



**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Jueves 4 de noviembre de 2010 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos para ello.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Considere estos cuatro números que se muestran a continuación.

$$p = 0,00314 ; q = 0,00314 \times 10^2 ; r = \frac{\pi}{1000} ; s = 3,14 \times 10^{-2}$$

- (a) Uno de estos números está escrito en la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$  y  $k \in \mathbb{Z}$ . Escriba dicho número. [1 punto]
- (b) Escriba el número más pequeño de los cuatro mostrados. [2 puntos]
- (c) Escriba el valor de  $q + s$ . [1 punto]
- (d) Dé la respuesta al apartado (c) en la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$  y  $k \in \mathbb{Z}$ . [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



2. (a) Complete la siguiente tabla de verdad.

$p$	$q$	.....	$p \Rightarrow \neg q$
V	V	F	.....
V	F	V	.....
F	V	F	.....
F	F	V	.....

[2 puntos]

Considere las siguientes proposiciones

$p$ : Cristina entiende lógica

$q$ : A Cristina le irá bien en el examen de lógica.

(b) Escriba en forma simbólica la siguiente proposición compuesta.

“Si Cristina entiende lógica, entonces le irá bien en el examen de lógica”

[2 puntos]

(c) Escriba con palabras la contrarrecíproca de la proposición del apartado (b).

[2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_



3. En un concurso de televisión hay una caja transparente completamente llena de cubos idénticos. Los participantes tienen que estimar cuántos cubos hay en la caja. La caja tiene 50 cm de ancho, 100 cm de largo y 40 cm de alto.

(a) Halle el volumen de la caja. *[2 puntos]*

Joaquín estima que el volumen de un cubo es igual a  $500 \text{ cm}^3$ . Luego utiliza este valor para estimar la cantidad de cubos que hay en la caja.

(b) Halle el número de cubos que Joaquín estima que hay en la caja. *[2 puntos]*

El número de cubos que en realidad hay en la caja es 350.

(c) Halle el porcentaje de error correspondiente al número de cubos que Joaquín estima que hay en la caja. *[2 puntos]*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

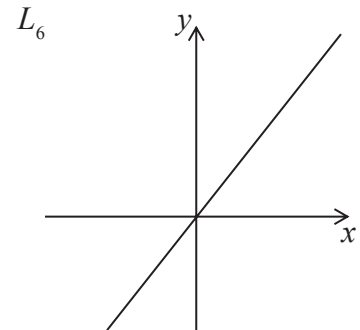
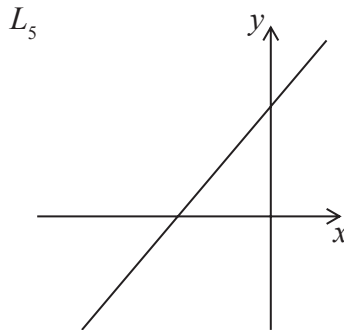
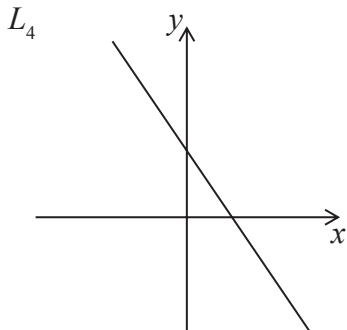
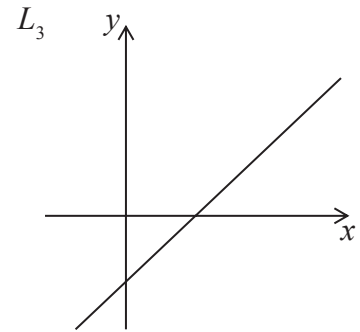
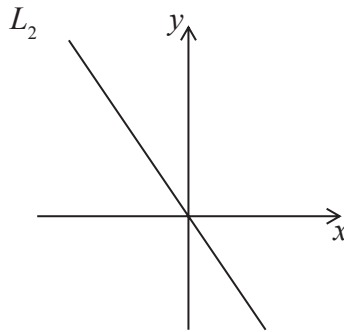
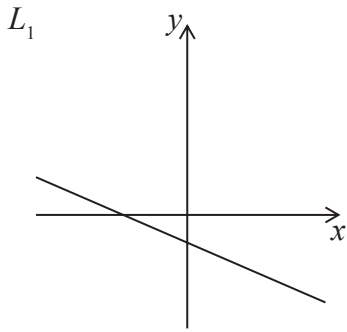
(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_



4. En las siguientes figuras se muestran seis rectas cuyas ecuaciones son de la forma  $y = mx + c$ .



En la siguiente tabla aparecen cuatro posibles condiciones para el par de valores  $m$  y  $c$ . Indique a cuál de las seis rectas anteriores corresponde cada una de estas condiciones.

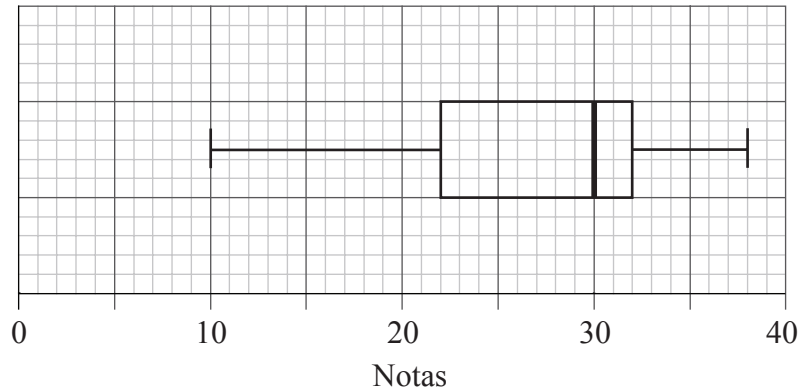
Condición	Recta
$m > 0$ y $c > 0$	
$m < 0$ y $c > 0$	
$m < 0$ y $c < 0$	
$m > 0$ y $c < 0$	

[6 puntos]

Operaciones:



5. 56 alumnos hicieron un examen. La nota máxima que podían obtener era 40. El profesor utilizó el siguiente diagrama de caja y bigotes para representar las notas de los alumnos.



- (a) Escriba
- (i) la mediana de las notas;
  - (ii) la nota correspondiente al percentil 75;
  - (iii) el rango de las notas. [4 puntos]
- (b) Estime cuántos alumnos sacaron una nota mayor que 32. [2 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) (i) \_\_\_\_\_  
(ii) \_\_\_\_\_  
(iii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



6. Se ha realizado una encuesta, y en ella ha participado un grupo de 200 personas. A cada una de estas personas se le preguntó si fumaba o no. La información recabada se organizó en la siguiente tabla.

	<b>Fumador</b>	<b>No fumador</b>
<b>Hombre</b>	60	40
<b>Mujer</b>	30	70

Se escoge al azar una persona de este grupo.

- (a) Escriba la probabilidad de que esta persona sea fumadora. *[2 puntos]*
- (b) Escriba la probabilidad de que esta persona sea hombre, sabiendo que es fumador. *[2 puntos]*
- (c) Halle la probabilidad de que esta persona sea fumadora o sea hombre. *[2 puntos]*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



7. Se anota el peso de 90 alumnos de un colegio. La información recogida se muestra en la siguiente tabla.

Peso (kg)	Número de alumnos
$40 \leq w < 50$	7
$50 \leq w < 60$	28
$60 \leq w < 70$	35
$70 \leq w < 80$	20

- (a) Escriba el valor central del intervalo correspondiente al intervalo  $50 \leq w < 60$ . *[1 punto]*
- (b) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para obtener una estimación de
- (i) la media del peso;
- (ii) la desviación típica. *[3 puntos]*
- (c) Halle el peso que está 3 desviaciones típicas por debajo de la media. *[2 puntos]*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_





8. El primer término de una progresión aritmética es 3 y la suma de los dos primeros términos es igual a 11.
- (a) Escriba el segundo término de esta progresión. *[1 punto]*
  - (b) Escriba la diferencia común de esta progresión. *[1 punto]*
  - (c) Escriba el cuarto término de esta progresión. *[1 punto]*
  - (d) El término  $n$ -ésimo es el primer término de esta progresión que es mayor que 1000. Halle el valor de  $n$ . *[3 puntos]*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



9. Considere el conjunto universal  $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 13\}$ , y los subconjuntos  $A = \{\text{múltiplos de } 3\}$  y  $B = \{4, 6, 12\}$ .

(a) Enumere los elementos pertenecientes a los siguientes conjuntos.

(i)  $A$

(ii)  $A \cap B'$

[2 puntos]

(b) Escriba un elemento de  $(A \cup B)'$ .

[2 puntos]

(c) Uno de los enunciados de la siguiente tabla es falso. Indique con una **X** el enunciado que es falso. Dé una respuesta razonada.

[2 puntos]

$n(A \cup B) = 4$	
$15 \in A'$	
$A \subset A \cup B$	

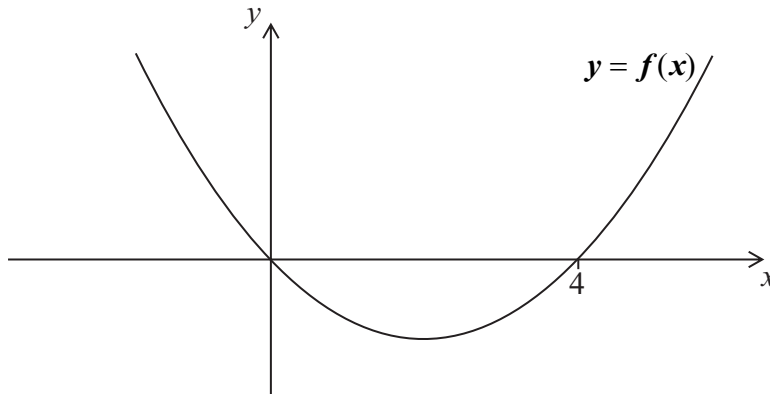
Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i) \_\_\_\_\_  
(ii) \_\_\_\_\_  
(b) \_\_\_\_\_  
(c) \_\_\_\_\_



10. A continuación se muestra la gráfica de la función cuadrática  $y = f(x)$ .



- (a) Escriba las soluciones de la ecuación  $f(x) = 0$ . [2 puntos]
- (b) Escriba la ecuación del eje de simetría de la gráfica de  $f(x)$ . [2 puntos]
- (c) La ecuación  $f(x) = 12$  tiene dos soluciones. Una de estas soluciones es  $x = 6$ . Utilice la simetría de la gráfica para hallar la otra solución. [1 punto]
- (d) El valor mínimo de  $y$  es  $-4$ . Escriba el recorrido de  $f(x)$ . [1 punto]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



11. Considere la progresión geométrica  $16, 8, a, 2, b, \dots$

(a) Escriba la razón común. [1 punto]

(b) Escriba el valor de

(i)  $a$ ;

(ii)  $b$ . [2 puntos]

(c) La suma de los  $n$  primeros términos es igual a 31,9375. Halle el valor de  $n$ . [3 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

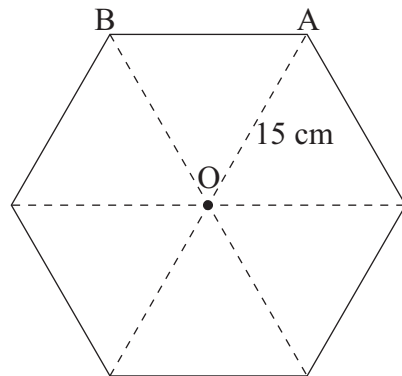
(b) (i) \_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_



12. La base de un prisma es un **hexágono regular**. El centro del hexágono es O y la longitud del segmento OA es igual a 15 cm.



*la figura no está dibujada a escala*

- (a) Escriba el valor del ángulo AOB. [1 punto]
- (b) Halle el área del triángulo AOB. [3 puntos]
- La altura del prisma es igual a 20 cm.
- (c) Halle el volumen del prisma. [2 puntos]

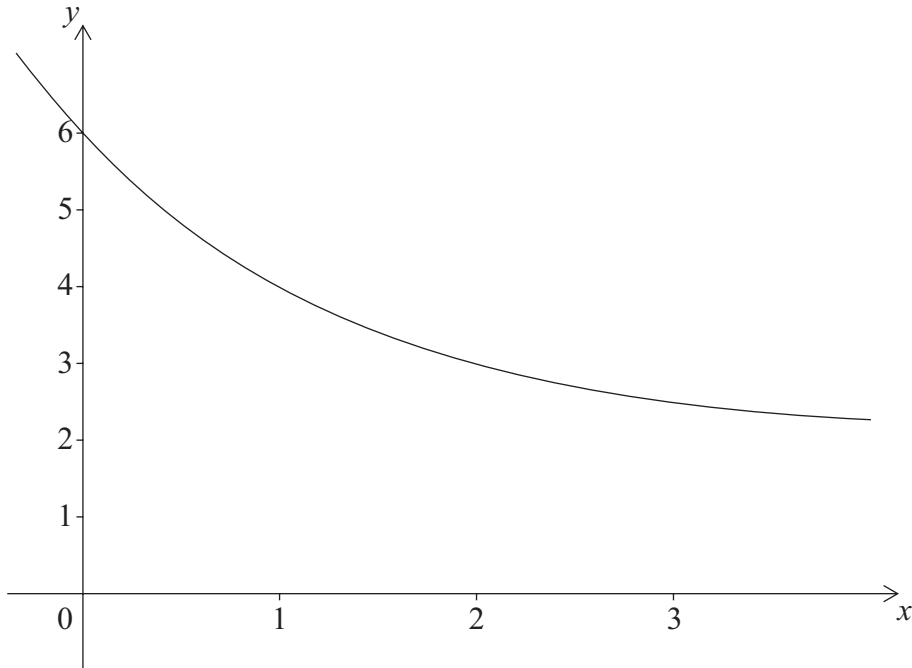
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



13. Considere la función  $f(x) = p(0,5)^x + q$  donde  $p$  y  $q$  son constantes. La gráfica de  $f(x)$  pasa por los puntos  $(0, 6)$  y  $(1, 4)$ , tal y como se muestra a continuación.



- (a) Escriba dos ecuaciones que relacionen  $p$  y  $q$ . [2 puntos]
- (b) Halle el valor de  $p$  y el de  $q$ . [2 puntos]
- (c) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal de la gráfica de  $f(x)$ . [2 puntos]

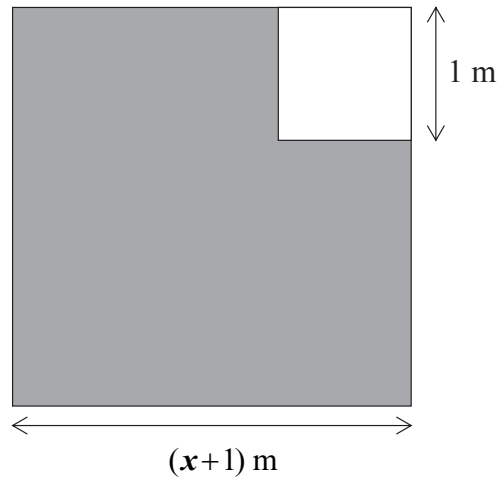
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



14. Un jardín cuadrado mide  $(x+1)$  m de lado. En una de las esquinas hay un cuadrado de 1 m de lado que se utiliza únicamente para plantar hierba. El resto del jardín se utiliza solo para plantar rosas y es la región sombreada en la siguiente figura.



*la figura no está dibujada a escala*

El área de la región sombreada es  $A$ .

- (a) Escriba una expresión para  $A$  en función de  $x$ . [1 punto]
- (b) Halle el valor de  $x$ , sabiendo que  $A = 109,25 \text{ m}^2$ . [3 puntos]
- (c) El dueño del jardín coloca una valla alrededor de la región sombreada. Halle la longitud de esta valla. [2 puntos]

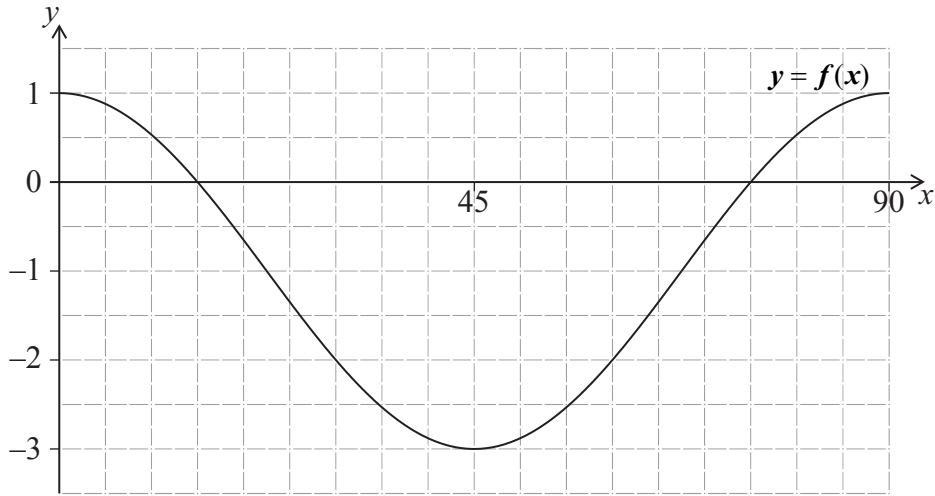
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



15. El siguiente diagrama muestra la gráfica de la función  $f(x) = 2 \cos(4x) - 1$ , donde  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ .



- (a) Sobre el mismo diagrama, dibuje la gráfica de la función  $g(x) = \sin(2x) - 2$ , donde  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ . [2 puntos]
- (b) Escriba cuántas soluciones tiene la ecuación  $f(x) = g(x)$ , donde  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ . [1 mark]
- (c) Escriba un valor de  $x$  para el cual se cumpla que  $f(x) > g(x)$ , donde  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ . [1 mark]

$f(x) < g(x)$  en el intervalo  $a < x < b$ .

- (d) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para hallar el valor de
  - (i)  $a$ ;
  - (ii)  $b$ .[2 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_

