Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2005

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 13 MEITHEAMH – MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair **CÚIG** cheist as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **Roinn B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

RABHADH: **Caillfear marcanna mura dtaispeántar gach obair riachtanach go soiléir.**

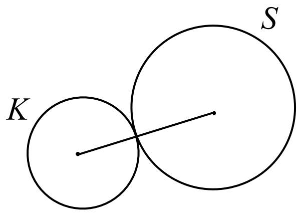
Ba chóir na haonaid tomhais iomchuí a lua sna freagraí nuair is ábhartha iad.

ROINN A

Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

---

1. **(a)** Tadhlaíonn na ciorcail S agus K a chéile go seachtrach.
Is é (8, 5) lár an chiorcail S agus is é 6 a gha.
Is é (2, –3) lár an chiorcail K.
Ríomh ga K.

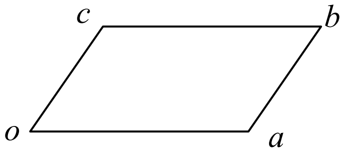


(b) **(i)** Cruthaigh gurb é $xx_1 + yy_1 = r^2$ cothromóid an tadhlaí don chiorcal $x^2 + y^2 = r^2$ ag an bpointe (x_1, y_1).

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh an dá luach ar b gur fíor ina leith gur tadhlaí é an líne $5x + by = 169$ don chiorcal $x^2 + y^2 = 169$.

(c) Gabhann ciorcal trí na pointí (7, 2) agus (7, 10).
Tadhlaí don chiorcal is ea an líne $x = -1$.
Faigh cothromóid an chiorcail.

2. **(a)** Déan cóip den chomhthreomharán $oabc$ i do fhreagarleabhar.
Agus do chuid oibre a thaispeáint, tóg an pointe d ar fíor ina leith
$\vec{d} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$, áit arb é o an bunphointe.



(b) Tá $\vec{p} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Is é $\vec{q}$ an t-aonadveicteoir i dtreo $\vec{p}$.

(i) Sloinn $\vec{q}$ agus $\vec{q}^{\perp}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

(ii) Sloinn $11\vec{i} - 2\vec{j}$ sa bhfoirm $k\vec{q} + l\vec{q}^{\perp}$, áit a bhfuil $k, l \in \mathbf{R}$.

(c) Tá $\vec{u} = \vec{i} + 5\vec{j}$ agus $\vec{v} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$.

(i) Faigh $\cos\angle uov$, áit arb é o an bunphointe.

(ii) Tá $\vec{r} = (1-k)\vec{u} + k\vec{v}$, áit a bhfuil $k \in \mathbf{R}$ agus $k \neq 0$.
Faigh an luach ar k ar fíor ina leith $|\angle uov| = |\angle vor|$.

3. **(a)** Trasnaíonn an líne $L_1 : 3x - 2y + 7 = 0$ agus an líne $L_2 : 5x + y + 3 = 0$ a chéile ag an bpointe p.
Faigh cothromóid na líne trí p atá ingearach le L_2.

(b) Gabhann an líne K tríd an bpointe $(-4, 6)$ agus is fána di m, áit a bhfuil $m > 0$.

(i) Scríobh síos, i dtéarmaí m, cothromóid K.

(ii) Faigh, i dtéarmaí m, comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn K na haiseanna.

(iii) Is é 54 aonad cearnach achar an triantáin atá sainithe ag K, an ais-x agus an ais-y.
Faigh na luachanna a d'fhéadfadh a bheith ar m.

(c) Is é f an trasfhoirmiú $(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $x' = 3x - y$ agus $y' = x + 2y$.

(i) Cruthaigh go ndéanann f gach péire línte comhthreomhara a mhapáil ar phéire línte comhthreomhara.
Is féidir glacadh leis go ndéanann f gach líne a mhapáil ar líne.

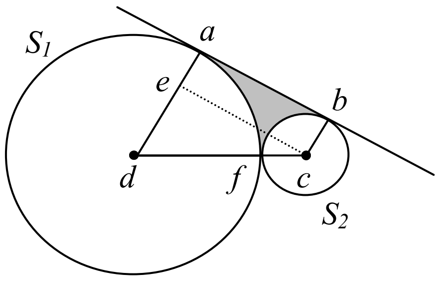
(ii) Comhthreomharán is ea $oabc$, áit ar trasnán dó $[ob]$ agus arb é o an bunphointe.
Ag glacadh le $f(c) = (-1, 9)$, faigh fána ab.

4. **(a)** Luacháil $\underset{\theta \to 0}{\text{teor}} \dfrac{\sin 4\theta}{3\theta}$.

(b) **(i)** Ag baint feidhme as $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$, nó ar shlí eile,
cruthaigh $\cos^2 A = \frac{1}{2}(1 + \cos 2A)$.

(ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, réitigh an chothromóid
$1 + \cos 2x = \cos x$, áit a bhfuil $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

(c) Ciorcal ar ga dó 9 cm is ea S_1 agus ciorcal ar ga dó 3 cm is ea S_2.
Tadhlaíonn S_1 agus S_2 a chéile go seachtrach ag f.
Tadhlaí comónta don dá chiorcal, tadhlaíonn sé S_1 ag an bpointe a agus S_2 ag b.

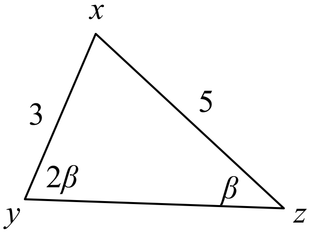


(i) Faigh achar an cheathairshleasáin $abcd$.
Bíodh do fhreagra i bhfoirm shurda.

(ii) Faigh achar an réigiúin scáthlínithe, atá iata ag $[ab]$ agus na mion-stuanna af agus bf.

5. **(a)** Is é $4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ achar triantáin chomhshleasaigh.
Faigh fad sleasa amháin den triantán.

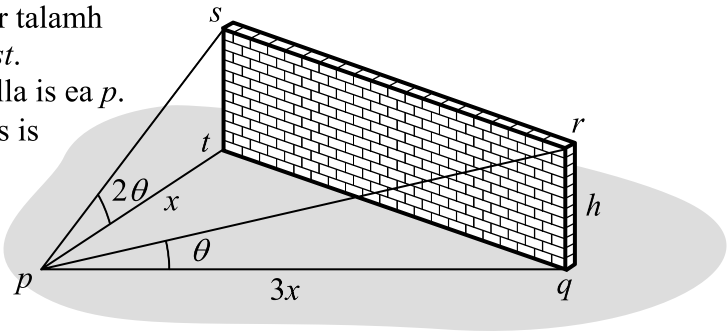
(b) Sa triantán xyz, tá $|\angle xyz| = 2\beta$ agus $|\angle xzy| = \beta$.
Tá $|xy| = 3$ agus $|xz| = 5$.



(i) Bain feidhm as an eolas sin chun $\sin 2\beta$ a shloinneadh sa bhfoirm $\frac{a}{b}\sin\beta$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{N}$.

(ii) Uaidh sin, sloinn $\tan\beta$ sa bhfoirm $\frac{\sqrt{c}}{d}$, áit a bhfuil $c, d \in \mathbf{N}$.

(c) Balla ceartingearach dronuilleogach ar talamh cothrománach agus ar airde h is ea $qrst$.
Pointe ar an talamh ar aghaidh an bhalla is ea p.
Is é θ uillinn airde r ón bpointe p agus is é 2θ uillinn airde s ón bpointe p.
Tá $|pq| = 3|pt|$.
Faigh θ.



6. **(a)** Cé mhéad uimhir thríluibhean is féidir a chumadh ó na luibhne 1, 2, 3, 4, 5,

(i) más éagsúil gach ceann díobh

(ii) más ionann lena chéile iad na trí luibhean?

(b) **(i)** Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 4u_{n+1} - 8u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, má thugtar go bhfuil $u_0 = 0$ agus $u_1 = 2$.

(ii) Fíoraigh go dtugann do réiteach an luach ceart ar u_2.

(c) Uimhrítear naoi gcárta ó 1 go dtí 9. Déantar trí chárta a roghnú go fánach ó na naoi gcárta.

(i) Faigh an dóchúlacht nach roghnaítear cárta uimhir a 8.

(ii) Faigh an dóchúlacht go bhfuil corruimhir ar gach ceann de na trí chárta.

(iii) Faigh an dóchúlacht go bhfuil suim na n-uimhreacha ar na cártaí a roghnaítear níos mó ná suim na n-uimhreacha ar na cártaí nach roghnaítear.

7. **(a)** **(i)** Cé mhéad grúpa éagsúil de cheathrar is féidir a roghnú as cúigear buachaillí agus seisear cailíní?

(ii) Cé mhéad grúpa díobh a bhfuil beirt bhuachaillí agus beirt chailíní iontu?

(b) Tá sé dhiosca dhéag i gcluiche boird. Tá cúig cinn díobh gorm, trí cinn díobh glas, sé cinn díobh dearg agus dhá cheann buí. Roghnaítear ceithre dhiosca go fánach. Cad é an dóchúlacht

(i) go bhfuil na ceithre dhiosca gorm

(ii) go bhfuil an dath céanna ar na ceithre dhiosca

(iii) go bhfuil dath éagsúil ar gach ceann de na ceithre dhiosca

(iv) gur gorm iad dhá dhiosca agus nach gorm iad an dá dhiosca eile?

(c) Is é 12.4 bliain meánaois mhic léinn na chéad bhliana i scoil ar an 1 Meán Fómhair 2003 agus is é 0.6 bliain an diall caighdeánach. An bhliain ina dhiaidh sin, tá na mic léinn sin uile sa dara bliain agus níl aon mhac léinn sa bhreis ina measc.

(i) Luaigh meánaois na mac léinn sin agus diall caighdeánach aoiseanna na mac léinn sin ar an 1 Meán Fómhair 2004.
Bíodh fáth le gach freagra.

Déanann grúpa nua de mhic léinn chéad bhliana freastal ar an scoil ar an 1 Meán Fómhair 2004. Tá dáileadh aoise an ghrúpa seo agus líon mac léinn an ghrúpa seo cosúil leis an dáileadh aoise agus an líon mac léinn a bhí i ngrúpa na chéad bhliana i mí Mheán Fómhair 2003.

(ii) Luaigh meánaois chomhghrúpa mac léinn na chéad agus na dara bliana ar an 1 Meán Fómhair 2004.

(iii) Luaigh an bhfuil diall caighdeánach aoiseanna an chomhghrúpa seo níos lú ná, cothrom le, nó níos mó ná 0.6 bliain. Bíodh fáth le do fhreagra.

ROINN B

Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

---

8. **(a)** Bain feidhm as mírshuimeáil chun $\int x^2 \ln x dx$ a fháil.

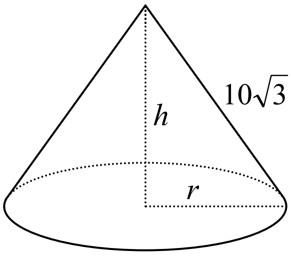
(b) **(i)** Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh $f(x) = \ln(1+x)$ chomh fada leis an téarma a chuimsíonn x^3, agus an téarma sin san áireamh.

(ii) Bain feidhm as na téarmaí sin chun garluach a fháil ar $\ln\frac{11}{10}$.

(iii) Scríobh síos téarma ginearálta na sraithe $f(x)$ agus uaidh sin taispeáin go bhfuil an tsraith coinbhéirseach le haghaidh $-1 < x < 1$.

(c) Tá ga *r* cm ag cón ar airde cheartingearach dó *h* cm agus ar claonairde dó $10\sqrt{3}$ cm.

Faigh an luach ar *h* i dtreo is gur uasluach an toirt.



9. **(a)** Is athróg randamach é *z* faoi dháileadh normalach caighdeánach. Faigh $P(1 < z < 2)$.

(b) Tugann Seán faoi roinnt aimsithe pionóis le linn cluiche. Tá na h-aimsithe neamhspleách ar a chéile agus is é $\frac{4}{5}$ an dóchúlacht go ngnóthaíonn sé cúl le gach aon aimsiú díobh.

(i) Faigh an dóchúlacht go dteipeann ar Sheán cúl ar bith a ghnóthú as a chéad cheithre aimsiú pionóis.

(ii) Faigh an dóchúlacht go ngnóthaíonn Seán trí cinn de chúil go beacht, as a chéad cheithre aimsiú pionóis.

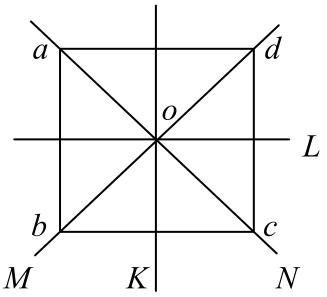
(iii) Má thugann Seán faoi dheich n-aimsiú pionóis le linn an chluiche, faigh an dóchúlacht go ngnóthaíonn sé cúl le hocht gcinn, ar a laghad.

(c) Tugadh faoi shuirbhé chun eolas a fháil ar na costais chíosa sheachtainiúla a ghearrtar le haghaidh árasán saoire i dtír ar leith. Toghadh sampla randamach de 400 árasán. Ba é €320 an meán don sampla agus €50 an diall caighdeánach.

Déan eatramh muiníne 95% a chumadh do na meánchostais chíosa sheachtainiúla le haghaidh árasán saoire sa tír sin.

10. **(a)** Taispeáin gur grúpa faoi shuimiú modulo 6 é $\{0, 2, 4\}$. Is féidir leat glacadh le comhthiomsaitheacht sa chás.

(b) Is baill den ghrúpa D_4 iad R_{90^o} agus S_M, áit arb é D_4 grúpa déhéidreach cearnóige.

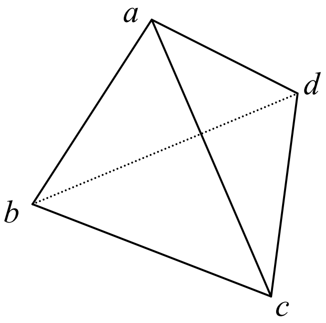


(i) Liostaigh baill eile an ghrúpa.

(ii) Faigh $C(S_M)$, lárnaí an bhaill S_M.

(c) Tá dhá shiméadracht rothlacha dhéag ag teitrihéidrán rialta. Déanann siad grúpa faoi chomhshuíomh. Is féidir na siméadrachtaí a léiriú mar iomalartaithe ar na stuaiceanna *a*, *b*, *c* agus *d*.

Is fo-ghrúpa é $X = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \end{pmatrix} \right\}, \circ$ den ghrúpa teitrihéidreach seo.



(i) Scríobh síos fo-ghrúpa eile ar ord dó 2.

(ii) Scríobh síos fo-ghrúpa ar ord dó 3.

(iii) Scríobh síos an t-aon fho-ghrúpa amháin ar ord dó 4.

11. **(a)** Faigh cothromóid éilips ar lár dó (0, 0), ar éalárnacht dó $\frac{5}{6}$ agus a bhfuil fócas amháin aige ag an bpointe (10, 0).

(b) Is trasfhoirmiú cosúlachta é *f* agus is é *k* a cóimheas formhéadaithe.
Déantar triantán abc a mhapáil ar an triantán $a'b'c'$ faoi *f*.
Cruthaigh $|\angle abc| = |\angle a'b'c'|$.

(c) Is é *g* an trasfhoirmiú $(x, y) \rightarrow (x', y')$, áit a bhfuil $x' = ax$ agus $y' = by$ agus $a > b > 0$.

(i) Is é *C* an ciorcal $x^2 + y^2 = 1$. Taispeáin gur éilips é $g(C)$.

(ii) Tadhlaithe iad *L* agus *K* ag foircinn lárlíne den éilips $g(C)$.
Cruthaigh go bhfuil *L* agus *K* comhthreomhar lena chéile.

Leathanach Bán