



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2012

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

Matamaitic Fheidhmeach

Ardleibhéal

Treoirlínte Ginearálta

1 Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:

Sciorrthaí – sciorrthaí uimhriúla S(-1)

Botúin – earráidí matamaiticiúla B(-3)

Míléamh – mura bhfuil sé tromchúiseach M(-1)

Botún tromchúiseach nó ábhar ar lár nó míléamh as a leanann róshimpliú:
– tabhair an marc i leith iarrachta, agus an marc sin amháin.

Tugtar marcanna i leith iarrachta mar a leanas: 5 (iarr 2).

2 Sa scéim mharcála, taispeántar réiteach ceart amháin ar gach ceist.
In a lán cásanna, tá modhanna eile ann atá chomh bailí céanna.

1. (a) Titeann cáithnín ó fhos ó phointe P . Nuair atá sé tite ar feadh 19.6 m, teilgtear cáithnín eile síos go ceartingearach ó P ar treoluas tosaigh 39.2 m s^{-1} . Imbhuaileann na cáithníní le chéile agus iad fad d ó P .

Faigh luach d .

$$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$$

$$19.6 = 0 + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$d = 0 + \frac{1}{2}g(t+2)^2$$

$$d = 39.2t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{1}{2}g(t+2)^2 = 39.2t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t^2 + 4t + 4 = 8t + t^2$$

$$\Rightarrow t = 1$$

$$d = 0 + \frac{1}{2}g(t+2)^2$$

$$= 4.9 \times 9$$

$$= 44.1 \text{ m}$$

5

5

5

5

5

25

1. (b) Gluaiseann carr ó fhos ag A , agus luasghéaraíonn sé go haonfhoirmeach ar 1 m s^{-2} ar bhóthar díreach leibhéalta i dtreo B , áit a bhfuil $|AB| = 1914 \text{ m}$. Nuair a shroicheann an carr a uaslúas de 32 m s^{-1} , leanann sé ar an luas sin an chuid eile den turas.

Ag an am céanna agus a ghluaiseann an carr ó A gabhann bus thar B agus é ag taisteal i dtreo A ar luas tairiseach 36 m s^{-1} . Dhá shoicind déag níos déanaí tosaíonn an bus ag luasmhoilliú go haonfhoirmeach ar 0.75 m s^{-2} .

- (i) Buaileann an carr agus an bus le chéile tar éis t soicind. Faigh luach t .
- (ii) Faigh an fad idir an carr agus an bus tar éis 48 soicind.

(i) carr $v = u + ft$ $v^2 = u^2 + 2fs$
 $32 = 0 + 1(t)$ $32^2 = 0 + 2(1)s$
 $t = 32$ $s = 512$

bus $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$
 $= 36 \times 12 + 0$
 $s = 432$

$$1914 = s_c + s_b$$

$$= \{512 + 32(t - 32)\} + \{432 + 36(t - 12) + \frac{1}{2}(-\frac{3}{4})(t - 12)^2\}$$

$$0 = 3t^2 - 616t + 19840$$

$$\Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

(ii) carr $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$
 $= 32 \times 8 + 0$
 $= 256$

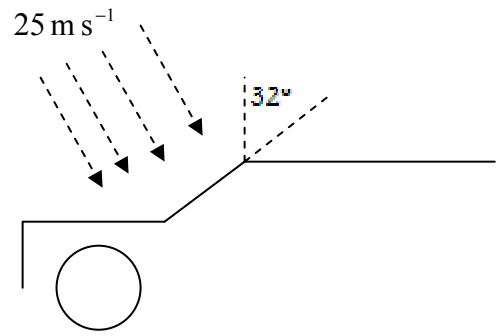
bus $v = u + ft$ $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$
 $= 36 - \frac{3}{4}(40 - 12)$ $= 15(8) + \frac{1}{2}(-\frac{3}{4})(64)$
 $v = 15$ $s = 96$

$$\Rightarrow \text{fad} = 256 + 96 = 352 \text{ m}$$

5, 5
5
5
5

25

2. (a) Tá báisteach ag titim ar luas 25 m s^{-1} ar uillinn 20° leis an gceartingear. Tá carr ag taisteal ar bhóthar cothrománach isteach sa bháisteach. Déanann gaohscáth an chairr uillinn 32° leis an gceartingear. Tá an carr ag taisteal ar 20 m s^{-1} . Faigh an uillinn ar a mbuaileann an bháisteach an gaohscáth, de réir dealraimh.



$$\vec{V}_r = 25\sin 20 \vec{i} - 25\cos 20 \vec{j}$$

$$\vec{V}_c = -20 \vec{i} + 0 \vec{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_{rc} &= \vec{V}_r - \vec{V}_c \\ &= (25\sin 20 + 20) \vec{i} - 25\cos 20 \vec{j} \\ &= 28.55 \vec{i} - 23.49 \vec{j} \end{aligned}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{28.55}{23.49} \right) + 32$$

$$= 82.55^\circ.$$

5

5

5

5

20

- 2 (b) Ag meán lae tá an long A 50 km lastuaidh den long B. Tá an long A ag taisteal siar ó dheas ar $24\sqrt{2}$ km h⁻¹. Tá an long B ag taisteal siar díreach ar 17 km h⁻¹.

(i) Faigh méid agus treo threoluas B i leith A.

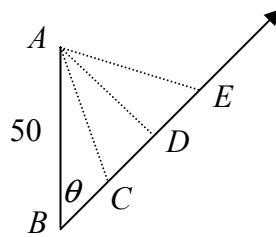
Is féidir le A agus B comharthaí a sheoladh chun a chéile nuair nach bhfuil siad níos mó ná 20 km ó chéile.

(ii) Cén t-am ar féidir leo tosú ag cur comharthaí chun a chéile?

(iii) Cá fhad ar féidir leo leanúint ag cur comharthaí chun a chéile?

(i)
$$\begin{aligned}\vec{V}_{BA} &= \vec{V}_B - \vec{V}_A \\ &= (-17\vec{i} + 0\vec{j}) - (-24\vec{i} - 24\vec{j}) \\ &= 7\vec{i} + 24\vec{j}\end{aligned}$$

$$|\vec{V}_{BA}| = 25 \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right)$$



(ii)
$$\begin{aligned}|AD| &= 50\sin\theta = 50 \times \frac{7}{25} = 14 \\ |CD| &= \sqrt{20^2 - 14^2} = 2\sqrt{51} = 14.2829 \\ |BC| &= 50\cos\theta - 14.2829 \\ &= 50 \times \frac{24}{25} - 14.2829 = 33.7171\end{aligned}$$

$$t_{BC} = \frac{|BC|}{25} = 1.3487$$

am = 13:21

(iii)
$$\begin{aligned}|CE| &= 2 \times |CD| = 28.5658 \\ t_{CE} &= \frac{|CE|}{25} = 1.1426 \\ \text{am} &= 1 \text{ u } 9 \text{ nóim}\end{aligned}$$

5

5

5

5

5

5

30

3. (a) Déantar cáithnín a theilgean ar luas 98 m s^{-1} ar uillinn α leis an gcothromán. Is é raon an cháithnín ná 940.8 m . Faigh:
- (i) an dá luach atá ar α
- (ii) an difríocht idir an dá am eoilte.

(i)

$$98 \cos \alpha \cdot t = 940.8$$

$$t = \frac{9.6}{\cos \alpha}$$

$$98 \sin \alpha \cdot t - 4.9t^2 = 0$$

$$98 \sin \alpha - 4.9 \left(\frac{9.6}{\cos \alpha} \right) = 0$$

$$\sin 2\alpha = 0.96$$

$$2\alpha = 73.74^\circ, 106.26^\circ$$

$$\alpha = 36.87^\circ, 53.13^\circ$$

(ii)

$$t_1 = \frac{9.6}{\cos 36.87^\circ}$$

$$= 12.00$$

$$t_2 = \frac{9.6}{\cos 53.13^\circ}$$

$$= 16.00$$

$$t_2 - t_1 = 4 \text{ s.}$$

5

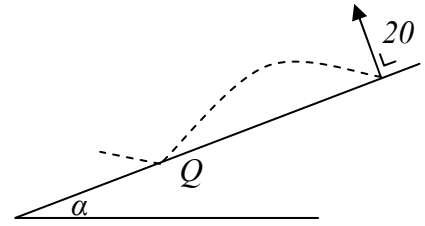
5

5

5

20

3. (b) Déantar cáithnín a theilgean síos plána claonta ar treoluas tosaigh 20 m s^{-1} . Déanann líne an teilgin uillinn 90° leis an bplána claonta agus tá an plána claonta ar α leis an gcothromán. Tá plána an teilgin ceartingearach agus tá an líne is mó fána ann. Buaileann an cáithnín an plána ag Q .



Is é raon an cháithnín ar an bplána claonta ná $\frac{1600\sqrt{3}}{g}$. Faigh:

- (i) luach α
(ii) an méid atá i dtreoluas na hathphreibe ag Q más í comhéifeacht an chúitimh ná $\frac{1}{2}$.

(i)

$$r_j = 0$$

$$20t - \frac{1}{2}g \cos \alpha \times t^2 = 0$$

$$t = \frac{40}{g \cos \alpha}$$

$$r_i = \frac{1600\sqrt{3}}{g}$$

$$0 \times t + \frac{1}{2}g \sin \alpha \times t^2 = \frac{1600\sqrt{3}}{g}$$

$$\frac{1}{2}g \sin \alpha \times \frac{1600}{g^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1600\sqrt{3}}{g}$$

$$\sin \alpha = 2\sqrt{3} \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$v_i = 0 + g \sin \alpha \times t = g \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{80}{g} = 40\sqrt{3}$$

$$v_j = 20 - g \cos \alpha \times t = 20 - g \times \frac{1}{2} \times \frac{80}{g} = -20$$

(ii)

$$v_i = 40\sqrt{3}$$

$$v_j = 10$$

$$|v| = \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + (10)^2}$$

$$|v| = 70 \text{ m s}^{-1}$$

5

5

5

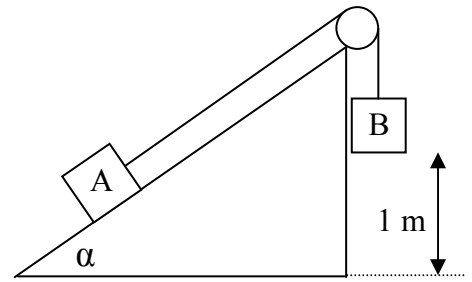
5

5

5

30

4. (a) Tá dhá cáithnín A agus B, mais m iontu araon, ceangailte dá chéile le téad éadrom dhoshínte a ghabhann thar ulóg fhosaithe, mhín, éadrom. Tá cáithnín A ina lú ar phlána garbh agus é claonta ar α leis an gcothromán, áit a bhfuil $\tan \alpha = \frac{5}{12}$.



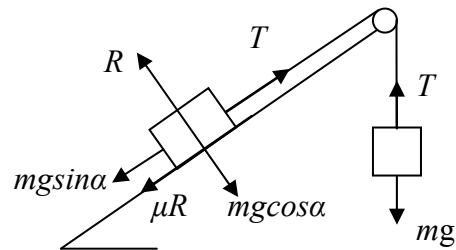
Tá an cáithnín B ar crochadh go ceartingearach 1 m taobh thuas den talamh.

Is í comhéifeacht na frithchuimilte idir

A agus an plána claonta ná $\frac{1}{2}$.

Ligtear an córas saor ó fhos.

- (i) Faigh an luas ar a mbuaileann B an talamh.
(ii) Cá fhad a thaistealóidh A tar éis do B an talamh a bhualadh?



$$(i) \quad \begin{aligned} mg - T &= mf \\ T - mg \sin \alpha - \frac{1}{2} mg \cos \alpha &= mf \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mg - \frac{5mg}{13} - \frac{6mg}{13} &= 2mf \\ f &= \frac{g}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v^2 &= u^2 + 2fs \\ &= 0 + 2 \times \frac{g}{13} \times 1 \\ v &= \sqrt{\frac{2g}{13}} \end{aligned}$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} v^2 &= u^2 + 2fs \\ 0 &= \frac{2g}{13} + 2 \times \left(\frac{-11g}{13} \right) \times s \\ s &= \frac{1}{11} \text{ m.} \end{aligned}$$

5
5
5
5
5
5
5
25

5. (a) Tá trí sféar mhíne, A, B agus C, de mhais $3m$, $2m$ agus m , ina luí ar fos ar thábla cothrománach mín agus a lárphointí ina líne dhíreach. Déantar sféar A a theilgean i dtreo B ar luas 5 m s^{-1} . Imbhuaileann sféar A go díreach le B agus ansin imbhuaileann B go díreach le C.

Is í comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná e .

Má tá $e > \frac{3-\sqrt{5}}{2}$, taispeáin nach mbeidh imbhualadh ar bith eile ann.

PCM $3m(5) + 2m(0) = 3mv_1 + 2mv_2$

NEL $v_1 - v_2 = -e(5-0)$

$$v_1 = 3 - 2e$$

$$v_2 = 3 + 3e$$

}

PCM $2m(v_2) + m(0) = 2mv_3 + mv_4$

NEL $v_3 - v_4 = -e(v_2 - 0)$

}

$$v_3 = \frac{v_2}{3}(2-e) = (1+e)(2-e)$$

$$v_4 = \frac{2v_2}{3}(1+e) = 2(1+e)(1+e)$$

$$v_1 < v_3 < v_4$$

$$v_1 < v_3 \text{ if}$$

$$3 - 2e < (1+e)(2-e)$$

$$3 - 2e < 2 + e - e^2$$

$$e^2 - 3e + 1 < 0 \Rightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} < e < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 < v_3 \text{ if } e > \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

5

5

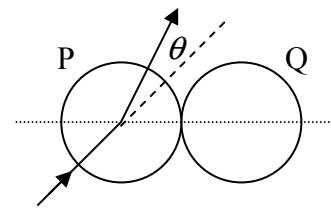
5

5

5

25

5. (b) Imbhuaileann sféar mín P le sféar mín comhionann Q, atá ar fos. Déanann treoluas P roimh an imbhualadh uillinn α le líne na lárphointí nuair a tharlaíonn an t-imbhualadh, áit a bhfuil $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$.



Sraontar treoluas P trí uillinn θ nuair a tharlaíonn an t-imbhualadh.

Is í comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná $\frac{1}{3}$.

Taispeáin go bhfuil $\tan \theta = \frac{2 \tan \alpha}{1 + 3 \tan^2 \alpha}$.

PCM $m(u \cos \alpha) + m(0) = mv_1 + mv_2$

NEL $v_1 - v_2 = -\frac{1}{3}(u \cos \alpha - 0)$

$$v_1 = \frac{u \cos \alpha}{3}$$

$$\tan(\alpha + \theta) = \frac{u \sin \alpha}{v_1}$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \theta}{1 - \tan \alpha \tan \theta} = \frac{3u \sin \alpha}{u \cos \alpha}$$

$$= 3 \tan \alpha$$

$$\tan \alpha + \tan \theta = 3 \tan \alpha - 3 \tan^2 \alpha \tan \theta$$

$$\tan \theta = \frac{2 \tan \alpha}{1 + 3 \tan^2 \alpha}$$

5

5

5

5

5

25

6. (a) Tá cáithnín de mhais 0.5 kg ar crochadh ó phointe fosaíthe P ar lingeán a fheidhmíonn gluaisne armónach shimplí d'aimplitiúid 0.2 m. Is é peiriad na gluaisne ná 2 shoicind.

- Faigh (i) luasghéarú uasta an cháithnín
- (ii) an fórsa is mó a oibríonn an lingeán, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

$$(i) \quad \frac{2\pi}{\omega} = 2$$

$$\Rightarrow \omega = \pi$$

$$a = \omega^2 A$$

$$= \pi^2 \times 0.2$$

$$= \frac{\pi^2}{5}$$

$$(ii) \quad F = m \times a$$

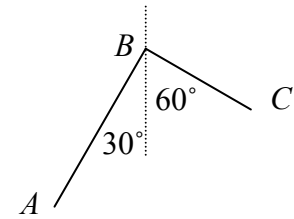
$$T - mg = 0.5 \times \frac{\pi^2}{5}$$

$$T = \frac{g}{2} + \frac{\pi^2}{10}$$

$$= 5.9 \text{ N}$$

5	
5	
5	
5	20

7. (a) Tá sreang aonfhoirmeach ABC lúbtha go dronuilleach ag B . Nuair a chuirtear ar crochadh ó B í déanann na codanna AB agus BC uillinneacha 30° agus 60° faoi seach leis an gceartingear.



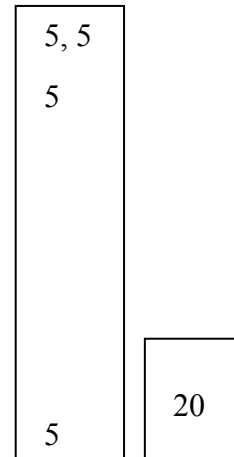
Más í an mhais in aghaidh aonadfhad na sreinge ná m agus má tá $|AB| = h|BC|$, faigh luach h .

$$mgh|BC| \times \frac{1}{2}h|BC| \sin 30 = mg|BC| \times \frac{1}{2}|BC| \sin 60$$

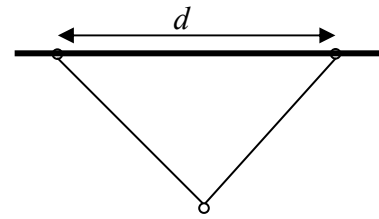
$$h^2 \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \sqrt{\sqrt{3}}$$

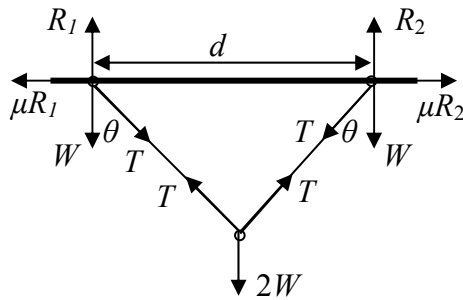
$$= 1.316$$



7. (b) Tá dhá fháinne gharbha, a bhfuil meáchan W iontu araon, fad d óna chéile ar shlat chothrománach. Tá na fáinín ceangailte dá chéile le téad éadrom neamhleasteach, mhín, atá 2ℓ ar fad. Sleamhnaíonn fáinne eile ina bhfuil meáchan $2W$, ar an téad. Is í comhéifeacht na frithchuimilte idir na fáinín garbha agus an tslat ná μ .



Taispeáin go bhfanann an córas ar fos má tá $d < \frac{4\mu\ell}{\sqrt{1+4\mu^2}}$.



$$2 T \cos \theta = 2W$$

$$T \cos \theta = W$$

$$\begin{aligned} R_1 &= W + T \cos \theta \\ &= 2W \end{aligned}$$

$$R_1 \left(\frac{d}{2} \right) = W \left(\frac{d}{2} \right) + \mu R_1 \sqrt{\ell^2 - \frac{d^2}{4}}$$

$$2W \left(\frac{d}{2} \right) = W \left(\frac{d}{2} \right) + \mu (2W) \sqrt{\ell^2 - \frac{d^2}{4}}$$

$$d = 4\mu \sqrt{\ell^2 - \frac{d^2}{4}}$$

$$d^2 = 16\mu^2 \ell^2 - 4\mu^2 d^2$$

$$d^2 (1 + 4\mu^2) = 16\mu^2 \ell^2$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\mu\ell}{\sqrt{1+4\mu^2}}$$

$$\Rightarrow d < \frac{4\mu\ell}{\sqrt{1+4\mu^2}}$$

5

5

5, 5

5

5

30

8. (a) Cruthaigh gurb í móimint na táimhe ag diosca ciorclach aonfhoirmeach, de mhais m agus de gha r , thart ar ais trína lár agus ingearach lena phlána, ná $\frac{1}{2} m r^2$.

Bíodh M = mais in aghaidh an aonaid achair

$$\text{mais na heiliminte} = M\{2\pi x \, dx\}$$

$$\text{móimint táimhe na heiliminte} = M\{2\pi x \, dx\} x^2$$

$$\text{móimint táimhe an diosca} = 2\pi M \int_0^r x^3 \, dx$$

$$= 2\pi M \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r$$

$$= M\pi \frac{r^4}{2}$$

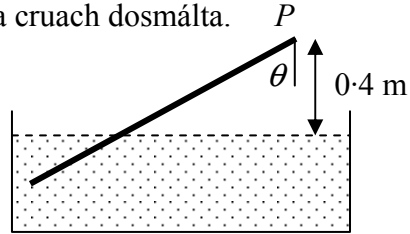
$$= \frac{1}{2} m r^2$$

5
5
5
5
5
5
20

9. (a) Is cóimhiotal d'iarann, de chróimiam agus de nicil é cruach dhosmálta. Is é atá i bpíosa de chruach dhosmálta ná 70% iarann, 20% cróimiam agus 10% nicil de réir toirte.

Is iad dlúis choibhneasta an iarainn, an chróimiam agus na nicile ná 7·8, 7·2 agus 8·9 faoi seach.

Faigh dlús coibhneasta na cruach dosmálta.



$$m_I + m_C + m_N = m_{SS}$$

$$7800 \times 0.7V + 7200 \times 0.2V + 8900 \times 0.1V = \rho V$$

$$\rho = 7790$$

$$s = 7.79$$

5

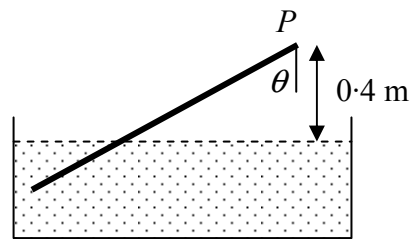
5, 5

5

20

9. (b) Tá slat aonfhoirmeach, atá 2 m ar fad agus a bhfuil meáchan W ann, ar inse saor ag pointe P .

Tá an tslat, de dhlús coibhneasta 0.756, saor chun bogadh thart ar ais chothrománach trí P . Tá foirceann eile na slaite tumtha i leacht de dhlús coibhneasta 0.9.

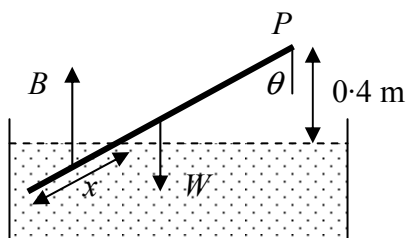


Tá an pointe P 0.4 m os cionn dhromchla an leachta.

Tá an tslat i gcothromaíocht agus claonta ar uillinn θ leis an gceartingear.

Faigh (i) an fad atá sa chuid den tslat atá tumtha sa leacht

(ii) luach θ .



$$(i) \quad B = \frac{\frac{x}{2}W \times 0.9}{0.756}$$

$$W \times 1 \sin \theta = B \times \left(2 - \frac{x}{2}\right) \sin \theta \quad 5, 5$$

$$W = \frac{\frac{x}{2}W \times 0.9}{0.756} \left(2 - \frac{x}{2}\right)$$

$$1.68 = x \left(2 - \frac{x}{2}\right) \quad 5$$

$$x^2 - 4x + 3.36 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1.2 \text{ m.} \quad 5$$

$$(ii) \quad \cos \theta = \frac{0.4}{2 - 1.2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ$$

5	
5, 5	
5	
5	
5	30

10. (b) Scaoiltear cáithnín go cothrománach trí bhloc de glóthach friotaíoch. Is é mkv^2 N an fhriotaíocht i gcoinne na gluaisne, ait arb v m s⁻¹ an luas. Téann an cáithnín isteach sa glóthach ar luas 1000 m s⁻¹ agus $\frac{1}{100}$ soicind ina dhiaidh sin tagann sé amach as an nglóthach ar luas 10 m s⁻¹.

- (i) Taispeáin go bhfuil $k = \frac{99}{10}$.
- (ii) Bain úsáid as $\int \frac{dt}{9900t+1} = \frac{1}{9900} \ln(9900t+1) + C$ nó as slí éigin eile agus taispeáin gurb e $\frac{10}{99} \ln 100$ m fad an bloic.

(i)

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -kv^2 \\ \int_{1000}^{10} \frac{1}{v^2} dv &= -k \int_0^{0.01} dt \\ \left[-\frac{1}{v} \right]_{1000}^{10} &= \left[-kt \right]_0^{0.01} \\ \frac{-1}{10} + \frac{1}{1000} &= -k \times 0.01 \\ \Rightarrow k &= \frac{99}{10} \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} v \frac{dv}{dx} &= -kv^2 \\ &= -\frac{99}{10} v^2 \\ \int_{1000}^{10} \frac{1}{v} dv &= -\frac{99}{10} \int_0^x dx \\ [\ln v]_{1000}^{10} &= \left[-\frac{99x}{10} \right]_0^x \\ \ln \frac{10}{1000} &= -\frac{99x}{10} \\ \Rightarrow x &= \frac{10}{99} \ln 100 \end{aligned}$$

5

5

5

5

5

25

