



# Coimisiún na Scrúduithe Stáit

---

## SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2005

---

### MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 ( 300 marc )

---

DÉARDAOIN, 9 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

---

Freagair SÉ CHEIST (50 marc an ceann).

---

**RABHADH:** Caillfear marcanna mura dtaispeántar gach obair riachtanach go soiléir.

Ba chóir na haonaid tomhais iomchuí a lua sna freagraí nuair is ábhartha iad.

---

1. (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha:

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 0$$

$$3x + \frac{y}{2} = 17.$$

(b) (i) Sloinn  $2^{\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{4}}$  sa bhfoirm  $2^{\frac{p}{q}}$ , áit a bhfuil  $p, q \in \mathbf{Z}$ .

(ii) Bíodh  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .  
Taispeáin gur fachtóir é  $(x-t)$  de  $f(x) - f(t)$ .

(c) Is fachtóir é  $(x-p)^2$  de  $x^3 + qx + r$ .  
Taispeáin go bhfuil  $27r^2 + 4q^3 = 0$ .  
Sloinn fréamhacha  $3x^2 + q = 0$  i dtéarmaí  $p$ .

2. (a) Réitigh le haghaidh  $x$ :  $|x-1| < 7$ , áit a bhfuil  $x \in \mathbf{R}$ .

(b) Tá fréamh shlánuimhreach amháin agus dhá fhréamh éagóimheasta ag an gcothromóid chiúbach  $4x^3 + 10x^2 - 7x - 3 = 0$ . Sloinn na fréamhacha éagóimheasta sa bhfoirm shurda is simplí.

(c) Bíodh  $f(x) = \frac{x^2 + k^2}{mx}$ , áit ar tairisigh iad  $k$  agus  $m$ , agus  $m \neq 0$ .

(i) Taispeáin go bhfuil  $f(km) = f\left(\frac{k}{m}\right)$ .

(ii) Is réaduimhreacha iad  $a$  agus  $b$  ar fíor ina leith  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  agus  $a \neq b$ .  
Má tá  $f(a) = f(b)$ , taispeáin  $ab = k^2$ .

3. (a) Ag glacadh le  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ , taispeáin  $A^3 = A^{-1}$ .

(b) Réitigh an chothromóid chearnach:

$$2iz^2 + (6 + 2i)z + (3 - 6i) = 0, \text{ áit a bhfuil } i^2 = -1.$$

(c) (i) Tá  $z = \cos\theta + i\sin\theta$ . Bain feidhm as teoirim De Moivre chun a thaispeáint go bhfuil

$$z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos n\theta, \text{ le haghaidh } n \in \mathbf{N}.$$

(ii) Déan  $\left(z + \frac{1}{z}\right)^4$  a fhorbairt agus uaidh sin sloinn  $\cos^4\theta$  i dtéarmaí  $\cos 4\theta$  agus  $\cos 2\theta$ .

4. (a) Scríobh an deachúil athfhillteach 0.636363..... mar shraith iolraíoch éigríochta agus uaidh sin scríobh mar chodán í.

(b) (i) I bhforbairt dhéthéarmach  $(1 + kx)^n$ , is iad  $1 - 21x + 189x^2$  an chéad trí théarma. Faigh luach  $n$  agus luach  $k$ .

(ii) Déantar seicheamh a shainmhíniú ag  $u_n = (2 - n)2^{n-1}$ . Taispeáin  $u_{n+2} - 4u_{n+1} + 4u_n = 0$ , le haghaidh gach  $n \in \mathbf{N}$ .

(c) (i) Taispeáin go bhfuil

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}, \text{ áit ar réaduimhreacha iad } a \text{ agus } b.$$

(ii) Is iad  $a, b$  agus  $c$  faid na sleasa i dtriantán dronuilleach, áit arb é  $c$  fad an taobhagáin. Ag baint feidhme as an toradh i gcuid (i), nó ar shlí eile, taispeáin go bhfuil  $a + b \leq c\sqrt{2}$ .

5. (a) Réitigh le haghaidh  $x$ :  $\sqrt{10-x} = 4-x$ .

(b) Bain feidhm as ionductú chun a chruthú go bhfuil

$$\sum_{r=1}^n (3r-2) = \frac{n}{2}(3n-1).$$

(c) (i) Taispeáin go bhfuil  $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$ , áit  $a, b > 0$  agus  $a, b \neq 1$ .

(ii) Taispeáin go bhfuil

$$\frac{1}{\log_2 c} + \frac{1}{\log_3 c} + \frac{1}{\log_4 c} + \dots + \frac{1}{\log_r c} = \frac{1}{\log_r c}, \text{ áit } c > 0, c \neq 1.$$

6. (a) Dífreáil i leith  $x$ :

(i)  $(1+7x)^3$                       (ii)  $\sin^{-1}\left(\frac{x}{5}\right)$ .

(b) Bíodh  $y = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$ .

Taispeáin go bhfuil  $\frac{dy}{dx} = t+t^3$ , áit a bhfuil  $t = \tan \frac{x}{2}$ .

(c) Is cothromóid chuair é  $y = \frac{x}{x-1}$ , áit  $x \neq 1$ .

(i) Taispeáin nach bhfuil uasphointe logánta ná íospointe logánta ag an gcuair.

(ii) Scríobh síos cothromóidí na n-asamtóití agus uaidh sin déan sceitse den chuair.

(iii) Taispeáin gurb é an cuair a íomhá féin faoin tsiméadracht i bpointe trasnaithe na n-asamtóití.

7. (a) Faigh ó bhunphrionsabail díorthach  $x^2$  i leith  $x$ .

(b) (i) Is cothromóidí paraiméadracha cuair iad

$$x = 8 + \ln t^2$$

$$y = \ln(2 + t^2), \text{ áit a bhfuil } t > 0.$$

Faigh  $\frac{dy}{dx}$  i dtéarmaí  $t$  agus ríomh a luach ag  $t = \sqrt{2}$ .

(ii) Faigh fána an tadhlaí don chuar  $xy^2 + y = 6$  ag an bpointe (1, 2).

(c) (i) Scríobh síos cothromóid chearnach ar fréamhacha di  $\pm \sqrt{k}$ .

(ii) Bain feidhm ansin as modh Newton-Raphson chun a thaispeáint go bhféadfaí úsáid a bhaint as an riail

$$u_{n+1} = \frac{(u_n)^2 + k}{2u_n}$$

chun garluachanna ar  $\sqrt{k}$ , atá ag éirí níos beaichte de réir a chéile, a fháil.

(iii) Ag baint feidhme as an riail thuas agus ag glacadh le  $\frac{3}{2}$  mar an chéad gharluach ar  $\sqrt{3}$ , faigh an tríú gharluach, mar chodán.

8. (a) Faigh (i)  $\int (2 + x^3) dx$  (ii)  $\int e^{3x} dx$ .

(b) (i) Luacháil  $\int_1^4 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$ .

(ii) Luacháil  $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin^2 2\theta d\theta$ .

(c) (i) Luacháil  $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ .

(ii) Bain feidhm as modhanna suimeála chun foirmle le hágaidh toirt chóin a dhíorthú.

# **Leathanach Bán**