



**MATEMÁTICAS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Viernes 7 de noviembre de 2008 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste toda la sección A en los espacios provistos.
- Sección B: conteste toda la sección B en las hojas de respuestas provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.



*No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.*

**SECCIÓN A**

*Conteste todas las preguntas en los espacios provistos. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. [Puntuación máxima: 5]

Considere la progresión geométrica infinita  $3; 3(0,9); 3(0,9)^2; 3(0,9)^3; \dots$

- (a) Escriba el décimo término de la progresión. No simplifique la respuesta. [1 punto]
  
- (b) Halle la suma de la progresión infinita. [4 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 6]

Una partícula se mueve con velocidad constante a lo largo de la recta  $L$ . Su posición inicial es  $A(6, -2, 10)$ . Después de un segundo, la partícula se ha desplazado hasta  $B(9, -6, 15)$ .

(a) (i) Halle el vector velocidad,  $\vec{AB}$ .

(ii) Halle la velocidad de la partícula.

[4 puntos]

(b) Escriba una ecuación de la recta  $L$ .

[2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

Sean  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & p \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ q & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .

(a) Halle  $AB$  en función de  $p$  y  $q$ . [2 puntos]

(b) La matriz  $B$  es la inversa de la matriz  $A$ . Halle el valor de  $p$  y de  $q$ . [5 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

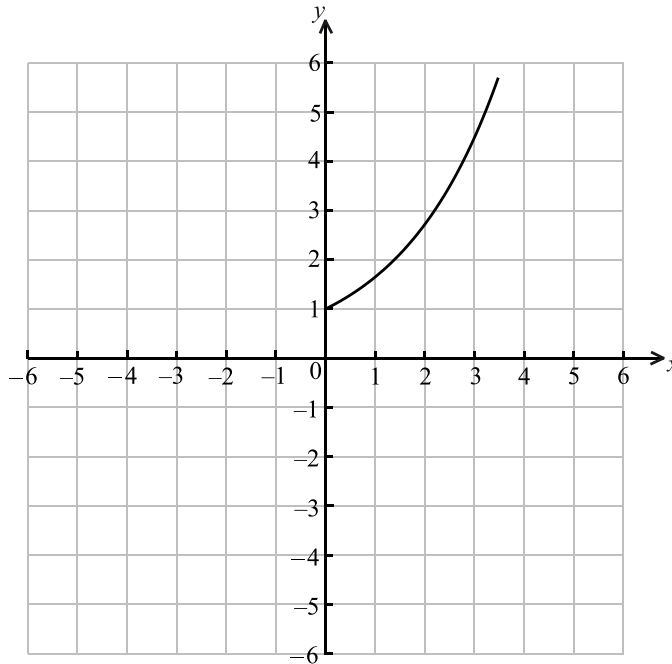
.....

.....



4. [Puntuación máxima: 7]

Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = e^{0,5x}$ ,  $0 \leq x \leq 3,5$ . El diagrama muestra la gráfica de  $f$ .



- (a) Sobre el mismo diagrama, dibuje aproximadamente la gráfica de  $f^{-1}$ . [3 puntos]
- (b) Escriba el recorrido de  $f^{-1}$ . [1 punto]
- (c) Halle  $f^{-1}(x)$ . [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

Sean  $A$  y  $B$  sucesos independientes, donde  $P(A) = 0,6$  y  $P(B) = x$ .

(a) Escriba una expresión para  $P(A \cap B)$ . [1 punto]

(b) Sabiendo que  $P(A \cup B) = 0,8$

(i) halle  $x$ ;

(ii) halle  $P(A \cap B)$ . [4 puntos]

(c) **A partir de lo anterior**, explique por qué  $A$  y  $B$  **no** son mutuamente excluyentes. [1 punto]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

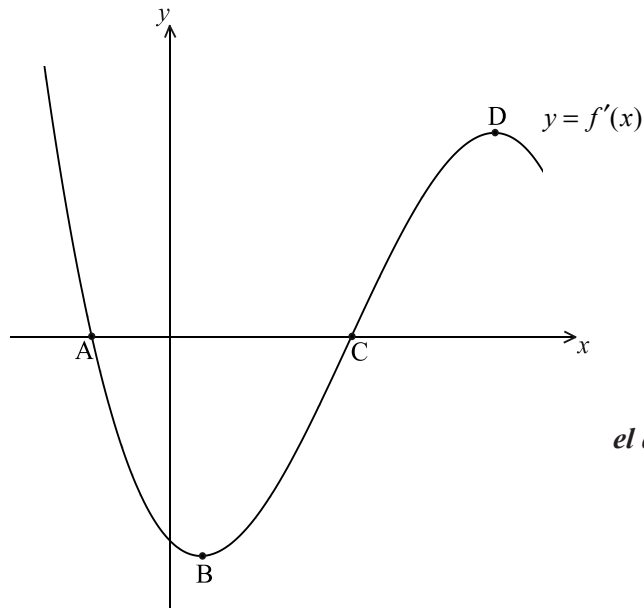
.....

.....



6. [Puntuación máxima: 7]

La figura muestra una parte de la gráfica de  $y = f'(x)$ . La gráfica corta al eje  $x$  en los puntos A y C. Hay un mínimo en B y un máximo en D.



*el diagrama no está a escala*

- (a) (i) Escriba el valor de  $f'(x)$  en C.
- (ii) **A partir de lo anterior**, compruebe que C corresponde a un mínimo en la gráfica de  $f$  (es decir, tiene el mismo valor de la coordenada  $x$ ). [3 puntos]
- (b) De los puntos A, B, D, ¿cuál corresponde a un máximo en la gráfica de  $f$ ? [1 punto]
- (c) Compruebe que B corresponde a un punto de inflexión en la gráfica de  $f$ . [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 7]

Sea  $f(x) = \text{sen}^3 x + \text{cos}^3 x \text{tg} x$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ .

(a) Compruebe que  $f(x) = \text{sen} x$ . [2 puntos]

(b) Sea  $\text{sen} x = \frac{2}{3}$ . Compruebe que  $f(2x) = -\frac{4\sqrt{5}}{9}$ . [5 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





**SECCIÓN B**

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 13]

Se tiran dos dados normales, de seis caras. A continuación se muestra un diagrama que representa el espacio muestral.

		Puntuación del segundo dado					
		1	2	3	4	5	6
Puntuación del primer dado	1	•	•	•	•	•	•
	2	•	•	•	•	•	•
	3	•	•	•	•	•	•
	4	•	•	•	•	•	•
	5	•	•	•	•	•	•
	6	•	•	•	•	•	•

Sea  $X$  la suma de las puntuaciones obtenidas con los dos dados.

(a) Halle

(i)  $P(X = 6)$  ;

(ii)  $P(X > 6)$  ;

(iii)  $P(X = 7 | X > 5)$  .

[6 puntos]

(b) Elena inventa un juego, que consiste en tirar los dos dados.

Si la suma es igual a 6, gana 3 puntos.

Si la suma es mayor que 6, gana 1 punto.

Si la suma es menor que 6, **pierde**  $k$  puntos.

Halle el valor de  $k$  para el cual el número esperado de puntos de Elena es cero.

[7 puntos]



## 9. [Puntuación máxima: 16]

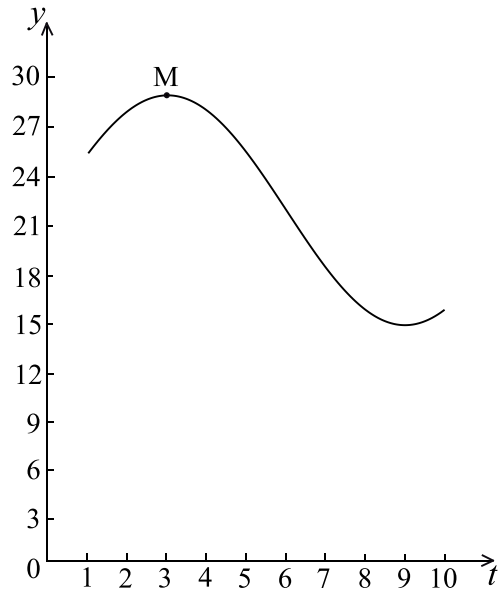
La aceleración,  $a$  en  $\text{ms}^{-2}$  de una partícula en el instante  $t$  en segundos viene dada por la expresión  $a = 2t + \cos t$ .

- (a) Halle la aceleración de la partícula cuando  $t = 0$ . [2 puntos]
- (b) Halle la velocidad,  $v$ , en el instante  $t$ , sabiendo que la velocidad inicial de la partícula es  $2 \text{ ms}^{-1}$ . [5 puntos]
- (c) Halle  $\int_0^3 v \, dt$ , expresando la respuesta en la forma  $p - q \cos 3$ . [7 puntos]
- (d) ¿Qué información proporciona la respuesta del apartado (c) acerca del movimiento de la partícula? [2 puntos]



10. [Puntuación máxima: 16]

Sea  $f(t) = a \cos b(t - c) + d$ ,  $t \geq 0$ . La figura que aparece a continuación muestra una parte de la gráfica de  $y = f(t)$ .



Para  $t = 3$ , hay un máximo cuyo valor es 29, en el punto M.

Para  $t = 9$ , hay un mínimo cuyo valor es 15.

- (a) (i) Halle el valor de  $a$ .
- (ii) Compruebe que  $b = \frac{\pi}{6}$ .
- (iii) Halle el valor de  $d$ .
- (iv) Escriba un valor para  $c$ . [7 puntos]

La transformación  $P$  viene dada por un estiramiento horizontal de razón  $\frac{1}{2}$ , seguido por la traslación  $\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$ .

- (b) Sea  $M'$  la imagen de M bajo  $P$ . Halle las coordenadas de  $M'$ . [2 puntos]

La gráfica de  $g$  es la imagen de la gráfica de  $f$  bajo  $P$ .

- (c) Halle  $g(t)$  en la forma  $g(t) = 7 \cos B(t - C) + D$ . [4 puntos]
- (d) Dé una descripción geométrica completa de la transformación que aplica la gráfica de  $g$  en la gráfica de  $f$ . [3 puntos]

