

AN ROINN OIDEACHAIS AGUS EOLAÍOCHTA

SCRÚDÚ ARDTEISTIMÉIREACHTA, 2000

MATAMAITIC FHEIDHMEACH - ARDLEIBHÉAL

DÉ hAOINE, 23 MEITHEAMH - TRÁTHNÓNA, 2.00 go dtí 4.30

Sé cheist a fhreagairt. Tá na ceisteanna ar fad ar chomharc.

Féadfar Táblaí Matamaitice a fháil ón bhFeitheoir.

Glac luach g a bheith ionann le 9.8 m/s^2 .

Is aonadveicteoirí iad \vec{i} agus \vec{j} sa treo cothrománach agus sa treo ceartingearach, faoi seach.

Féadfar marcanna a chailliúint mura dtaispeántar obair atá riachtanach go soiléir nó mura gcuireann tú in iúl cén áit ar baineadh úsáid ar áireamhán.

1. (a) Nuair a theilgtear cloch suas go ceartingearach faoi luas tosaigh u m/s, sroicheann sí airde 70 m sa chéad t soicind agus 50 m sa bhreis sa chéad t soicind eile.

Faigh an luach ar u .

- (b) Carr a thosaíonn ó fhos dó agus a ghabhann ó p go dtí q ar bhóthar leibhéal díreach, áit a bhfuil $|pq| = 10\,000$ m, sroicheann sé a uaslúas, 25 m/s, sa chéad 500 m agus é faoi luasghéarú tairiseach. Leanann sé ar aghaidh faoin uaslúas sin le haghaidh an chuid eile den aistear.

Carr eile a thosaíonn ó fhos dó agus a ghabhann ó q go dtí p , sroicheann sé an t-uaslúas céanna sa chéad 250 m agus é faoi luasghéarú tairiseach. Leanann sé ar aghaidh faoin uaslúas sin le haghaidh an chuid eile den aistear.

- (i) Má thosaíonn an dá charr ag an am céanna, cé mhéad soicind a ghabhann thart sula mbuaileann siad le chéile?
Faigh, freisin, an fad slí a ghabh gach carr san am sin.
- (ii) Má tharlaíonn moill ar am tosaithe cheann amháin de na carranna sa dóigh go mbuaileann siad le chéile leathshlí, go beacht, idir p agus q , faigh sé acu de na carranna ar bhain an mhoill leis agus an líon de shoicindí a bhí i gceist sa mhoill sin.

2. Ag am ar leith is é $4a$ an fad slí atá long Q soir díreach ó long P. Tá Q ag gluaiseacht ó thuaidh faoi luas tairiseach u agus tá P ag gluaiseacht faoi luas tairiseach $2u$.

Faigh treo P más mian léi buaileadh le Q.

Cén fad ama, T , i dtearmaí a agus u , a thógfadh sé de P buaileadh le Q.

Má tharlaíonn, in ionad sin, go dtagann laghdú ar luas P, gan athrú treo, go dtí luas

tairiseach u , tar éis fad ama $\frac{T}{2}$ a bheith gafa, faigh, i dtearmaí a ,

- (i) an fad slí is lú idir P agus Q
- (ii) an fad slí atá gafa ag gach long óna túsionad go dtí an t-ionad is cóngaraí dóibh.

3. (a) Déantar cáithnín a theilgean faoi threoluas u m/s ag uillinn β leis an talamh chothrománach.

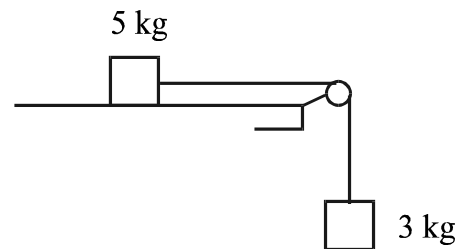
Taispeáin go mbuaileann an cáithnín leis an talamh ag fad slí $\frac{u^2}{g} \sin 2\beta$ ón bpointe teilgin.

Faigh an uillinn teilgin a thugann an t-uasraon.

- (b) Déantar cáithnín a theilgean ag uillinn $\alpha = \tan^{-1} 3$ don chothromán suas plána claonta ag uillinn θ don chothromán. (Tá an plána teilgin ceartingearach agus gabhann sé an líne uasfána). Buaileann an cáithnín an plána go hingearach.

Faigh an dá luach fhéideartha ar θ .

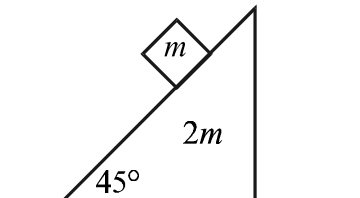
4. (a) Mais de 5 kg ar bhord cothrománach garbh, tá sí ceangailte ag téad doshínte éadrom, atá ag gabháil thar ulóg éadrom mhín ag ciumhais an bhoird, le mais 3 kg atá ar saorchrochadh. Is é $\frac{1}{5}$ an chomhéifeacht frithchuumilte idir an mais de 5 kg agus an bord.



Ligtear an córas saor ó fhos dó.

Faigh an fad slí atá gafa ag an mais de 3 kg sa chéad 2 soicind tar éis an córas a ligint saor ó fhos.

- (b) Déantar ding mhín ar mais $2m$ agus ar fána 45° a lonnú ar dhromchla cothrománach mín. Suitear cáithnín ar mais m ar aghaidh chlaonta na dinge agus ligtear an córas saor ó fhos dó.



- (i) Taispeáin ar léaráidí ar leith na fórsaí atá ag gníomhú ar an ding agus ar an gcáithnín.

- (ii) Taispeáin gurb é $\frac{g}{5}$ m/s² luasghéarú na dinge.

- (iii) Faigh luas na maise i leith na dinge nuair is 1 m/s luas na dinge.

5. (a) Gluaiseann dhá sféar mhíne, ar maiseanna dóibh m agus $2m$, i dtreo a chéile ina líne dhíreach faoi luasanna $4u$ agus u , faoi seach.

Taispeáin go ngluaisfidh na sféir i gcontráracht treoanna tar éis an imbhuailte má tá $e > \frac{1}{5}$, áit gurb í e an chomhéifeacht cúitimh.

- (b) Imbhuaileann sféar mín A le sféar mín B, atá comhionann le A agus atá ar fos. Roimh an imbhuailte rinneann treoluas A uillinn α le líne na lár ag pointe an imbhuailte, áit a bhfuil $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$.

Is é $\frac{1}{2}$ an chomhéifeacht cúitimh idir na sféir.

Taispeáin go dtugann $\tan \theta = \frac{3 \tan \alpha}{1 + 4 \tan^2 \alpha}$ an uillinn θ ina ndéantar conar A a shraonadh.

6. (a) Lonnaítear cáithnín ar chaslár cothrománach, atá ag rothlú, ag pointe atá 10 cm ó lár an rothlaithe. Is é 0.4 an chomhéifeacht frithchuimilte idir an cáithnín agus an caschlár. Má dhéantar luas an chasláir a mhéadú diaidh ar ndiaidh, faigh an luas uilleach a thugann sleamhnú don chéad uair don cháithnín.

- (b) Déantar cáithnín ar mais 0.3 kg a cheangal le lárphointe de théad leaisteach éadrom ar fad nádúrtha di 1 m agus ar thairiseach leaisteach di k . Déantar an téad a shíneadh ansan idir dhá phointe a agus b . Tá an pointe a suite 2 m go ceartingearach suas ó b .

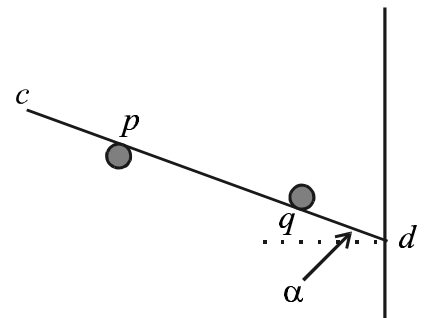
Faigh

- (i) an síne atá i ngach cuid den téad, i dtéarmaí k , nuair atá an córas i gcothromaíocht
- (ii) íosluach k a dheimhneodh go mbeadh an chuid íochtarach na téada rite
- (iii) peiriad an n-ascaluithe beag, i dtéarmaí k , nuair a dhíláithrítear an cáithnín go ceartingearach. (Glac leis go bhfanann an dá chuid den téad rite.)

7. (a) Dréimire aonfhoirmeach $[pq]$ ar fad dó $2l$ agus ar meáchan dó W , tá sé i gcothromaíocht lena fhoirceann p i gcoinne urláir chothrománaigh gharbh agus lena fhoirceann q i gcoinne balla cheartingearaigh mhín. Déanann an dréimire uillinn $\tan^{-1} 2$ leis an urlár.

- (i) Taispeáin gurb é $\frac{1}{4}$ an luach is lú d'fhéadfadh a bheith ag μ , an chomhéifeacht frithchuilte idir an dréimire agus an balla.
- (ii) Mas fíor, áfach, $\mu = \frac{1}{3}$, faigh, i dtéarmaí l , an fad slí ó p go dtí an pointe is airde ar an dréimire d'fhéadfadh fear, ar meáchan $2W$, seasamh gan sleamhnú teacht ar an dréimire.

- (b) Bata aonfhoirmeach $[cd]$ ar meáchan $2W$, tá sé ar fos i gcothromaíocht ag uillinn α leis an gcothromán agus an foirceann d aige i dteagmháil le balla ceartingearach mín. Gabhann an bata thar phionna fosaithe mín ag p agus faoi phionna fosaithe mín ag q . Déantar meáchan $3W$ a chrochadh as c . Tá $|cp| = |qd| = l$ agus tá $|pq| = 2l$.



- (i) Taispeáin gurb é $\frac{W}{2\cos\alpha}(16\cos^2\alpha - 5)$ méid an fhrithghníomhaithe ag p .
- (ii) Faigh, i dtéarmaí α agus W , méid an fhrithghníomhaithe ag q .
- (iii) Taispeáin go bhfuil $\cos^2\alpha \geq \frac{15}{16}$.

8. (a) Cruthaigh gurb é $\frac{1}{2}mr^2$ móimint na táimhe de dhiosca aonfhoirmeach, ar mais m agus ar fad ga r , thar timpeall aise trí a lár atá ingearach lena phlána.

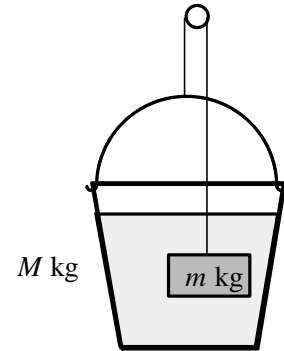
- (b) Diosca aonfhoirmeach ar mais m agus ar fad ga r , rollann sé gan sleamhnú ó fhos dó 30 m síos plána atá claonta ag uillinn 30° leis an gcothromán.

- (i) Faigh luas líneach an diosca tar éis 30 m a rolladh síos an plána.
- (ii) Faigh, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha, an t-am a thógann sé don diosca fad slí 30 m a rolladh síos an plána.
- (iii) Déantar fonsa, ar mais m agus ar fad ga r , a fheidhmiú anois in ionad an diosca. Rollann an fonsa gan sleamhnú ó fhos dó 30 m síos an plána. Taispeáin gurb é $\frac{3}{4}$ an cóimheas den luasghéarú síos an plána den bhfonsa i leith luasghéarú an diosca.

9. (a) Sorcóir aonfhoirmeach ar airde dó 10 cm, snámhann sé go ceartingearach sa tslí go bhfuil leath a airde tumtha in umar mearcair. Is é 13.6 dlús coibhneasta mearcair. Déantar usice a dhoirteadh isteach, ansin, ar bharr an mearcair go dtí go gclúdaítear an sorcóir.

Cén fad slí a éiríonn an sorcóir san umar?

- (b) Déantar buicéad a pháirtlónadh le huisce. Is é M kg mais iomlán an bhuicéid agus an uisce. Déantar an buicéad a ghreamú d'fhoirceann amháin de théad doshínte éadrom a ghabhann thar ulóg fhosaithe éadrom mhín. Déantar bloc ar mais m kg a ghreamú d'fhoirceann eile na téada sa tslí go bhfuil sé go hiomlán faoin uisce sa bhuicéad. Tá an córas i gcothromaíocht agus ní dhéanann an bloc an buicéad a theagmháil.



Cruthaigh go bhfuil dlús coibhneasta an bhloic níos mó ná 2.

10. (a) Má tá

$$x \frac{dy}{dx} + xy \frac{dy}{dx} - 1 = 0$$

agus $y = 2$ nuair $x = e$, faigh, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha, an luach deimhneach ar y nuair $x = e^2$.

- (b) Is é $4e^{\frac{v}{6}}$ m/s² an luasmhoilliú ar cháithnín atá ag gluaiseacht ina líne dhíreach faoi luas v m/s. Is é 6 m/s luas tosaigh an cháithnín.

(i) Faigh an fad ama, t_1 , a thógann sé don luas laghdú go 3 m/s.

(ii) Faigh an fad ama, t_2 , a thógann sé don cháithnín teacht chun fois.

(iii) Bain as sin go bhfuil $\frac{t_2 - t_1}{t_1} = \sqrt{e}$.