



**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Viernes 7 de noviembre de 2008 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos para ello.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o correcta con tres cifras significativas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Sabiendo que  $h = \sqrt{\ell^2 - \frac{d^2}{4}}$ ,

- (a) Calcule el valor **exacto** de  $h$  cuando  $\ell = 0,03625$  y  $d = 0,05$ . [2 puntos]
- (b) Escriba la respuesta del apartado (a) redondeando a tres cifras decimales. [1 punto]
- (c) Escriba la respuesta del apartado (a) redondeando a tres cifras significativas. [1 punto]
- (d) Escriba la respuesta del apartado (a) de la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



2. A continuación se muestran las notas obtenidas por un grupo de 20 alumnos del BI:

6 2 5 3 5 5 6 2 6 1  
7 6 2 4 2 4 3 4 5 6

(a) Complete la siguiente tabla para las notas obtenidas por los alumnos. [2 puntos]

Nota	Frecuencia
1	
2	
3	2
4	
5	4
6	
7	1

(b) Escriba la moda de las notas obtenidas por los alumnos. [1 punto]

(c) Calcule la mediana de las notas obtenidas por los alumnos. [2 puntos]

Se escoge al azar un alumno del grupo.

(d) Halle la probabilidad de que la nota obtenida por este alumno haya sido bien un 4 o un 5. [1 punto]

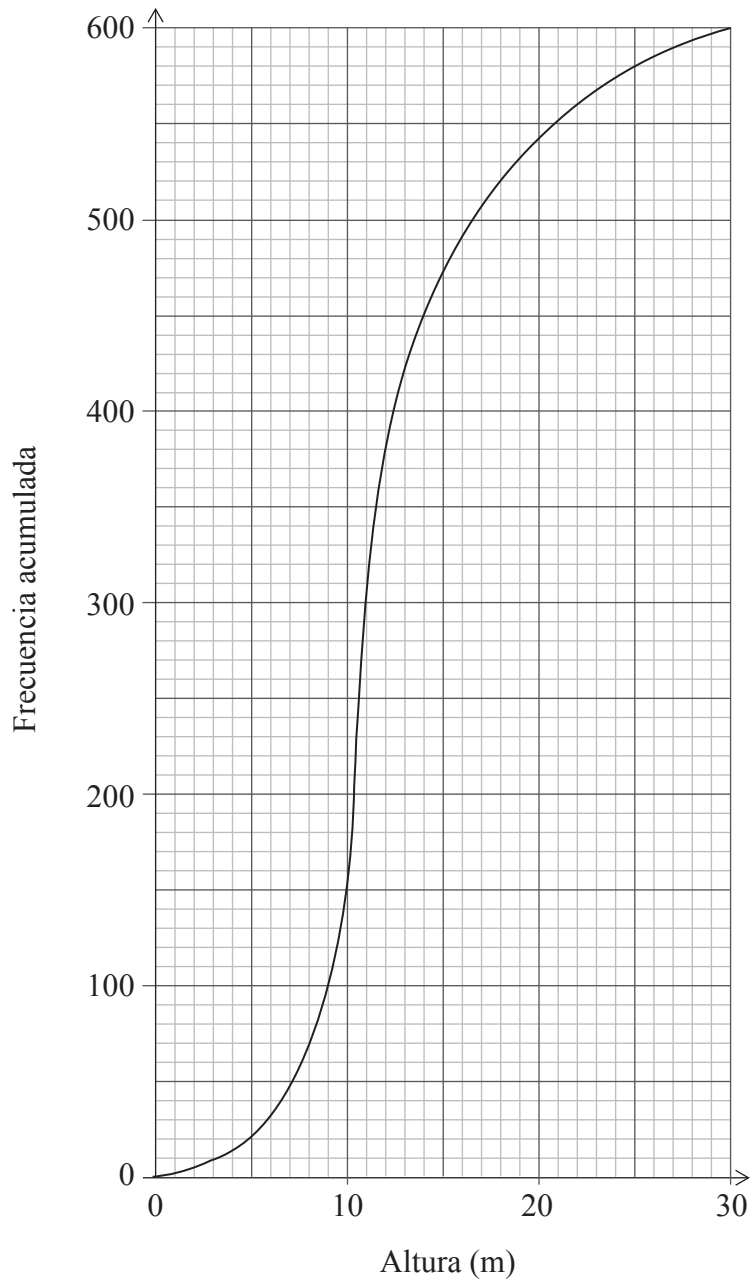
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



3. El siguiente diagrama muestra la distribución de frecuencias acumuladas correspondiente a las alturas (en metros) de 600 árboles de un bosque dado.



- (a) Escriba la mediana de las alturas de los árboles. [1 punto]
- (b) Calcule el rango intercuartil de las alturas de los árboles. [2 puntos]

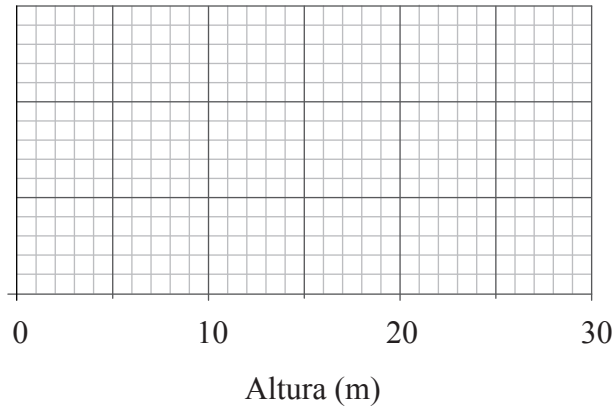
*(Esta pregunta continúa en la siguiente página)*



*(Pregunta 3: continuación)*

- (c) Sabiendo que el árbol más bajo del bosque mide 3 m de altura y que el árbol más alto mide 28 m de altura, dibuje con precisión en la siguiente cuadrícula el diagrama de caja y bigotes correspondiente a la distribución de los árboles del bosque.

*[3 puntos]*



*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



4. Sean  $p$  y  $q$  las proposiciones que se muestran a continuación

$p$ : se puede entrar al cine con comida

$q$ : se puede entrar al cine con bebidas

(a) Complete la tabla de verdad que aparece a continuación para el enunciado simbólico  $\neg(p \vee q)$ . [2 puntos]

$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

(b) Escriba con palabras el significado del enunciado simbólico  $\neg(p \vee q)$ . [2 puntos]

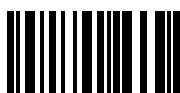
(c) Escriba en forma simbólica el siguiente enunciado compuesto: [2 puntos]

“no se puede entrar al cine ni con comida ni con bebidas”.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(b) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
(c) \_\_\_\_\_



5. El tipo de cambio entre rupias de la India (INR) y dólares de Singapur (S\$) es el siguiente  $100 \text{ INR} = \text{S}\$3,684$

Kwai Fan cambia S\$500 a rupias.

- (a) Calcule cuántas rupias de la India le darán, utilizando para ello este tipo de cambio. **Dé su respuesta redondeando al valor entero de rupias más cercano.** [2 puntos]

Cuando vuelve a Singapur, Kwai Fan tiene 2500 rupias que le han sobrado del viaje. Quiere cambiar estas rupias a dólares de Singapur. Esta operación tiene una comisión del 3 %, y el tipo de cambio aplicado es  $100 \text{ INR} = \text{S}\$3,672$ .

- (b) Calcule en rupias de la India la comisión que le cobran por realizar este cambio. [2 puntos]
- (c) Calcule en dólares de Singapur la cantidad de dinero que recibe, **dando su respuesta redondeada a dos lugares decimales.** [2 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

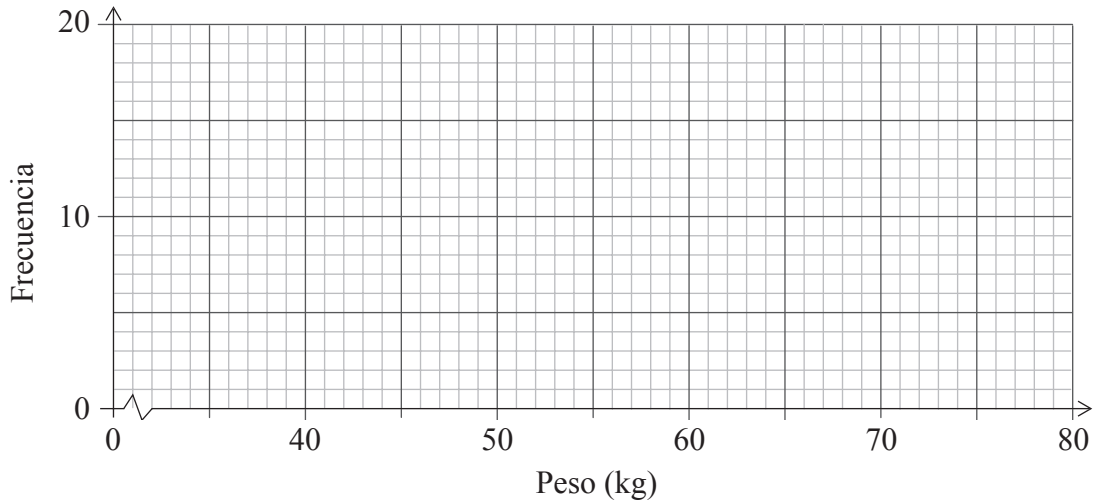


6. La distribución de los pesos, redondeados al valor entero de kilogramos más próximo, de los miembros de un equipo de fútbol se muestra en la siguiente tabla.

Peso (kg)	40 – 49	50 – 59	60 – 69	70 – 79
Frecuencia	6	18	14	4

- (a) En la siguiente cuadrícula dibuje con precisión el histograma correspondiente a esta distribución de pesos.

[2 puntos]



- (b) Escriba el valor central del intervalo 40 – 49. [1 punto]
- (c) Halle una estimación de la media del peso de los miembros del equipo. [2 puntos]
- (d) Escriba una estimación de la desviación típica de los pesos. [1 punto]

Operaciones:

Respuestas:

- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_





7. Una línea recta,  $L_1$ , tiene por ecuación  $x + 4y + 34 = 0$ .

(a) Halle la pendiente de  $L_1$ . [2 puntos]

La ecuación de la recta  $L_2$  es  $y = mx$ .  $L_2$  es perpendicular a  $L_1$ .

(b) Halle el valor de  $m$ . [2 puntos]

(c) Halle las coordenadas del punto de intersección de las rectas  $L_1$  y  $L_2$ . [2 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



8. Dada la progresión aritmética:  $u_1 = 124$ ,  $u_2 = 117$ ,  $u_3 = 110$ ,  $u_4 = 103$ , ...

(a) Escriba el valor de la diferencia común de esta progresión. *[1 punto]*

(b) Calcule la suma de los 50 primeros términos de la progresión. *[2 puntos]*

$u_k$  es el primer término de la progresión que es negativo.

(c) Halle el valor de  $k$ . *[3 puntos]*

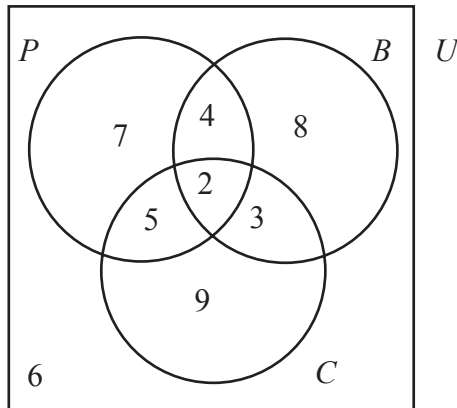
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



9. El siguiente diagrama de Venn muestra el número de alumnos de un colegio que estudian ciencias: Física ( $P$ ), Química ( $C$ ) y Biología ( $B$ ).



- (a) Escriba el número de alumnos que sólo estudian Química. [1 punto]
- (b) Escriba el número de alumnos que estudian **exactamente** dos asignaturas de ciencias. [1 punto]
- (c) Escriba el número de alumnos que no estudian Física. [2 puntos]
- (d) Halle  $n[(P \cup B) \cap C]$ . [2 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



10. Eva invierte USD 2000, siendo el tipo de interés (tasa de interés) anual nominal del 8 %, **compuesto semestralmente**.

(a) Calcule el valor de la inversión al cabo de 5 años, redondeando al valor entero de dólares más cercano.

[3 puntos]

Tony invierte USD 1500, siendo el tipo de interés (tasa de interés) nominal anual del 7,8 %, **compuesto anualmente**.

(b) Halle el número de años **completos** que tardará en duplicar el valor de su inversión.

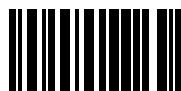
[3 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



11. A continuación le mostramos las calificaciones obtenidas por 8 alumnos en los exámenes de Física y Química.

<b>Física (x)</b>	6	8	10	11	10	5	4	12
<b>Química (y)</b>	8	11	14	13	11	7	5	15

(a) Escriba el coeficiente de correlación momento-producto,  $r$ . *[1 punto]*

(b) Escriba, en la forma  $y = mx + c$ , la ecuación de la recta de regresión de  $y$  sobre  $x$  para los 8 alumnos. *[2 puntos]*

Un noveno alumno sacó un 7 en el examen de Física, pero luego no hizo el examen de Química.

(c) Utilice su respuesta del apartado (b) para estimar la nota que habría sacado en el examen de Química. *[2 puntos]*

(d) Justifique por qué es válido usar esta recta de regresión para estimar la nota del examen de Química. *[1 punto]*

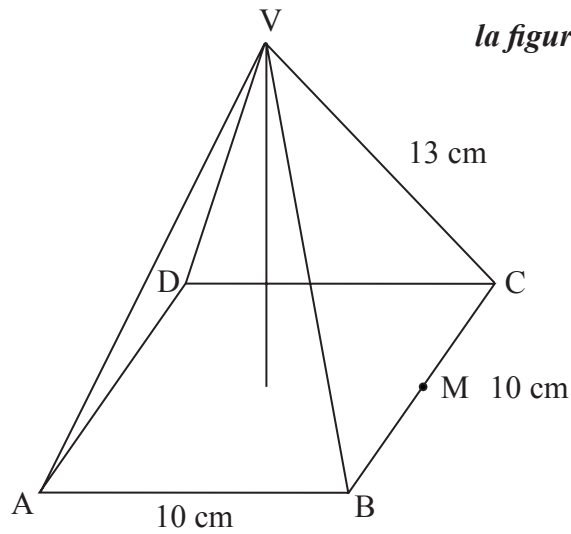
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



12. La siguiente figura muestra una pirámide VABCD. Esta pirámide tiene la base cuadrada, de 10 cm de lado, y la longitud de sus aristas es igual a 13 cm. M es el punto medio del lado BC.



*la figura no está dibujada a escala*

- (a) Calcule la longitud de VM. [2 puntos]
- (b) Calcule la altura en vertical de la pirámide. [2 puntos]
- (c) Calcule el ángulo que forma una de las caras inclinadas de la pirámide con su base. [2 puntos]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

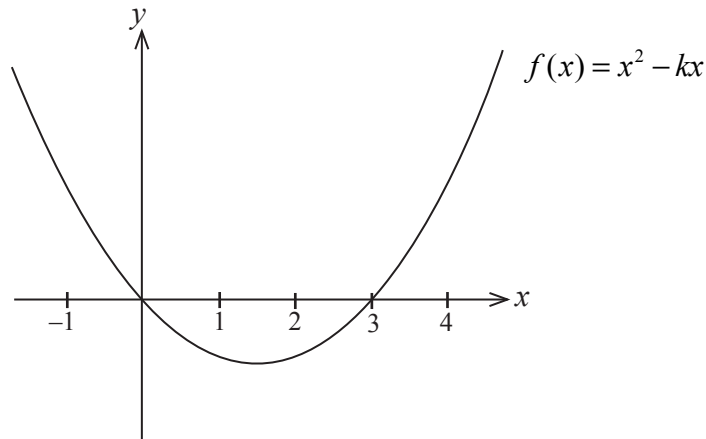
- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



13. (a) Factorice la expresión  $x^2 - kx$ . [1 punto]

(b) A partir de lo anterior, resuelva la ecuación  $x^2 - kx = 0$ . [1 punto]

El diagrama que aparece a continuación muestra la gráfica de la función  $f(x) = x^2 - kx$  para un valor determinado de  $k$ .



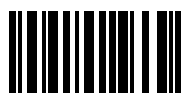
(c) Escriba el valor de  $k$  para esta función. [1 punto]

(d) Halle el valor mínimo de la función  $y = f(x)$ . [3 puntos]

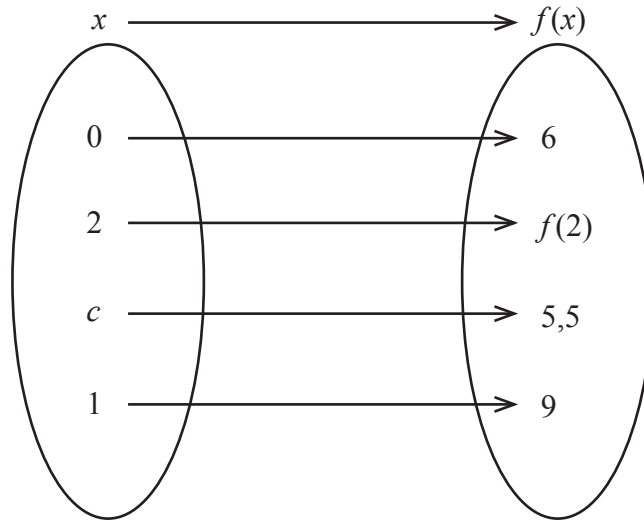
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



14. La función  $f(x) = a^x + b$  se define por medio del diagrama de flechas que se muestra a continuación.



- (a) Halle los valores de  $a$  y  $b$ . [3 puntos]
- (b) Escriba la imagen de 2 por la función  $f$ . [1 punto]
- (c) Halle el valor de  $c$ . [2 puntos]

*Operaciones:*

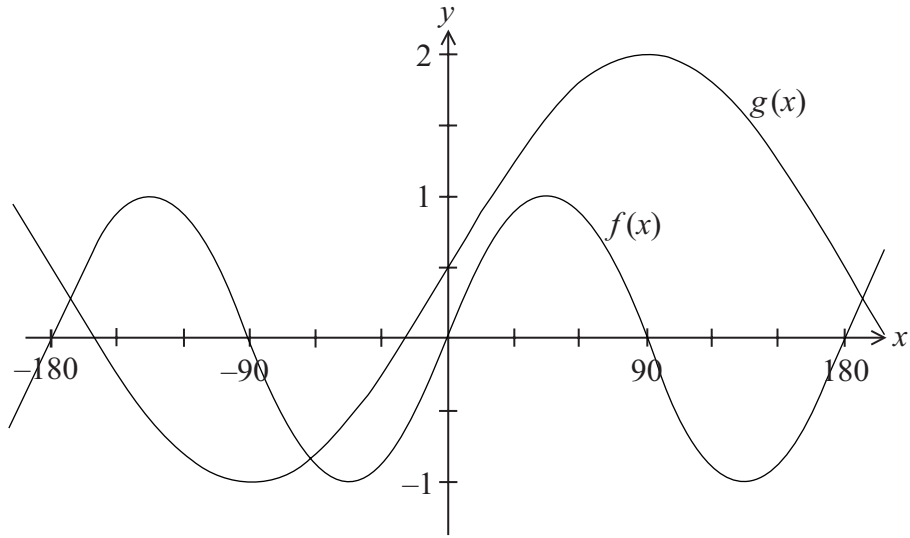
*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_





15. La siguiente figura muestra las gráficas de dos funciones seno,  $f(x)$  y  $g(x)$ , para  $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ .



(a) Escriba:

(i) la ecuación de  $f(x)$ ;

(ii) la ecuación de  $g(x)$ .

[4 puntos]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para resolver la ecuación  $f(x) = g(x)$  en el intervalo  $-90^\circ \leq x \leq 90^\circ$ .

[2 puntos]

Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

