Coimisiún na Scrúduithe Stáit

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2003

MATAMAITIC — ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2
(300 marc)

DÉ LUAIN, 9 MEITHEAMH — MAIDIN, 9:30 go dtí 12:00

Freagair **CÚIG** cheist as Roinn **A** agus **CEIST AMHÁIN** as Roinn **B**.
Gabhann 50 marc le gach ceist.

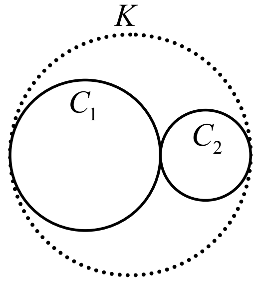
RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar gach obair riachtanach go soiléir.

ROINN A
Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

---

1. **(a)** Luíonn an pointe $\left(\dfrac{3-3t^2}{1+t^2}, \dfrac{6t}{1+t^2}\right)$ ar an gciorcal $x^2 + y^2 = r^2$ le haghaidh gach aon luach $t \in \mathbf{R}$. Faigh r, ga an chiorcail.

(b) Dhá chiorcal iad C_1: $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$ agus C_2: $x^2 + y^2 - 14x - 2y + 41 = 0$.



(i) Cruthaigh go dtadhlaíonn C_1 agus C_2 a chéile go seachtrach.

(ii) Is ciorcal eile é K. Luíonn lárphointí na dtrí gciorcal i líne dhíreach. Tadhlaíonn C_1 agus C_2, araon, an ciorcal K go hinmheánach. Faigh cothromóid K.

(c) Tadhlaí don chiorcal $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 9 = 0$ is ea an líne $ax + by = 0$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{R}$ agus $b \neq 0$.

(i) Taispeáin $\dfrac{a}{b} = -\dfrac{3}{4}$.

(ii) Uaidh sin, nó i slí eile, faigh comhordanáidí an phointe tadhaill.

2. **(a)** Comhthreomharán é *oabc* arb é o an bunphointe, agus go bhfuil $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ agus $\vec{b} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

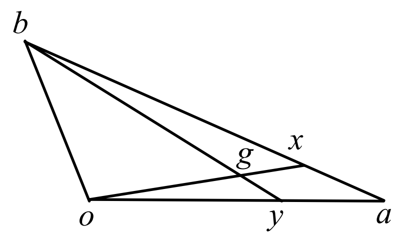
Sloinn $\vec{c}$ i dtéarmaí $\vec{i}$ agus $\vec{j}$.

(b) Tá $\vec{p} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{q} = 3\vec{i} + k\vec{j}$ agus $\vec{r} = 3\vec{i} + t\vec{j}$, áit a bhfuil $k, t \in \mathbf{R}$ agus arb é o an bunphointe.

(i) Má ghlactar leis go bhfuil $\vec{p} \perp \vec{q}$, ríomh luach k.

(ii) Má ghlactar leis go bhfuil $|\angle por| = 45°$, ríomh an dá luach fhéideartha ar t.

(c) Is triantán é *oab*, arb é o an bunphointe.



(i) Pointe ar [*ab*] is ea x gur fíor ina leith $|ax| : |xb| = 1 : 3$.
Sloinn $\vec{x}$ i dtéarmaí $\vec{a}$ agus $\vec{b}$.

(ii) Pointe ar [*oa*] is ea y gur fíor ina leith $|oy| : |ya| = 2 : 1$.
Sloinn $\overrightarrow{by}$ i dtéarmaí $\vec{a}$ agus $\vec{b}$.

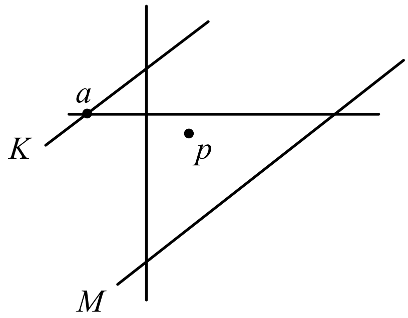
(iii) Trasnaíonn [*ox*] agus [*by*] a chéile ag g.
Ag glacadh leis go bhfuil $\vec{g} = m\vec{x}$ agus $\overrightarrow{bg} = n\,\overrightarrow{by}$, áit a bhfuil $m, n \in \mathbf{R}$, faigh luach m agus luach n.

3. **(a)** Is é f an t-inmhapa $(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil $x' = x + y$ agus $y' = x - y$.

Is é L an líne $4x - 2y - 1 = 0$.

Faigh cothromóid $f(L)$, íomhá L faoi f.

(b) $3x - 4y + 9 = 0$ an líne K.
Tá an pointe $a(-3, 0)$ ar K.



Tá an líne M comhthreomhar le K.
Tá an pointe $p(2, -1)$ leath bealaigh idir K agus M.

(i) Faigh cothromóid M.

(ii) Ríomh an fad idir K agus M.

(iii) Ríomh an tomhas atá sa ghéaruillinn idir ap agus K.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

(iv) Pointe ar K is ea $b(x, y)$ gur fíor ina leith $|ab| = 15$ agus $x > 0$.
Faigh luach x agus luach y.

4. **(a)** 30π cm imlíne chiorcail.
$75\ \text{cm}^2$ an t-achar atá ag teascóg den chiorcal.

Faigh, i raidiain, an uillinn sa teascóg sin.

(b) Faigh gach aon réiteach den chothromóid

$$\sin 2x + \sin x = 0$$

sa bhfearann $0° \leq x \leq 360°$.

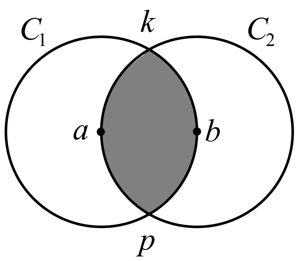
(c) Is ciorcal é C_1 ar lár dó a agus ar ga dó r.

Is ciorcal é C_2 ar lár dó b agus ar ga dó r.

Trasnaíonn C_1 agus C_2 a chéile ag k agus p.

Tá $a \in C_2$.

Tá $b \in C_1$.



(i) Faigh, i raidiain, tomhas na huillinne kap.

(ii) Ríomh achar an réigiúin atá scáthlínithe.
Bíodh do fhreagra i dtéarmaí r agus π.

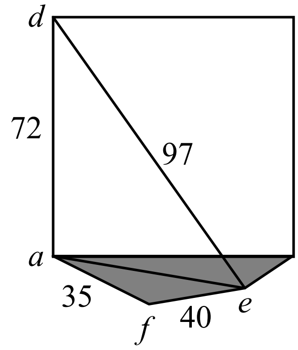
5. **(a)** Faigh luach $\sin 15°$ i bhfoirm shurda.

(b) Pointí ar thalamh cothrománach is ea a, f agus e.

Pointe ar bhalla ceartingearach díreach lastuas de a is ea d.

Tá $|ad| = 72$ m, $|de| = 97$ m,

$|af| = 35$ m agus $|fe| = 40$ m.



(i) Ríomh $|ae|$.

(ii) Uaidh sin, ríomh $|\angle afe|$.

(c) **(i)** Ag baint feidhme duit as an ionannas $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$, nó i slí eile, cruthaigh:

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B.$$

(ii) Cruthaigh:

$$\sin(A + B)\sin(A - B) = (\sin A + \sin B)(\sin A - \sin B).$$

6. **(a)** Tá ochtar ar fáil, Ciarán agus Áine san áireamh, chun coiste a bhunú. Ní mór cúigear a roghnú don choiste.

(i) Cé mhéad slí inar féidir an coiste a bhunú más riachtanach é Ciarán agus Áine araon a roghnú dó?

(ii) Cé mhéad slí inar féidir an coiste a bhunú más riachtanach é gan Ciarán ná Áine a roghnú dó?

(b) **(i)** Réitigh an difearchothromóid $u_{n+2} - 4u_{n+1} + 3u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, ag glacadh leis go bhfuil $u_0 = -2$ agus $u_1 = 4$.

(ii) Fíoraigh go sásaíonn an réiteach a fuair tú ar **(i)** an difearchothromóid.

(c) Déantar slánuimhir éagsúil amháin idir 1 agus 10 a mharcáil ar gach aon cheann de dheich ndiosca, agus lonnaítear iad uile i mbosca.

Déantar trí cinn de na dioscaí a roghnú go fánach (gan iad a chur ar ais arís) as an mbosca.

(i) Cad é an dóchúlacht go roghnaítear an diosca leis an uimhir 7 air?

(ii) Cad é an dóchúlacht gur corr iad na trí uimhir ar na dioscaí a roghnaítear?

(iii) Cad é an dóchúlacht gur réidh é toradh na dtrí n-uimhir ar na dioscaí a roghnaítear?

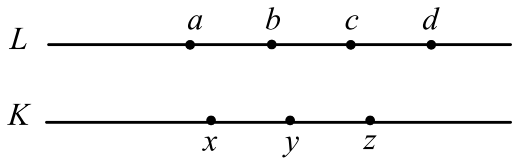
(iv) Cad é an dóchúlacht gurb é 4 an uimhir is lú ar na dioscaí a roghnaítear?

7. **(a)** Gluaiseann cúig charr isteach i gcarrchlós. Tá cúig spás fholmha go beacht ar fáil sa charrchlós.

(i) Cé mhéad slí éagsúil is féidir leis na cúig charr na spásanna folmha a líonadh?

(ii) Imíonn dhá cheann de na cairr as an gcarrchlós gan páirceáil.
Cé mhéad slí éagsúil is féidir leis na trí cairr atá fágtha na cúig spás fholmha a líonadh?

(b)



Línte comhthreomhara leithleacha iad L agus K.

Pointí ar L is ea a, b, c agus d gur fíor ina leith $|ab| = |bc| = |cd| = 1$ cm.

Pointí ar K is ea x, y agus z gur fíor ina leith $|xy| = |yz| = 1$ cm.

(i) Ag baint úsáide duit as trí cinn de na pointí ainmnithe mar stuaiceanna, cé mhéad triantán éagsúil is féidir a thógáil?

(ii) Ag baint úsáide duit as ceithre cinn de na pointí ainmnithe mar stuaiceanna, cé mhéad ceathairshleasán éagsúil is féidir a thógáil?

(iii) Ag baint úsáide duit as ceithre cinn de na pointí ainmnithe mar stuaiceanna, cé mhéad comhthreomharán éagsúil is féidir a thógáil?

(iv) Má thógtar ceathairshleasán amháin go fánach, cad é an dóchúlacht *nach* comhthreomharán é?

(c) Is é $\overline{x}$ meán na réaduimhreacha a agus b.
Is é σ an diall caighdeánach.

(i) Sloinn σ i dtéarmaí a, b agus $\overline{x}$.

(ii) Uaidh sin, sloinn σ i dtéarmaí a agus b amháin.

(iii) Taispeáin $\overline{x}^2 - \sigma^2 = ab$.

ROINN B

Freagair CEIST AMHÁIN as an roinn seo.

8. **(a)** Bain feidhm as mírshuimeáil chun $\int xe^{-5x}dx$ a fháil.

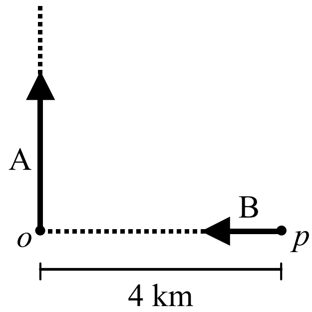
(b) Is é $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)x}{1!} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \ldots$ an tsraith Maclaurin.

(i) Déan an tsraith Maclaurin a dhíorthú le haghaidh $f(x) = \log_e(1+x)$ suas chomh fada leis an téarma a choinníonn x^4, agus an téarma sin san áireamh freisin.

(ii) Scríobh síos an téarma ginearálta agus bain feidhm as Tástáil an Chóimheasa chun a thaispeáint go bhfuil an tsraith coinbhéirseach le haghaidh $-1 < x < 1$.

(c) Tá an pointe p 4 km soir díreach ó phointe o.

Fágann A an pointe o ag meánlae agus gabhann ó thuaidh faoi luas buan 12 km/u. Ag an am céanna, fágann B an pointe p agus gabhann i dtreo o faoi luas buan 6 km/h.



(i) Scríobh síos slonn in x do na faid a bheidh gafa ag A agus B, araon, x nóiméad tar éis meánlae.

(ii) Faigh slonn in x don fhad a bheidh B ó A, x nóiméad tar éis meánlae.

(iii) Ríomh an líon nóiméad tar éis meánlae a mbeidh suíomh B chomh cóngarach agus is féidir do A.

9. **(a)** Athróg randamach í z faoi dháileadh normalach caighdeánach.
Ríomh $P(-2.13 < z \leq 1.46)$.

(b) Pé uair a bhuaileann teileafón póca Áine, is é $\frac{3}{4}$ an dóchúlacht go dtugann sí freagra air. Cuireann cara Áine sé scairt teileafóin uirthi.

(i) Cad é an dóchúlacht go dteipeann ar Áine na glaonna uile sin a fhreagairt?

(ii) Cad é an dóchúlacht go dteipeann uirthi an chéad dá ghlao a fhreagairt agus go bhfreagraíonn sí na cinn eile?

(iii) Cad é an dóchúlacht go dtugann sí freagra ar cheann amháin, go beacht, de na glaonna?

(iv) Cad é an dóchúlacht go dtugann sí freagra ar dhá ghlao ar a laghad?

(c) Mhaígh scoil tiomána i bhfógra gur éirigh le 80% dá gcuid cliant sa tástáil tiomána ar an gcéad iarracht dóibh.

Rinneadh 1000 duine, a bhí tar éis freastal ar an scoil agus a chuaigh faoin tástáil don chéad uair, a roghnú go fánach.

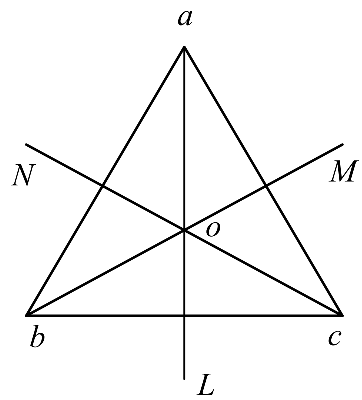
Faigh, ag an leibhéal suntasach 5%, an t-eatramh inar chóir go luíodh an líon a d’éirigh leo i dtreo is go mbeadh an t-éileamh sa bhfógra inghlactha.

10. **(a)** Tá $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ agus $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Is grúpa cioglach é $M = \{A, B, C, D\}$ faoi mhéadú maitríse.

Fíoraigh gur gineadóir é A de M.

(b) Triantán comhshleasach é *abc*.
Trasnaíonn L, M agus N, déroinnteoirí ingearacha na sleasa, a chéile ag o.



Is é $D_3 = \{I_\pi, R_{120°}, R_{240°}, S_L, S_M, S_N\}$, faoi chomhshuíomh, grúpa siméadrach an triantáin *abc*.

(i) Iniúchaigh an fíor é $S_L \circ S_M = S_M \circ S_L$.

(ii) Scríobh síos lárnaí $R_{120°}$.

(c) Tá $P = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Is grúpa é P faoi chomhshuíomh iomalartuithe.
Is é D_3 grúpa siméadrach an triantáin chomhshleasaigh *abc*, mar a léiríodh i **(b)**.

Iseamorfacht í $f : D_3 \to P$, áit a bhfuil $f\left(R_{120°}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Faigh $f\left(R_{120°}{}^{-1}\right)$, agus bíodh fáth le do fhreagra.

11. **(a)** Is é $2x - 5y = 27$ polach an phointe p i leith an chiorcail $x^2 + y^2 = 9$.

Ag glacadh leis gurb é $xx_1 + yy_1 = r^2$ polach an phointe (x_1, y_1) i leith an chiorcail $x^2 + y^2 = r^2$, faigh comhordanáidí p.

(b) Is inmhapa cosúlachta é f.
Mapálann f an uillinn θ ar an uillinn ϕ.

Cruthaigh go bhfuil θ agus ϕ ar chomhthomhas.

(c) **(i)** Trastomhas den éilips $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ is ea [*cd*], áit arb é $\left(5\sqrt{2}, \frac{5}{2}\sqrt{2}\right)$ an pointe c.
Faigh cothromóid an tadhlaí don éilips ag c.

(ii) Tá an trastomhas [*st*] comhchuingeach don trastomhas [*cd*].
Faigh cothromóid *st* agus comhordanáidí na bpointí s agus t.