AN ROINN OIDEACHAIS AGUS EOLAÍOCHTA

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2002

MATAMAITIC — ARDLEIBHÉAL

PÁIPÉAR 2 (300 marc)

DÉ LUAIN, 10 MEITHEAMH — MAIDIN, 9.30 go dtí 12.00

Freagair **CÚIG** Cheist as Roinn **A** agus ceist **AMHÁIN** as Roinn **B**.
Tá 50 marc ag dul do gach ceist.

RABHADH: Caillfear marcanna mura dtaispeántar gach obair riachtanach go soiléir.

ROINN A

Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

---

1. **(a)** Sainítear ciorcal ag na cothromóidí paraiméadracha a leanas:

$$x = 4 + 3\cos\theta, \quad y = -2 + 3\sin\theta, \quad \text{áit a bhfuil } \theta \in \mathbf{R}.$$

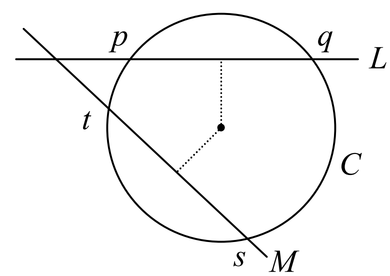
Cad í cothromóid Chairtéiseach an chiorcail?

(b) Stuaiceanna triantáin iad na pointí $a(-2, 4)$, $b(0, -10)$ agus $c(6, -2)$.

(i) Fíoraigh go bhfuil an triantán dronuilleach ag c.

(ii) Uaidh sin, nó i slí eile, faigh cothromóid an chiorcail a ghabhann trí na pointí a, b agus c.

(c) Is é $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ cothromóid an chiorcail C.
Trasnaíonn L an ciorcal C ag na pointí p agus q.
Trasnaíonn M an ciorcal C ag na pointí t agus s.
Tá $|pq| = |ts| = 8$.



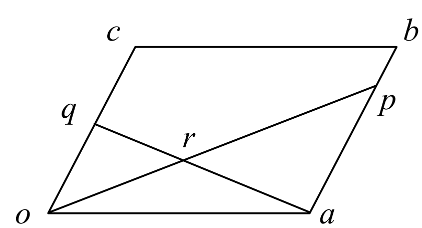
(i) Faigh ga C agus uaidh sin taispeáin gurb é 3 an fad ó lár C go dtí gach ceann de na línte L agus M.

(ii) Má thugtar go dtrasnaíonn na línte L agus M a chéile ag an bpointe $(-4, 0)$, faigh cothromóidí L agus M.

2. **(a)** Tá $\vec{s} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ agus $\vec{t} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$.

Faigh $|\overrightarrow{st}|$.

(b) Comhthreomharán é $oabc$, áit arb é o an bunphointe.
Tá $p \in [ab]$ gur fíor ina leith $|ap| : |pb| \;=\; 3:1$.
Is é q lárphointe na mírlíne $[oc]$.



(i) Ag baint feidhme duit as triantáin chomhuilleacha, nó i slí eile, faigh an cóimheas $|or| : |rp|$.

(ii) Sloinn $\vec{p}$, agus uaidh sin $\vec{r}$, i dtéarmaí $\vec{a}$ agus $\vec{b}$.

(c) Tá $\vec{k} = \vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{n} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$ agus $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbf{R}$.

(i) Sloinn luach $\overrightarrow{kn}.\overrightarrow{kv}$ sa bhfoirm $ax + by + c$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbf{R}$.

(ii) Má tá $\overrightarrow{kn}.\overrightarrow{kv} = \overrightarrow{kn}.\overrightarrow{ku}$, agus $\vec{u} \neq \vec{v}$, cruthaigh $\overrightarrow{kn} \perp \overrightarrow{uv}$.

3. **(a)** Dhá phointe iad $a(-1, 4)$ agus $b(5, -4)$.

Faigh cothromóid dhéroinnteoir ingearach na mírlíne $[ab]$.

(b) Is é f an t-inmhapa $(x, y) \rightarrow (x', y')$, áit a bhfuil $x' = 3x + y$ agus $y' = x - 2y$.
Is é S an chearnóg ar stuaiceanna di $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ agus $(0, 1)$.

(i) Faigh an t-íomhá atá ag gach ceann de na ceithre stuaic de S faoi f.

(ii) Sloinn x agus y i dtéarmaí x' agus y'.

(iii) Ag cur na línte $ax + by + c = 0$ agus $ax + by + d = 0$ san áireamh, nó i slí eile, cruthaigh go ndéanann f gach péire línte comhthreomhara a mhapáil ar phéire línte comhthreomhara.
(Is féidir glacadh leis go ndéanann f gach líne a mhapáil ar líne.)

(iv) Taispeáin S agus $f(S)$, araon, ar léaráid.

(v) Faigh achar $f(S)$.

4. **(a)** Faigh luach θ gur fíor ina leith $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $0° \leq \theta \leq 180°$.

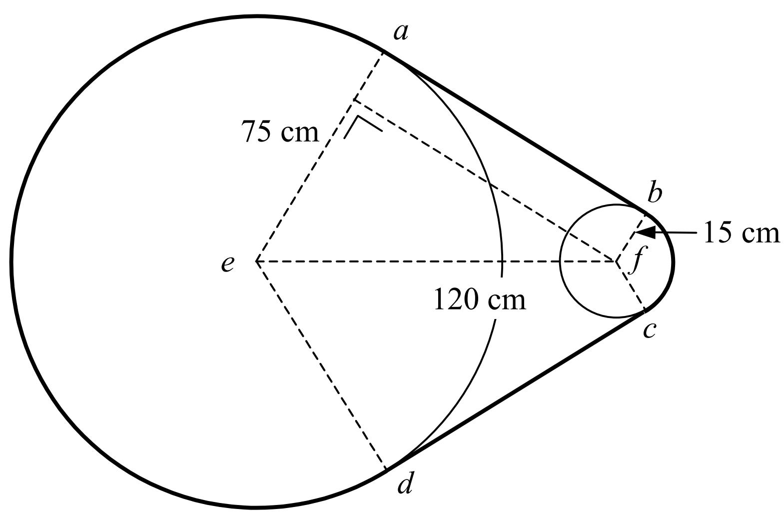
(b) **(i)** Bain feidhm as an bhfoirmle $\sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A)$ chun $\sin^2 \frac{1}{2}x$ a shloinneadh i dtéarmaí $\cos x$.

(ii) Uaidh sin, nó i slí eile, faigh réitigh uile na cothromóide

$$\sin^2 \frac{1}{2}x - \cos^2 x = 0$$

sa bhfearann $0° \leq x \leq 360°$.

(c) Gabhann slabhra thar dhá roth chiorclacha, mar a thaispeántar. 75 cm ga rotha amháin agus 15 cm ga an rotha eile. Tá fad 120 cm idir e agus f, láir na rothaí.



Is é atá sa slabhra ná an comhthadhlaí $[ab]$, an mion-stua bc, an comhthadhlaí $[cd]$ agus an mór-stua da.

(i) Faigh tomhas $\angle aef$.

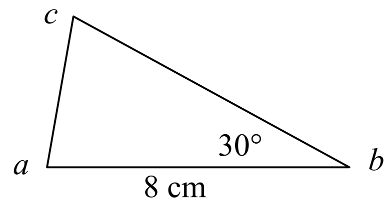
(ii) Faigh $|ab|$ i bhfoirm surda.

(iii) Faigh fad an tslabhra, agus bíodh do fhreagra sa bhfoirm $k\pi + l\sqrt{3}$, áit a bhfuil $k, l \in \mathbf{Z}$.

5. **(a)** 12 cm^2 achar an triantáin *abc*.

Tá $|ab| = 8$ cm agus $|\angle abc| = 30°$.

Faigh $|bc|$.

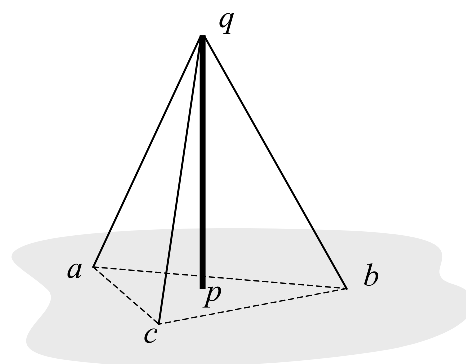


(b) **(i)** Cruthaigh $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$.

(ii) Uaidh sin, nó i slí eile, cruthaigh $\tan 22\frac{1}{2}° = \sqrt{2} - 1$.

(c) Seasann crann raidió ceartingearach, [*pq*], ar thalamh réidh cothrománach. Tugtar taca dó ag trí chábla a cheanglaíonn barr an chrainn, *q*, do na pointí *a*, *b* agus *c* ar an talamh. Luíonn bun an chrainn, *p*, laistigh den triantán *abc*.

Tá gach cábla 52 m ar fad agus tá an crann 48 m ar airde.



(i) Faigh an fad (comónta) ó *p* go dtí gach ceann de na pointí *a*, *b* agus *c*.

(ii) Má thugtar $|ac| = 38$ m agus $|ab| = 34$ m, faigh $|bc|$, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

6. **(a)** Is mian le naonúr cairde taisteal i gcarr. Níl ceadúnais tiomána ach ag Seán agus Máire. Ní féidir leis an charr ach cúigear a ghlacadh ann (i.e. an tiománaí agus ceathrar eile).

Cé mhéad slí is féidir an grúpa cúigir a thoghadh

(i) má roghnaítear Seán agus Máire, araon

(ii) má roghnaítear Seán nó Máire, ach gan an bheirt acu a roghnú?

Ina dhiaidh sin faigheann Áine, duine eile den naonúr cairde, ceadúnas tiomána.

(iii) An chéad uair eile a thabharfar faoin aistear, cé mhéad slí is féidir an grúpa cúigir a thoghadh, más riachtanach tiománaí ceadúnaithe amháin ar a laghad a bheith sa ghrúpa?

(b) **(i)** Réitigh an difearchothromóid $6u_{n+2} - 5u_{n+1} + u_n = 0$, áit a bhfuil $n \geq 0$, má thugtar $u_0 = 5$ agus $u_1 = 2$.

(ii) Faigh slonn in *n* do shuim na dtéarmaí $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.
(Nod: suim dhá shraith iolraíocha atá inti.)

(iii) Luacháil an tsuim go héigríoch den tsraith seo (is é sin: $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$).

7. **(a)** Caitear dhá dhísle neamhlaofa a bhfuil na haghaidheanna uimhrithe ó 1 go dtí 6.

(i) Cad é an dóchúlacht 8 a fháil mar iomlán?

(ii) Cad é an dóchúlacht níos lú ná 8 a fháil mar iomlán?

(b) Léiríonn an tábla thíos na praghsanna éagsúla ar thráchtearraí sa bhliain 2000 mar chéatadán de na praghsanna orthu sa bhliain 1999. Glaotar *praghsanna coibhneasta* ar na praghsanna sin. (Mar shampla, is é 105 an praghas coibhneasta ar *Bia, Deoch & Earraí Eile*, ag cur in iúl go raibh costas na n-earraí sin 5% níos mó sa bhliain 2000 ná mar a bhí sa bhliain 1999.)

Taispeánann an tábla, freisin, an t-ualú a dháiltear ar gach tráchtearra. Léiríonn an t-ualú tábhacht an tráchtearra don ghnáththomhaltóir.

Tráchtearra	Ualú	Praghas sa bhliain 2000 mar % den phraghas sa bhliain 1999
Tithíocht	8	110
Breosla agus Iompar	19	108
Tobac	5	116
Seirbhísí	16	105
Éadaí & Earraí Fadsaolacha	10	97
Bia, Deoch & Earraí Eile	42	105

(i) Ríomh meán ualaithe na bpraghsanna coibhneasta sa tábla.

(ii) Ríomh, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha, an t-athrú sa mheán ualaithe má bhaintear *Tobac* as an áireamh.

(c) Is é is uimhir phalandrómach ann ná uimhir ar ionann í pé acu a léitear droim ar ais nó droim ar aghaidh í, mar 727 nó 38183.

(i) Is bliain phalandrómach í an bhliain seo, 2002. Cathain a bheidh an chéad bhliain phalandrómach eile ann?

(ii) Cén líon de bhlianta palandrómacha atá ann ó 1000 go dtí 9999 agus an dá bhliain sin san áireamh?

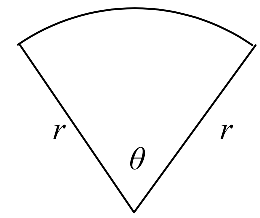
(iii) Déantar slánuimhir atá níos mó ná 9 agus níos lú ná 10 000 a thoghadh ar fán. Cad é an dóchúlacht gur palandrómach an uimhir sin?

ROINN B

Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

---

8. **(a)** Bain feidhm as mírshuimeáil chun $\int x \ln x dx$ a fháil.



(b) Tá fad 8 méadar in imlíne de theascóg chiorcail, ar gha dó *r*.

(i) Sloinn θ i dtéarmaí *r*, áit arb é θ an uillinn i raidiain sa teascóg, mar a léirítear.

(ii) Uaidh sin, taispeáin gurb é $4r - r^2$ achar na teascóige, i méadair chearnacha.

(iii) Faigh an t-achar is mó a d'fhéadfadh a bheith sa teascóg.

(c) Is é $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots$ an tsraith Maclaurin le haghaidh $\tan^{-1} x$.

Tá an tsraith coinbhéirseach nuair $|x| < 1$.

(i) Scríobh síos an chéad cheithre théarma i bhforbairt na sraithe do $\tan^{-1} \frac{1}{2}$.

(ii) Glac le $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ chun forbairt sraithe a dhíorthú do π.

Luaigh na téarmaí chomh fada suas leis an téarma ina bhfuil an seachtú cumhacht.

(iii) Bain feidhm as na téarmaí sin chun garluach ar π a ríomh.

Bíodh do fhreagra ceart go dtí ceithre ionad de dheachúlacha.

9. **(a)** Tá dáileadh normalach caighdeánach ag athróg randamach z. Faigh $P(z < -0.46)$.

(b) Tógann imreoir ar leith 25 cic éirice le linn shéasúr na bliana seo. Tá gach cic éirice neamhspleách ar gach ceann eile. Tugtar le fios ón taithí sna séasúir cheana gurb é $\frac{3}{5}$ an dóchúlacht go gcuireann an t-imreoir seo cúl isteach.

(i) Faigh an dóchúlacht go gcuireann sí cúl isteach 15 uair go cruinn as 25 triail.

(ii) Bain feidhm as an meastachán normalach don dáileadh déthéarmach chun meastachán a fháil ar an dóchúlacht go gcuireann sí 18 gcúl ar a laghad isteach.

(c) **(i)** Léiríonn $P(E \mid F)$ an dóchúlacht choinníollach "E má thugtar F".

Scríobh síos cothromóid chun an gaol idir $P(F)$, $P(E \mid F)$ agus $P(E \cap F)$ a shloinneadh.

(ii) Teagmhais iad E agus F gur fíor ina leith

$$P(E \mid F) = \frac{1}{2}, \quad P(F \mid E) = \frac{1}{3} \text{ agus } P(E \cap F) = \frac{1}{7}.$$

Faigh $P(E \cup F)$.

(iii) An bhfuil na teagmhais E agus F i gcuid **(ii)** neamhspleách? Bíodh fáth le do fhreagra.

10. **(a)** Grúpa é an tacar $\{0, 2, 4, 6\}$ faoi shuimiú modulo 8.

Déan a thábla Cayley a dhréachtú agus scríobh síos inbhéarta gach baill.

(b) Is é atá sa tábla neamhiomlán a thaispeántar ná an tábla Cayley don ghrúpa $\{a,b,c,d\},*$.

$*$	a	b	c	d
a	c			
b				
c			b	
d				c

(i) Mínigh cén fáth gur gá gurb é b an ball ionannais.

(ii) Déan an tábla a chóipeáil agus comhlánaigh é.

(iii) Déan gach foghrúpa de $\{a,b,c,d\},*$ a liostú.

(c) **(i)** Grúpa é $G,*$ agus is fothacar neamhfholamh é H de G.
Luaigh tacar de choinníollacha nach mór a fhíorú chun a thaispeáint gur foghrúpa é $H,*$ de $G,*$?

(ii) Grúpa é G agus tá $g \in G$. Cruthaigh gur foghrúpa é $H = \{g^n \mid n \in \mathbf{Z}\}$ de G.

(iii) Grúpa cioglach é C ar ord dó 10 agus tá x ina ghineadóir de C.
Luaigh gach uile fhoghrúpa atá ag C i dtéarmaí x.

11. **(a)** Cothromóid éilips is ea $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.
Ríomh éalárnacht an éilips.

(b) Seasadh f don inmhapa $(x, y) \to (x', y')$, áit a bhfuil

$$x' = 3x + 4y + 1$$
$$y' = 4x - 3y + 2.$$

Bíodh $p(x_1, y_1)$ agus $q(x_2, y_2)$ ina dhá phointe leithleacha.

(i) Faigh an fad idir $f(p)$ agus $f(q)$ i dtéarmaí x_1, x_2, y_1 agus y_2.

(ii) Uaidh sin, nó i slí eile, cruthaigh gur inmhapa cosúlachta é f.

(c) Corda é $[u'v']$ den éilips E : $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{25} = 1$.
Is é $p'(8, 2)$ lárphointe $[u'v']$.

(i) Scríobh síos inmhapa líneach f a mhapálann an t-aonadchiorcal $S : x^2 + y^2 = 1$ ar E.

(ii) Scríobh síos comhordanáidí p, áit a bhfuil $f(p) = p'$.

(iii) Ag glacadh leis go bhfuil an líne a cheanglaíonn lár ciorcail le lárphointe chorda an chiorcail ingearach leis an gcorda, faigh cothromóid uv, áit a bhfuil $f(u) = u'$ agus $f(v) = v'$.

(iv) Faigh comhordanáidí u agus v, agus uaidh sin comhordanáidí u' agus v'.