

AN ROINN OIDEACHAIS AGUS EOLAÍOCHTA

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2002

MATAMAITIC – ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 1 (300 marc)

DÉARDAOIN, 6 MEITHEAMH — MAIDIN, 9.30 go dtí 12.00

Freagair **SÉ CHEIST** (50 marc an ceann).

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar gach obair riachtanach go soiléir.

1. (a) Réitigh an chothromóid

$$x = \sqrt{x+2}.$$

- (b) Tá fréamh amháin slánuimhriúil mar aon le dhá fhréamh choimpléascacha ag an gcothromóid chiúbach $x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = 0$.

Faigh na trí fhréamh.

- (c) Cothromóid chearnach í $(p+r-t)x^2 + 2rx + (t+r-p) = 0$, áit ar shlánuimhreacha iad p, r agus t .

Taispeáin

- (i) gur cóimheasta iad na fréamhacha
(ii) gur slánuimhir í ceann amháin de na fréamhacha.

2. (a) Réitigh, gan feidhm a bhaint as áireamhán, na cothromóidí comhuaineacha a leanas:

$$\begin{aligned}x + 2y + 4z &= 7 \\x + 3y + 2z &= 1 \\-y + 3z &= 8.\end{aligned}$$

- (b) (i) Faigh an raon luachanna ar $x \in \mathbf{R}$ gur fíor ina leith

$$x^2 + x - 20 \leq 0.$$

- (ii) Bíodh $g(x) = x^n + 3$, le haghaidh gach $x \in \mathbf{R}$, áit a bhfuil $n \in \mathbf{N}$.

Taispeáin gur tairiseach é $g(x) + g(-x)$ más uimhir chorr í n .

- (c) (i) Más 1 an difríocht atá idir na fréamhacha de $x^2 + bx + c = 0$, taispeáin $b^2 - 4c = 1$.

- (ii) Is slánuimhreacha leantacha iad fréamhacha na cothromóide

$$x^2 + (4k - 5)x + k = 0.$$

Ag baint feidhme duit as an ábhar i gcuid (i), nó i slí eile, faigh luach k agus fréamhacha na cothromóide.

3. (a) Sloinn $-1 + \sqrt{3}i$ sa bhfoirm $r(\cos \theta + i \sin \theta)$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.
- (b) (i) Má thugtar $z = 2 - i\sqrt{3}$, faigh an réaduimhir t gur fíor ina leith go bhfuil $z^2 + tz$ réadach.

- (ii) Uimhir choimpléascach í w gur fíor ina leith

$$w\bar{w} - 2iw = 7 - 4i,$$

áit ar \bar{w} an comhchuingeach coimpléascach de w .

Faigh an dá luach is féidir a bheith ar w .

Sloinn gach ceann díobh sa bhfoirm $p + qi$, áit a bhfuil $p, q \in \mathbf{R}$.

- (c) Is fíor iad na trí ráiteas a leanas gach uair ar réaduimhreacha iad x agus y :

- $x + y = y + x$
- $xy = yx$
- Má tá $xy = 0$, ansin tá $x = 0$ nó $y = 0$.

Faigh amach an mbeidh na ráitis fíor, freisin, nuair x an

mhairtís $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$ agus y an mhairtís $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$.

4. (a) Faigh, i dtéarmaí n , suim an chéad n téarma den tsraith iolraíoch

$$3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \dots$$

- (b) (i) Taispeáin $\frac{2}{k(k+2)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}$, le haghaidh gach $k \in \mathbf{R}$, $k \neq 0, -2$.

- (ii) Luacháil, i dtéarmaí n , $\sum_{k=1}^n \frac{2}{k(k+2)}$.

- (iii) Luacháil $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k(k+2)}$.

- (c) Tá trí uimhir i seicheamh comhbhreise.
27 a suim agus 704 a n-iolrach.

Faigh na trí uimhir.

5. (a) Faigh luach x i ngach ceann díobh seo:

(i) $\frac{8}{2^x} = 32$

(ii) $\log_9 x = \frac{3}{2}$.

(b) Is iad $1 + 2x + \frac{7}{4}x^2$ an chéad trí théarma sa bhforbairt déthéarmach $(1 + ax)^n$.

(i) Faigh luach a agus luach n .

(ii) Uaidh sin, faigh lárthéarma na forbartha.

(c) Ag baint feidhme duit as ionduchtú, cruthaigh, le haghaidh slánuimhreach deimhní ar bith n , go bhfuil

$$x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \frac{x(x^n - 1)}{x - 1}, \text{ áit a bhfuil } x \neq 1.$$

6. (a) Dífreáil $(x^4 + 1)^5$ i leith x .

(b) (i) Cruthaigh, ó bhunphrionsabail, riail an tsuimithe:

má tá $f(x) = u(x) + v(x)$, ansin tá $\frac{df}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$.

(ii) Má thugtar $y = 2x - \sin 2x$, faigh $\frac{dy}{dx}$.

Bíodh do fhreagra sa bhfoirm $k \sin^2 x$, áit a bhfuil $k \in \mathbf{Z}$.

(c) Tá uaspointe ag $(0, 4)$ agus pointe athchasta ag $(1, 0)$ ag an bhfeidhm

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Faigh luachanna a, b, c agus d .

7. (a) Faigh fána an tadhlaí don chuar

$$9x^2 + 4y^2 = 40 \text{ ag an bpointe } (2, 1).$$

(b) (i) Má thugtar $y = \sin^{-1} 10x$, luacháil $\frac{dy}{dx}$ nuair $x = \frac{1}{20}$.

(ii) Is cothromóidí paraiméadracha cuair iad

$$x = \ln(1+t^2) \text{ agus } y = \ln 2t, \text{ áit a bhfuil } t \in \mathbf{R}, t > 0,$$

Faigh luach $\frac{dy}{dx}$ nuair $t = \sqrt{5}$.

(c) Bíodh $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

(i) Taispeáin $f''(x) = f(x)$, áit ar $f''(x)$ an dara díorthach de $f(x)$.

(ii) Taispeáin $\frac{f'(2x)}{f'(x)} = 2f(x)$, nuair $x \neq 0$ agus áit ar $f'(x)$ an chéad díorthach de $f(x)$.

8. (a) Faigh $\int (x^3 + \sqrt{x} + 2) dx$.

(b) Luacháil (i) $\int_2^7 \frac{2x-4}{x^2-4x+29} dx$ (ii) $\int_2^7 \frac{1}{x^2-4x+29} dx$.

(c) Bíodh $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.
Is é L an tadhlaí don chuar $y = f(x)$ ag a uasphointe logánta.

Faigh an t-achar atá iata idir L agus an cuar.

