



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2004

MATAMAITIC — ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 14 MEITHEAMH - MAIDIN 9:30 to 12:00

Freagair **CÚIG** ceist as Roinn **A** agus ceist **AMHÁIN** as Roinn **B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

**RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar gach obair
riachtanach go soiléir.**

ROINN A
Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

1. (a) Is é $(-1, 5)$ lár chiorcail a ghabhann tríd an bpointe $(1, 2)$.
Faigh cothromóid an chiorcail.
- (b) Tá an pointe $a(5, 2)$ ar an gciorcail $K: x^2 + y^2 + px - 2y + 5 = 0$.
- (i) Faigh luach p .
- (ii) Trasnaíonn an líne $L: x - y - 1 = 0$ an ciorcail K .
Faigh comhordanáidí na bpointí trasnaithe.
- (c) Is tadhlaí é an ais- y don chiorcail $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.
- (i) Cruthaigh $f^2 = c$.
- (ii) Faigh cothromóidí na gciorcail a ghabhann trí na pointí $(-3, 6)$ agus $(-6, 3)$ agus a bhfuil an ais- y mar thadhlaí acu.

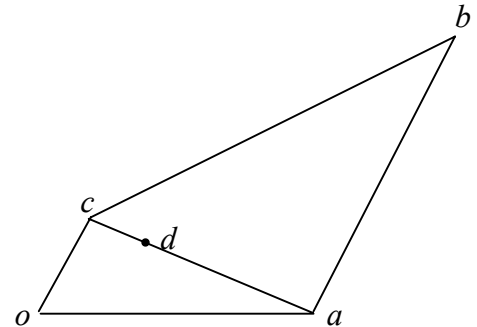
2. (a) $\vec{r} = 12\vec{i} - 35\vec{j}$. Faigh an t-aonadveicteoir i dtreo \vec{r} .

- (b) Ceathairshleasán é $oabc$, áit arb é o an bunphointe.
 $\vec{ad} = 3\vec{dc}$ agus $\vec{ab} = 3\vec{c}$.

(i) Sloinn \vec{d} i dtéarmaí \vec{a} agus \vec{c} .

(ii) Sloinn \vec{db} i dtéarmaí \vec{a} agus \vec{c} .

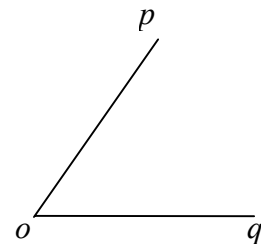
(iii) Taispeáin gur comhlíneach iad o, d agus b .



- (c) Pointí iad p agus q agus is é o an bunphointe.
Níl p, q agus o comhlíneach, agus tá $\left| \vec{p} \right| = \left| \vec{q} \right|$.

(i) Cruthaigh go bhfuil \vec{pq} ingearach le $\left(\vec{p} + \vec{q} \right)$.

(ii) Cruthaigh go bhfuil $\vec{po} \cdot \vec{pq} = \frac{1}{2} \left| \vec{pq} \right|^2$.



3. (a) Dhá phointe iad $a(-1, 4)$ agus $b(9, -1)$ agus pointe in $[ab]$ is ea p .
Ag glacadh leis go bhfuil $|ap| : |pb| = 2 : 3$, faigh comhordanáidí p .
- (b) (i) Ríomh an fad ingearach ón bpointe $(-1, -5)$ go dtí an líne $3x - 4y - 2 = 0$.
- (ii) Tá an pointe $(-1, -5)$ ar comhfhad ó na línte $3x - 4y - 2 = 0$ agus $3x - 4y + k = 0$, áit a bhfuil $k \neq -2$. Faigh luach k .
- (c) Is é f an t-inmhapa $(x, y) \rightarrow (x', y')$ áit a bhfuil $x' = 2x - y$ agus $y' = x + y$.
Is é L an líne $y = mx + c$.
Is é K an líne a ghabhann tríd an mbunphointe agus atá ingearach le L .
- (i) Faigh cothromóid $f(L)$ agus cothromóid $f(K)$.
- (ii) Faigh na luachanna ar m gur fíor ina leith $f(K) \perp f(L)$.
Bíodh do fhreagra i bhfoirm surda.

4. (a) Géaruillinn is ea A gur fíor ina leith $\tan A = \frac{8}{15}$.

Gan A a luacháil, faigh

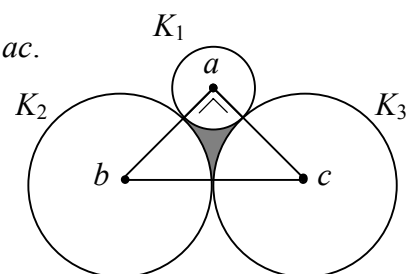
- (i) $\cos A$
- (ii) $\sin 2A$.
- (b) (i) Cruthaigh $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$.
Bain as sin go bhfuil $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$.
- (ii) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh an luach ar θ gur fíor ina leith

$$2\cos\theta - 7\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0, \text{ áit a bhfuil } 0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ.$$

Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

- (c) Is iad a , b agus c láir na ciorcal K_1 , K_2 agus K_3 , faoi seach.
Tadhlan na trí ciorcal a chéile go seachtrach agus tá $ab \perp ac$.
Is é $2\sqrt{2}$ cm ga K_2 agus ga K_3 , araon.

- (i) Faigh, i bhfoirm surda, fad gha K_1 .
- (ii) Faigh achar an réigiúin scáthlínithe, i dtéarmaí π .



5. (a) Cruthaigh $\cos^2 A + \sin^2 A = 1$, áit a bhfuil $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$.

(b) (i) Taispeáin gur tairiseach é $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$ nuair a shimplítear go hiomlán é.

(ii) Sloinn $1 - (\cos x - \sin x)^2$ sa bhfoirm $a \sin bx$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{Z}$.

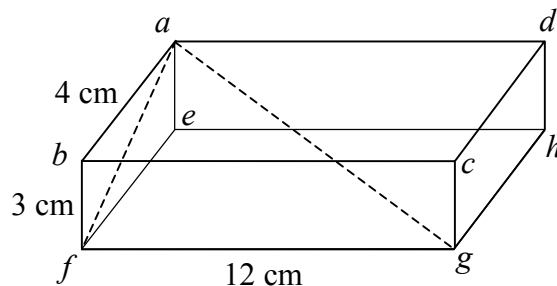
(c) Taispeántar bosca dronuilleogach sa léaráid. Is í an dronuilleog $abcd$ barr an bhosca agus is í an dronuilleog $efgh$ bun an bhosca.

Tá $|ab| = 4$ cm, $|bf| = 3$ cm agus $|fg| = 12$ cm.

(i) Faigh $|af|$.

(ii) Faigh $|ag|$.

(iii) Faigh tomhas na géaruillinne idir $[ag]$ agus $[df]$. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.



6. (a) Tá coiste de chúigear le roghnú as seisear mac léinn agus triúr múinteoirí.

(i) Cén líon de choistí cúigir éagsúla is féidir a roghnú?

(ii) Cén líon de na coistí sin is féidir a roghnú ina mbeadh triúr mac léinn agus beirt mhúinteoirí?

(b) (i) Réitigh an difearchothromóid $3u_{n+2} - 2u_{n+1} - u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, ag glacadh leis go bhfuil $u_0 = 3$ agus $u_1 = 7$.

(ii) Luacháil $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

(c) Tá na huimhreacha ó 1 go dtí 8 scríofa ar ocht gcárta. Cártaí dearga iad na cártaí ar a bhfuil 1 agus 2 scríofa, cártaí gorma iad na cártaí ar a bhfuil 3 agus 4 scríofa, cártaí buí iad na cártaí ar a bhfuil 5 agus 6 scríofa agus cártaí dubha iad na cártaí ar a bhfuil 7 agus 8 scríofa.

Déantar ceithre chárta a roghnú go fánach as na hocht gcárta.

Maidir leis na ceithre chárta a roghnaíodh, faigh an dóchúlacht:

(i) gur ar dhathanna éagsúla iad uile

(ii) gur cártaí corruimhreacha dhá cheann agus gur cártaí ré-uimhreacha dhá cheann

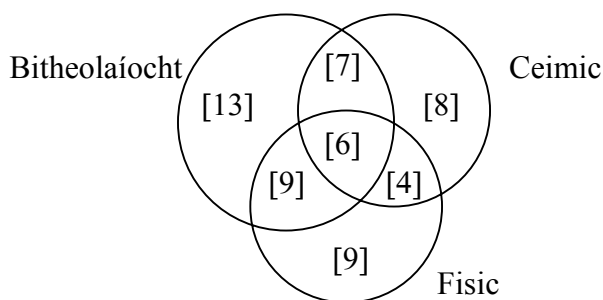
(iii) gur ar dhathanna éagsúla iad uile, gur corruimhreacha dhá cheann agus gur ré-uimhreacha dhá cheann.

7. (a) Déantar ocht rian a mharcáil ar an gconair reatha sna Cluichí Oilimpeacha. Dáiltear rian éagsúil ar gach aon reathaí. Faigh an líon slí gur féidir na rianta sin a dháileadh ar na reathaithe i gcoimhlint nuair a bheadh

(i) ocht reathaí sa choimhlint

(ii) cúig reathaí sa choimhlint agus cead cúig rian ar bith a úsáid.

(b) I rang 56 mac léinn, déanann gach duine acu staidéar ar cheann amháin ar a laghad de na hábhair Bitheolaíocht, Ceimic agus Fisic. Taispeánann an léaráid Venn an líon mac léinn atá ag déanamh staidéar ar theaglamaí éagsúla na n-ábhar.



(i) Déantar mac léinn a thoghadh go fánach as an rang iomlán. Faigh an dóchúlacht nach ndéanann an mac léinn sin staidéar ar an mBitheolaíocht.

(ii) Déantar mac léinn a thoghadh go fánach as iad san a dhéanann staidéar ar dhá ábhar ar a laghad. Faigh an dóchúlacht nach ndéanann an mac léinn sin staidéar ar an mBitheolaíocht.

(iii) Déantar beirt mhac léinn a thoghadh go fánach as an rang uile. Faigh an dóchúlacht go ndéanann an bheirt acu staidéar ar an bhFisic.

(iv) Déantar beirt mhac léinn a thoghadh go fánach as iad san a dhéanann staidéar ar an gCeimic. Faigh an dóchúlacht nach ndéanann ach duine amháin acu staidéar ar an mBitheolaíocht.

(c) Is é \bar{x} meán na réaduimhreacha p , q agus r , agus is é σ an diall caighdeánach.

(i) Taispeáin gurb é \bar{x} , freisin, meán na gceithre uimhir p , q , r agus \bar{x} .

(ii) Is é k diall caighdeánach p , q , r agus \bar{x} .
Taispeáin $k : \sigma = \sqrt{3} : 2$.

ROINN B

Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

8. (a) Bain feidhm as mírshuimeáil chun $\int x \sin x dx$ a fháil.
- (b) Is é $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)x}{1!} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \dots$ an tsraith Maclaurin.
- (i) Déan an chéad chúig théarma den tsraith Maclaurin le haghaidh e^x a dhíorthú
- (ii) Uaidh sin, scríobh síos an chéad chúig théarma den tsraith Maclaurin le haghaidh e^{-x} agus bain feidhm as a leithéid chun an chéad trí théarma neamhnialasacha le haghaidh na sraithe $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ a fháil.
- (iii) Scríobh síos téarma ginearálta na sraithe $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ agus bain feidhm as Tástáil an Chóimheasa chun a thaispeáint go bhfuil an tsraith coinbhéirseach le haghaidh gach x .
- (c) Is é h airde dlúthshorcóra agus is é r a gha. Nuair a dhéantar airde an tsorcóra a shuimiú le himlíne a bhoinn, faightear 3 méadar.
- (i) Sloinn, i dtéarmaí r agus π , toirt an tsorcóra.
- (ii) Faigh, i dtéarmaí π , an t-uastoirt is féidir a bheith ag an sorcóir.
9. (a) Is athróg randamach é z faoi dháileadh normalach caighdeánach. Faigh an luach ar z_1 gur fíor ina leith $P(z \leq z_1) = 0.9370$.
- (b) Caitheann leanbh liathróid le grúpa de thrí scidil. Tugtar sa tábla um dháileadh dóchúlachta a leanas an dóchúlacht go ndéanfar 0, 1, 2 nó 3 scidil a leagadh ag an liathróid:
- | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P(x)$ | 0.1 | 0.1 | 0.5 | k |
- (i) Faigh luach k .
- (ii) Faigh meán an dáilte.
- (iii) Faigh, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha, diall caighdeánach an dáilte.
- (c) Roimh na toghcháin áitiúla, mhaígh páirtí polaitiúil gur thug 30% de na vótálaithe tacaíocht dó. I sampla randamach de 1500 vótálaí, dúirt 400 acu go dtabharfaidís a gcuid vótaí don pháirtí sin. Déan maíomh an pháirtí a thástáil ag an leibhéal suntasach 5%.

10. (a) Sainítear an oibríocht dhénártha $*$ ag $a * b = a + b - ab$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$.

(i) Faigh an ball ionannais.

(ii) Ríomh 3^{-1} , inbhéarta 3.

(iii) Faigh x^{-1} i dtéarmaí x .

(iv) Taispeáin $(a * b) * c = a * (b * c)$.

(v) Taispeáin $a * b \neq 1$, le haghaidh gach $a, b \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$.

(b) Más fo-ghrúpaí de G iad H agus K , cruthaigh gur fo-ghrúpa de G é $H \cap K$ freisin.

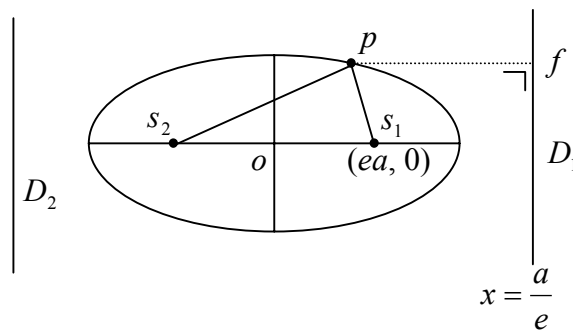
11. (a) Is é f an t-inmhapa $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, áit a bhfuil $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Is é $(0, 0)$ an pointe o , $(1, 0)$ an pointe p agus $(0, 1)$ an pointe q .

(i) Faigh o', p' agus q' , íomhánna o, p agus q , faoi seach, faoi f .

(ii) Fíoraigh $|\angle p'o'q'| = 90^\circ$.

(b) (i)



Taispeántar éilips sa léaráid, ar éalárnacht dó e , agus ar lár dó an bunphointe. Fócas amháin dó is ea an pointe $s_1(ea, 0)$ agus is é s_2 an fócas eile.

Is é $x = \frac{a}{e}$ cothromóid na treoilíne D_1 . Pointe ar bith ar an éilips is ea p .

Á nótáil agat go bhfuil $|ps_1| = e|pf|$, cruthaigh $|ps_1| + |ps_2| = 2a$.

(ii) Dhá phointe iad $u(-4, 0)$ agus $v(4, 0)$.
Pointe is ea w gur fíor ina leith go bhfuil fad imlíne an triantáin uvw cothrom le 18.
Is éilips an lócas atá faoi w . Faigh a cothromóid.

