

AN ROINN OIDEACHAIS AGUS EOLAÍOCHTA

SCRÚDÚ NA hARDTEISTIMÉIREACHTA, 2001

MATAMAITIC FHEIDHMEACH – ARDLEIBHÉAL

DÉ hAOINE 22 MEITHEAMH – TRÁTHNÓNA 2.00 go dtí 4.30

Sé cheist a fhreagairt. Tá na ceisteanna ar fad ar chomhmharc.

Féadfar Táblaí Matamaitice a fháil ón bhFeitheoir.

Glac le 9.8 m/s^2 mar luach ar g .

Féadfar marcanna a chailliúint mura dtaispeántar obair riachtanach go soiléir nó mura gcuireann tú in iúl cén áit ar baineadh feidhm as áireamhán.

1. (a) Luíonn pointí p agus q ar líne dhíreach, áit $|pq| = 1200$ méadar. Ag tosú ó fhos dí ag p , imíonn an traein faoi luasghéarú de 1 m/s^2 go dtí go sroicheadh sí an luasteorainn de 20 m/s . Leanann sí ar aghaidh ag an luas sin 20 m/s agus ansin, faoi luasmhoilliú de 2 m/s^2 , tagann sí chun fois ag q .

Faigh an t-am a thógann sé den traein gluaiseacht ó p go q .

Faigh an t-am is lua a thógann sé den traein gluaiseacht ó fhos ag p chun fois ag q mura mbíonn luasteorainn i bhfeidhm, ag glacadh leis go bhfanann an luasghéarú agus an luasmhoilliú gan athrú ag 1 m/s^2 agus 2 m/s^2 , faoi seach.

- (b) Déantar cáithnín a theilgean suas go ceartingearach faoi threolus tosaigh de $u \text{ m/s}$ agus déantar cáithnín eile a theilgean suas go ceartingearach ón bpointe céanna agus faoin treolus tosaigh céanna T soicind ina dhiaidh sin. Taispeáin

(i) go mbuailfidh na cáithníní le chéile ag $\left(\frac{T}{2} + \frac{u}{g}\right)$ soicind ón nóiméad ina ndéantar an chéad cháithnín a theilgean

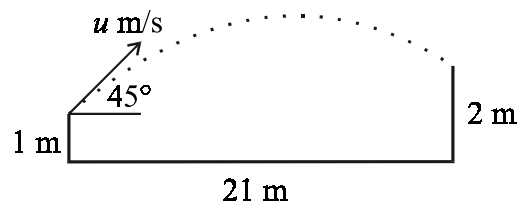
(ii) go mbuailfidh na cáithníní le chéile ag airde $\frac{4u^2 - g^2T^2}{8g}$ méadar.

2. (a) Tá an long B ag taisteal faoin luas $5\sqrt{34} \text{ km/u}$ san treo soir $\tan^{-1} \frac{6}{7}$ thuaidh agus tá an long C ag taisteal faoin luas $5\sqrt{5} \text{ km/u}$ san treo siar $\tan^{-1} 7$ thuaidh. Taispeáin gurb é 25 km/u san treo soir $\tan^{-1} \frac{1}{3}$ thuaidh luas agus treo long B i leith long C.

- (b) Is é 160 km/u an luas faoin eitleán in aer marbh. Eitlíonn sé ina líne dhíreach ó p go dtí q agus ar ais arís. Tá an pointe q ó thuaidh díreach ón bpointe p . Le linn an aistir fanann an ghaoth ag séideadh aniar aneas faoi luas 32 km/u . Is é 5 uair a' chloig an t-am a thógann sé don aistear iomlán.

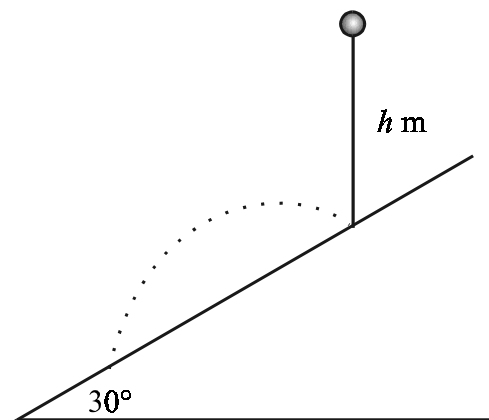
Faigh an fad slí ó p go dtí q . Bíodh do fhreagra ceart go dtí an km is gaire.

3. (a) Déantar liathróid a smiotadh ag imreoir faoi luas tosaigh u m/s ó ionad atá 1 m ar airde agus ag uillinn 45° leis an talamh cothrománach. Beireann ball den bhfoireann eile, atá fad slí de 21 m uaidh, an liathróid ag airde 2 m lastuas den talamh.



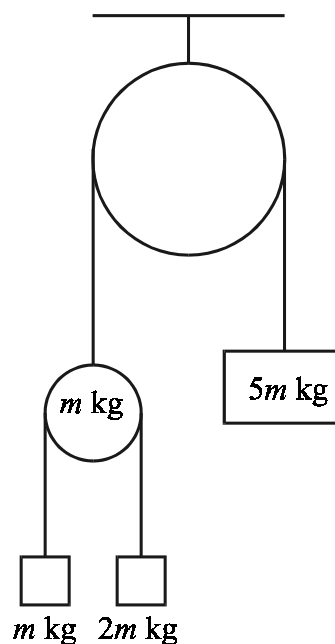
Faigh an luach ar u .

- (b) Ligtear liathróid titim ó airde h m ar phlána claonta mín. Buailteann an liathróid leis an phlána ag p agus athphreabann sí. Tá an plána claonta ag uillinn 30° leis an gcothromán agus is é $\frac{1}{2}$ an chomhéifeacht cúitimh idir an liathróid agus an plána.



Faigh, cén fad slí thíos an plána ó p a bheidh an chéad phointe imbhuailte eile. Bíodh do fhreagra i dtéarmaí h .

4. Ulóg mhín ar mhais di m kg, tá sí cónasctha ag téad doshínte éadrom, atá ag gabháil thar ulóg fhosaithe éadrom mhín, le cáithnín ar mhais dó $5m$ kg. Dhá cháithnín ar mhaiseanna dóibh m kg agus $2m$ kg, tá siad cónasctha ag téad doshínte éadrom atá ag gabháil thar an ulóg mhín ar mhais di m kg.

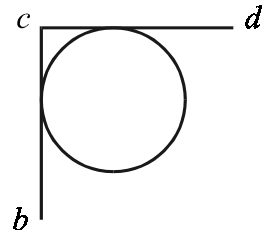


Scaoiltear an córas saor ó fhos.

- (i) Rianaigh léaráid chun na fórsaí uile atá ag gníomhú ar gach cháithnín agus ar an ulóg mhín ar mhais di m kg a thaispeáint.
- (ii) Faigh, i dtéarmaí g , an luasghéarú atá faoi gach cháithnín.
- (iii) Nuair a bheidh 1 méadar gafa síos ag an mais $2m$ kg i leith na hulóige fosaithe, faigh cén fad slí a bheidh gafa ag an mais $5m$ kg i leith na hulóige fosaithe.

5. (a) Sféar aonfhoirmeach mín, ar mhais dó 2 kg, ag gluaiseacht faoi luas u m/s, imbhuailteann sé le sféar aonfhoirmeach mín eile, ar mhais dó 3 kg, atá ar fos. Déanann treoluas an sféir, ar mhais 2 kg, roimh imbhuailteann dó, uillinn de 45° le líne na lár ag nóiméad an imbhuailte. Is é e an chomhéifeacht cúitimh idir na sféir.
- (i) Faigh, i dtéarmaí e agus u , an luas faoi gach sféar díobh tar éis an imbhuailte
- (ii) Má dhéanann an sféar, ar mhais 2 kg, uillinn $\tan^{-1} 10$ le líne na lár tar éis an imbhuailte, faigh e .
- (b) Dhá sféar mhíne chomhionanna, ar mhais dóibh m araon, agus ag gluaiseacht san treo céanna, imbhuailteann siad go díreach le chéile. Is é e an chomhéifeacht cúitimh idir na sféir. Más u méid an treoluis choibhneasta idir na sféir roimh an imbhuailte, taispeáin
- (i) gur ionann le $\frac{1}{2}mu(1+e)$ méid na ríoga (méid an athraithe ar mhóiminteam) a fhaigheann gach sféar
- (ii) gur ionann le $\frac{1}{4}mu^2(1-e^2)$ an cailleadh i bhfuinneamh cinéiteach uile den dá sféar de thoradh an imbhuailte.
6. (a) Is iad na luasanna atá faoi cháithnín agus é ag gluaiseacht faoi ghluaisne shimplí armónach ná 5 cm/s agus 2 cm/s nuair atá sé ag na pointí 3 cm agus 4 cm, faoi seach, ó lár na gluaisne.
- (i) Faigh aimplitiúid agus peiriad na gluaisne.
- (ii) Faigh uaslúas an cháithnín.
- (b) Tá cáithnín, ar mhais dó m kg, ar crocadh as pointe fosaithe p ag téad leaisteach éadrom, ar fad nádúrtha di l agus ar thairiseach leaisteach di $\frac{4mg}{l}$.
- (i) Faigh, i dtéarmaí l , an fad slí atá an t-ionad cothromaíochta ón bpointe p .
- (ii) Déantar an cáithnín a tharraingt anuas go dtí go bhfuil sé ag fad slí $\frac{7l}{4}$ go ceartingearach laistíos faoi p agus ansin déantar é a ligean saor ó fhos. Faigh, i dtéarmaí l , an t-am a thógann sé don téad a bheith san riocht scaoilte.

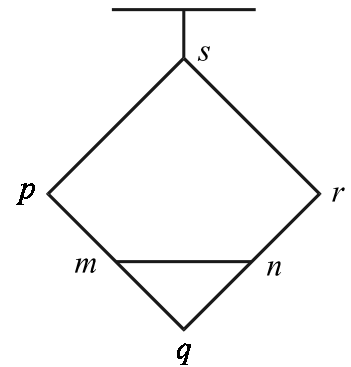
7. (a) Tá dhá bhata aonfhoirmeacha chomhionanna, $[bc]$ agus $[cd]$, ar mheáchan díobh W agus ar fhad díobh $4l$ araon, cónasctha go docht ag c sa chaoi go bhfuil $|\angle bcd| = 90^\circ$. Tá na bataí ar fos i gcothromaíocht theorantach (sé sin, go bhfuil siad an tí sleamhnú) i dteagmháil le pionna garbh ciorclach fosaithe, ar gha dó a , sa chaoi go bhfanann an bata $[cd]$ cothrománach agus an bata $[bc]$ ceartingearach, áit a bhfuil $l < a < 2l$.



Is é μ an chomhéifeacht frithchuilte idir gach bata agus an pionna, áit a bhfuil $\mu < 1$.

- (i) Rianaigh léaráid a thaispeánfaidh na fórsaí uile atá ag gníomhú ar na bataí.
- (ii) Taispeáin go bhfuil $a = \frac{l(1 + \mu^2)}{(1 - \mu)}$.

- (b) Tá ceithre bhata aonfhoirmeacha chomhionanna, ar mheáchan gach ceann díobh W , saornasctha ag a gcuid foirceann chun an chearnóg $pqrs$ a chumadh. Tá an chearnóg ar crochadh as s agus coimeádtar i bhfoirm cearnóige í ag bata éadrom, $[mn]$, a cheanglaíonn lárphointí na mbataí $[pq]$ agus $[qr]$.



Ríomh, i dtéarmaí W , an fórsa sa bhata éadrom $[mn]$.

8. (a) Cruthaigh gurb é $\frac{1}{2}mr^2$ móimint na táimhe de dhiosca ciorclach aonfhoirmeach, ar mhais dó m agus ar gha dó r , thart timpeall aise tríd a lár atá ingearach lena phlána.

- (b) Luaigh Teoirim na n-Aiseanna Comhthreomhara agus Teoirim na n-Aiseanna Ingearacha.

Uaidh sin, nó as slí eile, faigh móimint na táimhe de dhiosca ciorclach aonfhoirmeach, ar mhais dó m agus ar gha dó r , thart timpeall aise atá ina tadhlaí d' imlíne an diosca agus atá suite i bplána an diosca.

Is féidir leis an diosca mínrothlú thart timpeall aise atá fosaithe cothrománach, atá ina tadhlaí d' imlíne an diosca agus atá suite i bplána an diosca. Coimeádtar an diosca sa phlána cothrománach agus ansin scaoiltear saor ó fhos dó.

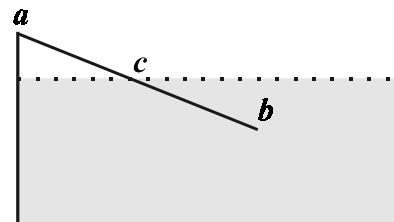
Faigh luas uilleach an diosca, i dtéarmaí r agus \mathcal{G} , nuair atá rothlú d' uillinn \mathcal{G} déanta aige.

Faigh, i dtéarmaí r , an t-uasluas uilleach a tharlaíonn sa ghluaisne ina dhiaidh sin.

9. (a) Is ionann réad comhshuite agus dhá chorp ar dhlús choibhneasta iad 1.5 agus 2.3. Tá meáchan 9.408 N ag an réad in uisce agus meáchan 4.704 N aige i leacht ar dhlús coibhneasta dí 1.3.

Faigh an toirt de gach chorp san réad comhshuite.

- (b) Tá fad $2l$ i mbata aonfhoirmeach $[ab]$. Tá an foirceann a den bhata ar míninsí ag chiumhais umair. Tá an bata i suíomh claonta sa chaoi go bhfuil an chuid $[cb]$ tumtha faoi leacht aonfhoirmeach sa umar. Is é ρ dlús an bhata agus is é σ dlús an leachta. Tá an bata ar fos.



Taispeáin gurb é

$$2l \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho}{\sigma}} \right)$$

fad na coda sin, $[cb]$, den bhata atá faoin leacht.

10. (a) Faigh $\frac{d}{dx} \left(\frac{y}{x} \right)$.

Uaidh sin, nó ar slí eile, réitigh an chothromóid dhifreálach

$$\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x}$$

má thugtar go bhfuil $y = 1$ nuair $x = 1$.

- (b) Tá carr, ar mhais m kg, ag taisteal feadh bóthair leibhéil. Is é mkv^2 N an fhriotaíocht i gcoinne gluaisne, áit arb v m/s an luas. Agus an carr ag gluaiseacht faoi 14 m/s, stadann an t-inneall ag obair. Is é 7 m/s luas an chairr, deich soicind tar éis stad an innill.

- (i) Taispeáin go bhfuil $k = \frac{1}{140}$.

- (ii) Gluaiseann an carr fad slí s méadar sa chéad T soicind tar éis stad an innill. Taispeáin go bhfuil

$$s = 140 \ln \left(1 + \frac{T}{10} \right).$$