlaí le C.



(i) Taispeáin gurb é 6 ga C .

(ii) Tá an líne $x + py + 1 = 0$ ina tadhlaí le C, freisin.
Faigh an dá luach fhéideartha ar p.

(c) Is é S an ciorcal $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ agus is é K an líne $4x + 3y = 12$.

(i) Taispeáin nach dtrasnaíonn an líne K an ciorcal S.

(ii) Faigh comhordanáidí an phointe ar S is gaire do K.

2. **(a)** $\vec{x} = -3\vec{i} + \vec{j}$. Sloinn $\left(\vec{x}^{\perp}\right)^{\perp}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

(b) $\vec{p} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{q} = \vec{i} - 6\vec{j}$ agus $\vec{r} = -\vec{i} + 5\vec{j}$.

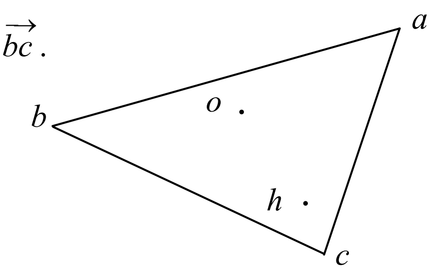
(i) Sloinn $\overrightarrow{pq}$ agus $\overrightarrow{pr}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

(ii) Ag glacadh le $10\vec{s} = \left|\overrightarrow{pr}\right|\overrightarrow{pq} + \left|\overrightarrow{pq}\right|\overrightarrow{pr}$, sloinn $\vec{s}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

(iii) Faigh méid na huillinne idir $\vec{s}$ agus $\overrightarrow{pr}$.

(c) Is é an bunphointe o imlár an triantáin abc.

Má tá $\vec{h} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, taispeáin go bhfuil $\overrightarrow{ah} \perp \overrightarrow{bc}$.



3. **(a)** Taispeáin go bhfuil an líne a ghabhann trí na pointí (3, −6) agus (−7, 12) ingearach leis an line $5x - 9y + 6 = 0$.

(b) Tá fána dheimhneach ag an líne *K* agus gabhann sí tríd an bpointe *p*(2, −9). Trasnaíonn *K* an *x*-ais ag *q* agus an *y*-ais ag *r*, agus tá $|pq| : |pr| = 3:1$.
Faigh comhordanáidí *q* agus comhordanáidí *r*.

(c) **(i)** Cruthaigh go dtugann an fhoirmle

$$\tan\theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

méid ceann amháin de na huillinneacha idir an dá líne ar fánaí dóibh m_1 agus m_2.

(ii) Is é *L* an líne $y = 4x$ agus is é *K* an líne $x = 4y$.
Is é *f* an t-inmhapa $(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $x' = 2x - y$ agus $y' = x + 3y$.
Faigh méid na géaruillinne idir $f(L)$ agus $f(K)$, ceart go dtí an chéim is gaire.

4. **(a)** Scríobh síos na luachanna ar *A* ar fíor ina leith

$$\cos A = \frac{1}{2}\,, \text{ áit a bhfuil } 0^\circ \le A \le 360^\circ.$$

(b) **(i)** Sloinn $\sin(3x + 60^\circ) - \sin x$ mar thoradh de shíneas agus comhshíneas.

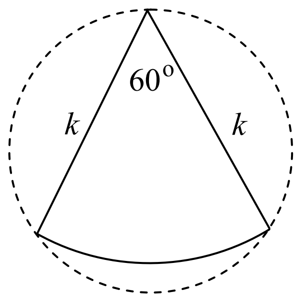
(ii) Faigh gach aon réiteach ar an gcothromóid

$$\sin(3x + 60^\circ) - \sin x = 0, \quad \text{áit a bhfuil } 0^\circ \le x \le 360^\circ.$$

(c) Sa léaráid taispeántar teascóg (an dlúthlíne) atá imscríofa ag ciorcal (an líne bhriste).

(i) Faigh ga an chiorcail i dtéarmaí *k*.

(ii) Taispeáin go bhfuil an t-achar atá iata ag an gciorcal cothrom le dhá oiread achar na teascóige.



5. **(a)** **(i)** Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos le haghaidh $f : x \to \tan^{-1} x$, agus luachanna $f(x)$ a bheith i dtéarmaí π.

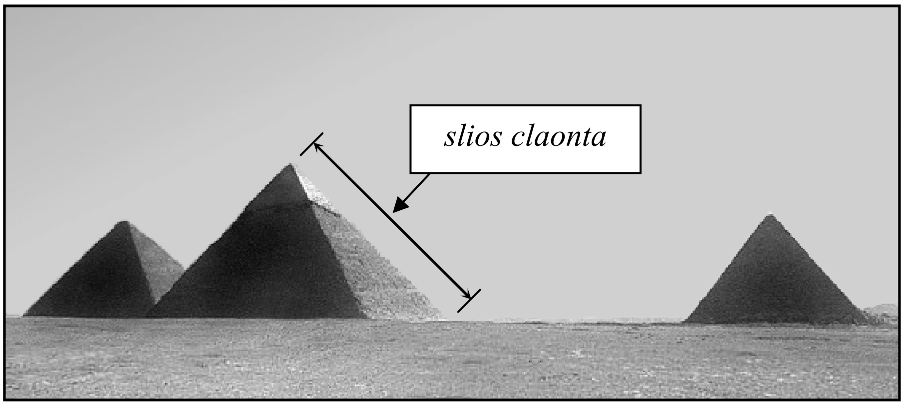
x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$f(x)$						$\frac{\pi}{4}$	

(ii) Tarraing graf $y = f(x)$ san fhearann $-2 \le x \le 2$, agus scála na y-aise a bheith i dtéarmaí π.

(iii) Tarraing an dá asamtóit chothrománacha atá ag an ngraf.

(iv) I gcás roinnt luachanna ar $k \in \mathbf{R}$, tá $\tan^{-1}(\tan k) = k$, ach níl sé fíor i gcás gach luach ar k.
Luaigh an raon luachanna ar k ar fíor ina leith $\tan^{-1}(\tan k) = k$.
Léirigh le heiseamláir cad a tharlaíonn lasmuigh den raon sin.

(b) Tá bonn cearnógach faoin mórphirimid in Giza san Éigipt agus tá ceithre aghaidh thriantánacha uirthi. Tá sleasa bhonn na pirimide 230 méadar ar fad agus tá an phirimid féin 146 méadar ar airde. Tá barr na pirimide díreach lastuas de lárphointe an bhoinn.



(i) Ríomh an fad atá i gceann amháin de na sleasa claonta, ceart go dtí an méadar is gaire.

(ii) Ríomh, ceart go dtí dhá fhigiúr bhunúsacha, an t-achar iomlán atá sna ceithre aghaidh thriantánacha den phirimid (ag glacadh leis gur dromchlaí mín réidh iad).

6. **(a)** **(i)** Cé mhéad foireann éagsúil de thriúr an ceann is féidir a roghnú as painéal seisear buachaillí agus cúigear cailíní?

(ii) Má roghnaítear an fhoireann go fánach, faigh an dóchúlacht nach mbeidh ann ach cailíní.

(b) **(i)** Réitigh an difearchothromóid $6u_{n+2} - 7u_{n+1} + u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, má ghlactar le $u_0 = 8$ agus $u_1 = 3$.

(ii) Fíoraigh go sásaíonn an réiteach ar chuid **(i)** an difearchothromóid seo freisin:

$$6u_{n+1} - u_n - 10 = 0 .$$

(c) Tá tríocha lá i mí an Mheithimh. I mí an Mheithimh atá breithlaethanta seachtar mac léinn. Tá na breithlaethanta neamhspleách ar a chéile agus baineann an seans céanna leis na dátaí uile.

(i) Cad é an dóchúlacht go bhfuil an breithlá céanna ag gach mac léinn den seachtar?

(ii) Cad é an dóchúlacht go bhfuil breithlá éagsúil ag gach duine den seachtar?

(iii) Taispeáin go bhfuil an dóchúlacht go bhfuil an breithlá céanna ag beirt ar a laghad níos mó ná 0·5.

7. **(a)** Is é atá i bpasfhocal fón póca ná cúig dhigit.

(i) Cé mhéad pasfhocal is féidir a chumadh?

(ii) Cé mhéad pasfhocal díobh sin a thosaíonn ar 2 agus a chríochnaíonn ar dhigit corr?

(b) Cuirtear 35 cárta, agus iad uimhrithe ó 1 go dtí 35, i ndruma le haghaidh crannchuir. Déantar cúig chárta a roghnú go fánach as an druma agus sin an teaglaim a bhuann.

(i) Cé mhéad teaglaim éagsúil is féidir a roghnú?

(ii) Cé mhéad ceann de na teaglamaí féideartha ar fad a mheaitseálfaidh go beacht ceithre uimhir as an teaglaim a bhuann?

(iii) Cé mhéad ceann de na teaglamaí féideartha ar fad a mheaitseálfaidh go beacht trí uimhir as an teaglaim a bhuann?

(iv) Taispeáin gurb é 0·014, go neasach, an dóchúlacht go meaitseálfar trí uimhir ar a laghad as an teaglaim a bhuann.

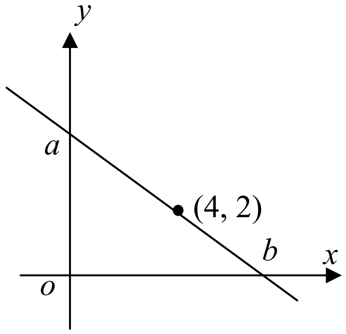
(c) Is é 0 meán na slánuimhreacha ó $-n$ go dtí n, iad araon san áireamh.

Taispeáin gurb é $\sqrt{\dfrac{n(n+1)}{3}}$ an diall caighdeánach.

ROINN B
Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

8. **(a)** Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x)=e^x$, suas chomh fada leis an téarma a chuimsíonn x^3, agus an téarma sin san áireamh.

(b) Gabhann líne, ar fána di m, tríd an bpointe (4, 2), áit a bhfuil $m < 0$. Trasnaíonn an líne na haiseanna ag na pointí a agus b.



(i) Faigh, i dtéarmaí m, comhordanáidí a agus b.

(ii) Uaidh sin, faigh an luach ar m ar fíor ina leith achar an triantáin aob a bheith ina íosluach.

(c) Bain feidhm as tástáil an chóimeasa chun gach ceann de na sraitheanna a leanas a thástáil le haghaidh coinbhéirseachta.
I ngach cás díobh, luaigh go soiléir an raon luachanna ar x ar fíor ina leith go bhfuil an tsraith coinbhéirseach, an raon luachanna ar fíor ina leith go bhfuil sí dibhéirseach, agus an luach (na luachanna) ar x ar fíor ina leith go bhfuil an tástáil éiginntitheach.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} n3^n x^n$ **(ii)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!\,n!}{(2n)!} x^n$.

9. **(a)** Is athróg randamach é z faoi dháileadh normalach caighdeánach.
Faigh luach z_1 ar fíor ina leith go bhfuil $P(z > z_1) = 0{\cdot}0808$.

(b) Tá na cruthanna cairtchláir a leanas istigh i mála:
10 gcearnóg dhearga, 15 chearnóg ghlasa, 8 dtriantán dhearga agus 12 thriantán ghlasa.
Roghnaítear ceann amháin de na cruthanna go fánach as an mála.
Is é E an teagmhas go roghnaítear cearnóg.
Is é F an teagmhas go roghnaítear cruth glas.

(i) Faigh $P(E \cap F)$.

(ii) Faigh $P(E \cup F)$.

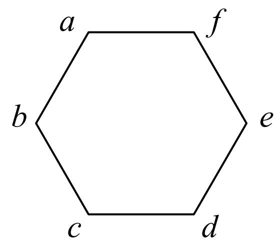
(iii) An teagmhais neamhspleácha iad E agus F? Bíodh fáth le do fhreagra.

(iv) An teagmhais chomheisiatacha iad E agus F? Bíodh fáth le do fhreagra.

(c) Na marcanna a bronnadh i scrúdú, tá dáileadh normalach orthu. Is é 60 an meánmharc agus is é 10 an diall caighdeánach.
Is é 63 an meánmharc ag sampla de 50 mac léinn.
Ag an leibhéal suntasachta 5%, tástáil an hipitéis gur sampla randamach é sin den phobal.

10. **(a)** Is é G tacar na rothluithe a mhapálann heicseagán rialta air féin. Grúpa é $(G, \circ)$, áit a gciallaíonn $\circ$ comhshuíomh.

Scríobhtar an rothlú tuathail trí 60° mar $R_{60^{\circ}}$.



(i) Liostaigh baill G.

(ii) Luaigh cé acu baill den ghrúpa, más ann dóibh, ar gineadóirí iad.

(iii) Liostaigh fo-ghrúpaí córa uile $(G, \circ)$.

(iv) Faigh $Z(G)$, lár $(G, \circ)$. Déan do fhreagra a chosaint.

(b) **(i)** Taispeáin go bhfuil an grúpa $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right\}$ faoi iolrú maitríse iseamorfach leis an ngrúpa $\{0, 1\}$ faoi shuimiú modulo 2.

(ii) Cruthaigh go bhfuil gach grúpa cioglach éigríochta iseamorfach le $(\mathbf{Z}, +)$.

11. **(a)** **(i)** Faigh íomhá a $(-1, 2)$ agus íomhá b $(0, 4)$ faoin inmhapa

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

(ii) Taispeáin go bhfuil ab comhthreomhar le $a'b'$.

(b) Pointe is ea p (x, y) ar fíor ina leith go bhfuil an fad ó p go dtí an pointe $(2, 0)$ cothrom le leath an fhaid ó p go dtí an líne $x = 8$.

(i) Faigh cothromóid lócas p.

(ii) Taispeáin gur éilips é an lócas sin, ar lárphointe dó an bunphointe, trína chothromóid a shloinneadh san fhoirm $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

(c) Cruthaigh go bhfuil an t-achar céanna sna comhthreomharáin uile a imscríobhtar, thart timpeall éilips tugtha, ag na foircinn ar thrasnáin chomhchuingeacha.

Leathanach Bán