

**AN ROINN OIDEACHAIS AGUS EOLAÍOCHTA**

---

**SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2001**

---

**MATAMAITIC — ARDLEIBHÉAL**

**PÁIPÉAR 2 (300 marc)**

---

**DÉ LUAIN, 11 MEITHEAMH — MAIDIN, 9.30 go dtí 12.00**

---

Freagair **CÚIG CHEIST** as **Roinn A** agus ceist **AMHÁIN** as **Roinn B**.  
Tá 50 marc ag dul do gach ceist.

**RABHADH: Féadfar marcanna a chailliúint mura dtaispeántar gach obair  
riachtanach go soiléir.**

---

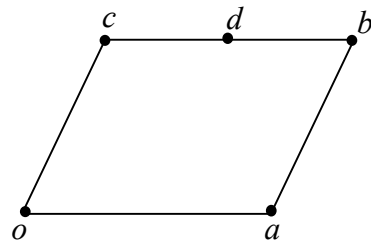
## ROINN A

### Freagair CÚIG cheist as an roinn seo.

---

1. (a) Gabhann ciorcal ar lár dó  $(-3,7)$  an pointe  $(5,-8)$ .  
Faigh cothromóid an chiorcail.
- (b) Is é  $(x+1)^2 + (y-8)^2 = 160$  cothromóid chiorcail.  
Trasnaíonn an líne  $x - 3y + 25 = 0$  an ciorcal ag na pointí  $p$  agus  $q$ .
- (i) Faigh comhordanáidí  $p$  agus comhordanáidí  $q$ .
- (ii) Iniúch an bhfuil  $[pq]$  ina thrastomhas den chiorcal.
- (c) Gabhann an ciorcal  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  na pointí  $(3,3)$  agus  $(4,1)$ .  
Tá an líne  $3x - y - 6 = 0$  ina tadhlaí don chiorcal ag  $(3,3)$ .
- (i) Faigh na réaduimhreacha  $g, f$  agus  $c$ .
- (ii) Faigh comhordanáidí an pointe ar an gchiorcal ina dtadhlaíonn an tadhlaí atá comhthreomhar le  $3x - y - 6 = 0$  an ciorcal.

2. (a) Is comhthreomharán é  $oabc$  áit arb  $o$  an bunphointe. Lárphointe  $[cb]$  is ea  $d$ .
- (i) Sloinn  $\vec{b}$  i dtéarmaí  $\vec{a}$  agus  $\vec{c}$ .
- (ii) Sloinn  $\vec{d}$  i dtéarmaí  $\vec{a}$  agus  $\vec{c}$ .



- (b) Tá  $[mr]$  roinnte i gceithre mhírlíne atá ar chomhfhad ag na pointí  $n, p$  agus  $q$ .

Ag glacadh leis go bhfuil  $\vec{m} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$

agus  $\vec{q} = 7\vec{i} - 9\vec{j}$ , sloinn

- (i)  $\vec{p}$  i dtéarmaí  $\vec{i}$  agus  $\vec{j}$
- (ii)  $\vec{r}$  i dtéarmaí  $\vec{i}$  agus  $\vec{j}$ .

- (c) Is triantán é  $rst$  áit a bhfuil  $\vec{r} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ ,  $\vec{s} = -4\vec{i} - 2\vec{j}$  agus  $\vec{t} = 3\vec{i} - \vec{j}$ .

- (i) Sloinn  $\vec{rs}$ ,  $\vec{st}$  agus  $\vec{tr}$  i dtéarmaí  $\vec{i}$  agus  $\vec{j}$ .
- (ii) Taispeáin go bhfuil an triantán  $rst$  dronuilleach ag  $r$ .
- (iii) Faigh tomhas  $\angle rst$ .

3. (a) Tá na pointí  $(6, -2)$  agus  $(-4, 10)$  sa líne  $B$ .  
Tá an líne  $A$  ar chothromóid di  $ax + 6y + 21 = 0$  ingearach le  $B$ .

Faigh an luach ar an réaduimhir  $a$ .

- (b) Is é  $f$  an t-inmhapa  $(x, y) \rightarrow (x', y')$  áit a bhfuil

$$x' = -5x - 6y$$

$$y' = 4x + 3y.$$

Is é  $L$  an líne  $x - 9y = 2$ .

- (i) Faigh cothromóid  $f(L)$ , íomhá  $L$  faoi  $f$ .

Is é  $M$  an líne ina bhfuil an pointe  $(1, k)$  áit a bhfuil  $k \in \mathbf{Z}$ .

- (ii) Ag glacadh leis gurb ionann  $f(M)$  agus  $5x' - 2y' + 3k = 0$ , faigh an luach ar  $k$ .

- (c) Is é  $N$  an líne  $tx + (t - 2)y + 4 = 0$  áit a bhfuil  $t \in \mathbf{R}$ .

- (i) Scríobh, i dtéarmaí  $t$ , fána  $N$ .

- (ii) Ag glacadh leis gurb é  $45^\circ$  an uillinn idir  $N$  agus an líne  $x - 3y + 1 = 0$ , faigh an dá luach d'fhéadfadh a bheith ag  $t$ .

4. (a) Is é 10 cm an fad atá i stua chiorcail. Tá ga an chiorcail 4 cm ar fad.

Is é  $\theta$  tomhas na huillinne ag lár an chiorcail atá iompartha ag an stua.

- (i) Faigh  $\theta$  i raidiain.

- (ii) Faigh  $\theta$  i gcéimeanna, ceart go dtí an chéim is gaire.

- (b) (i) Scríobh  $\cos 2x$  i dtéarmaí  $\sin x$ .

- (ii) Faigh, uaidh sin, gach réiteach den chothromóid

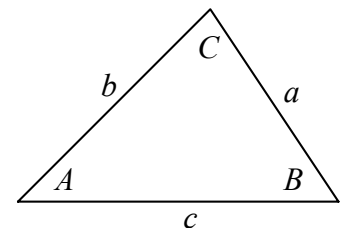
$$\cos 2x - \sin x = 1$$

sa bhfearann  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

- (c) Tá sleasa  $a$ ,  $b$  agus  $c$  ag triantán.  
Is iad  $A$ ,  $B$  agus  $C$  na huillinneacha os comhair na sleasa  $a$ ,  $b$  agus  $c$ , faoi seach.

- (i) Cruthaigh  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ .

- (ii) Taispeáin  $c(b \cos A - a \cos B) = b^2 - a^2$ .



5. (a) Luacháil  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 7\theta}{\sin 2\theta}$ .

(b) Triantán is ea  $xyz$  áit a bhfuil  $|xy| = 8$  cm agus  $|yz| = 6$  cm.

Ag glacadh leis gurb é  $12 \text{ cm}^2$  achar an triantáin  $xyz$ , faigh

(i) an dá luach is féidir a bheith ag  $|\angle xyz|$

(ii) an dá luach is féidir a bheith ag  $|xz|$ , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

(c) Is maoluillinn í  $A$  ar fíor ina leith

$$\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{5}.$$

(i) Faigh  $\sin A$  agus  $\tan A$ .

(ii) Ag glacadh leis go bhfuil  $\tan(A + B) = \frac{1}{2}$ , faigh  $\tan B$  agus sloinn do fhreagra sa

bhfoirm  $\frac{p}{q}$ , áit a bhfuil  $p, q \in \mathbf{Z}$  agus  $q \neq 0$ .

6. (a) (i) Cé mhéad tacar éagsúil de thrí leabhar nó de cheathair leabhar is féidir a roghnú as sé leabhar éagsúla?

(ii) Cén líon de na tacair thuas ina bhfuil aon leabhar ar leith?

(b) Réitigh an difearchothromóid

$$u_{n+2} - 8u_{n+1} + 11u_n = 0, \quad \text{áit a bhfuil } n \geq 0,$$

ag glacadh leis go bhfuil  $u_0 = 0$  agus  $u_1 = 2\sqrt{15}$ .

(c) I mbosca tá ceithre bhonn airgid mar aon le dhá bhonn óir agus  $x$  bonn copair. Déantar dhá bhonn a phiocadh as an mbosca go fánach agus gan iad a chur ar ais arís.

(i) Scríobh síos slonn in  $x$  don dóchúlacht gur chopar an dá bhonn.

Más fíor gur  $\frac{4}{13}$  an dóchúlacht gur chopar iad an dá bhonn,

(ii) cé mhéad bonn atá sa bhosca agus

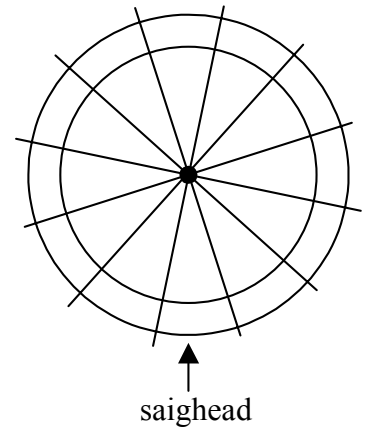
(iii) cad í an dóchúlacht nach copar iad ceachtar den dá bhonn a piocadh?

7. (a) (i) Cé mhéad eagair éagsúla de cheithre litir an ceann is féidir a dhéanamh de na litreacha sa bhfocal FRIDAY mura mbaintear feidhm as gach litir ach uair amháin ar a mhéad i ngach eagair acu?
- (ii) Cé mhéad de na heagair thuas a thosaíonn leis an litir D agus ag an am chéanna a chríochnaíonn le guta?

- (b) Chun cluiche a imirt, rothlaíonn imreoir roth.

Tá an roth greamaithe de bhalla. Déanann sé saor-rothlú thart timpeall a lárphointe. Tá a sceimheal roinnte go cothrom i ndá réigiún déag. Tá dath dearg ar thrí cinn de na réigiúin. Tá dath gorm ar cheithre cinn acu. Tá dath glas ar chúig cinn acu.

Nuair a stopann an roth, diríonn saighead, atá greamaithe den bhalla, ar cheann amháin de na réigiúin. Tá an dóchúlacht chéanna ag gach réigiún stopadh ag an saighead. Fothoradh an chluiche is ea dath an réigiúin ar a dhiríonn an saighead.



Nuair a dhéantar an cluiche a imirt dhá uair, ríomh an dóchúlacht

- (i) gur ghlas iad an dá fhothoradh
- (ii) gurb é an dath céanna atá ar gach fothoradh
- (iii) gur dhearg é an chéad fhothoradh agus gur ghlas é an dara fothoradh
- (iv) gur ghlas é fothoradh amháin agus gur ghorm é an fothoradh eile.

- (c) Glac leis na huimhreacha

$$1, \quad k, \quad 3k - 2, \quad 9$$

áit a bhfuil  $k \in \mathbf{Z}$ .

Is é  $\bar{x}$  meán na n-uimhreacha sin. Is é  $\sigma$  an diall caighdeánach.

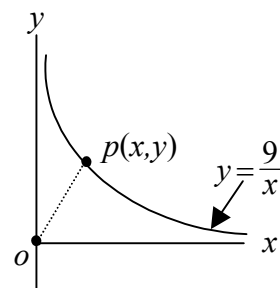
- (i) Sloinn  $\bar{x}$  i dtéarmaí  $k$ .
- (ii) Ag glacadh leis go bhfuil  $\sigma = \sqrt{20}$ , faigh an luach ar  $k$ .

## ROINN B

### Freagair ceist AMHÁIN as an roinn seo.

8. (a) Bain feidhm as mírshuimeáil chun  $\int x \cos x dx$  a fháil.
- (b) Is í  $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)x}{1!} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \dots$  an tsraith Maclaurin le haghaidh  $f(x)$ .
- (i) Díorthaigh an tsraith Maclaurin le haghaidh  $f(x) = \sin x$  chomh fada suas leis an téarma ina bhfuil  $x^7$ , agus an téarma sin san áireamh, freisin.
- (ii) Scríobh síos an téarma ginearálta agus bain feidhm as Tástáil an Chóimheasa chun a thaispeáint go bhfuil an tsraith inréimneach le haghaidh gach  $x \in \mathbf{R}$ .

- (c) Is é  $o$  an bunphointe,  $(0,0)$ .  
 Pointe ar an gcuar  $y = \frac{9}{x}$  is ea  $p(x,y)$ ,  
 áit a bhfuil  $x > 0$ .  
 $|op|$  is ea an fad slí ón mbunphointe go dtí  $p$ .



- (i) Sloinn  $|op|$  i dtéarmaí  $x$ .
- (ii) Ag glacadh leis go bhfuil luach amháin ar  $x$  gur fíor ina leith  $|op|$  ina íosluach, faigh an luach sin ar  $x$ .
- (iii) Faigh, uaidh sin, íosluach  $|op|$ .

9. (a) Déantar dhá dhísle neamhlaofa a chaitheamh.
- (i) Cad í an dóchúlacht ceathair a fháil ar gach dísle?
- (ii) Cad í an dóchúlacht ceathair a fháil ar dhísle amháin ar a laghad?
- (b) Is í  $\frac{2}{3}$  an dóchúlacht go n-éiríonn duine i dtástáil tiomána. Tugann seisear mac léinn faoin tástáil.  
 Bain feidhm as an dáileadh déthéarmach
- (i) chun an dóchúlacht nach n-éiríonn le haon duine de na mic léinn sa tástáil a ríomh
- (ii) chun an dóchúlacht go n-éiríonn le leath den líon mac léinn sa tástáil a ríomh.
- (c) Tugann druga ar leith faoiseamh ó phian. Tá dáileadh normalach, ar mheán dó 50 uair a 'chloig agus ar dhiall caighdeánach dó 16 uair a 'chloig, ag an tréimhse saor ó phian a chuireann na daoine, a ghlacann an druga, in iúl.

I sampla fánach de 64 duine a ghlac an druga, cad í an dóchúlacht gur idir 48 agus 53 uair a 'choig an mheántréimhse de fhaoiseamh a tuairiscíodh?

10. (a) Déantar oibriú dénártha  $\circ$  a shainmhíniú ag  $a \circ b = \frac{a+b}{2}$ , áit a bhfuil  $a, b \in \mathbf{R}$ .  
Iniúch an bhfuil  $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$ .

- (b) Déantar an grúpa  $G, *$  a shainmhíniú ag an tábla Cayley a leanas:

*	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>h</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>b</i>	<i>f</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>d</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>f</i>	<i>b</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>c</i>
<i>f</i>	<i>f</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>a</i>	<i>g</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
<i>g</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>h</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>e</i>

- (i) Faigh an t-ord de gach ball.  
(ii) Scríobh síos trí cinn de fhoghrúpa arb a dó an t-ord de gach ceann acu.  
(iii) Foghrúpa de  $G$  is ea  $H = \{e, c, x, y\}$ .  
Cad iad na baill de  $G$  a chomhfhreagraíonn le  $x$  agus le  $y$ ?  
(iv) Taispeáin gur fhoghrúpa de  $G$  an tacar  $K = \{e, b, f, h\}$  agus mínigh cén fáth nach iseamorfach iad  $H$  agus  $K$ .

11. (a) Is é  $h$  an t-inmhapa  $(x, y) \rightarrow (x', y')$  áit a bhfuil  $x' = 5x$  agus  $y' = 3y$ .

- (i) Faigh íomhá an chiorcail  $x^2 + y^2 = 4$  faoi  $h$ .  
(ii) Taispeáin gur éilips an íomhá sin agus faigh a éalárnacht.

- (b) Bíodh  $g$  ina inmhapa cosúlachta.

- (i) Déantar an uillinn  $\angle pqr$  a mhapáil don uillinn  $\angle p'q'r'$  faoi  $g$ .  
Ag glacadh leis go ndéoinneann an líne  $qs$  an uillinn  $\angle pqr$ , taispeáin go ndéoinneann  $q's'$  an uillinn  $\angle p'q'r'$ .  
(ii) Cruthaigh uaidh sin go bhfuil  $g(h)$  ina ionlár den triantán  $p'q'r'$ , má tá  $h$  ina ionlár den triantán  $pqr$ .

- (c) Is é  $f$  an t-inmhapa  $(x, y) \rightarrow (x', y')$  áit a bhfuil  $x' = ax$  agus  $y' = by$  le haghaidh  $a > b > 0$ .

- (i) Ag glacadh leis gurb é  $f(C)$  an éilips  $\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$ , taispeáin gurb é  $C$  an ciorcal  $x^2 + y^2 = 1$ .  
(ii) Taispeáin, uaidh sin, gur thrastomhas de  $f(C)$  (gan a chuid foirceann san áireamh) lorg na lárphointí de chordaí comhthreomhara den éilips  $f(C)$ .