



22077308

MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Mardi 8 mai 2007 (matin)

1 heure 30 minutes

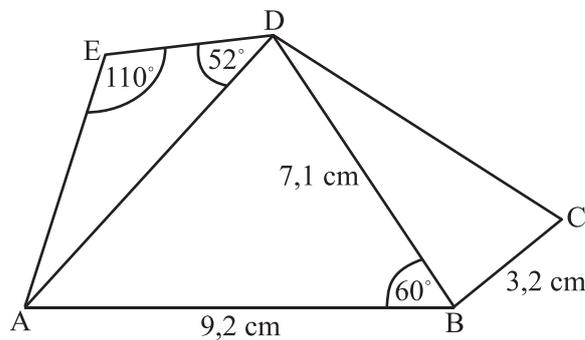
INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.

Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximum : 21]

La figure qui suit représente un pentagone ABCDE, tel que $AB=9,2$ cm, $BC=3,2$ cm, $BD=7,1$ cm, $\hat{A}ED=110^\circ$, $\hat{A}DE=52^\circ$ et $\hat{A}BD=60^\circ$.



- (a) Trouvez AD. [4 points]
- (b) Trouvez DE. [4 points]
- (c) L'aire du triangle BCD est $5,68 \text{ cm}^2$. Trouvez $\hat{D}BC$. [4 points]
- (d) Trouvez AC. [4 points]
- (e) Trouvez l'aire du quadrilatère ABCD. [5 points]

2. [Note maximum : 12]

Il y a 50 boîtes dans une usine. Les poids, w en kg, sont divisés en 5 classes, comme le montre le tableau ci-dessous.

Classe	Poids (kg)	Nombre de boîtes
A	$9,5 \leq w < 18,5$	7
B	$18,5 \leq w < 27,5$	12
C	$27,5 \leq w < 36,5$	13
D	$36,5 \leq w < 45,5$	10
E	$45,5 \leq w < 54,5$	8

- (a) Montrez que le poids moyen estimé des boîtes est 32 kg. [3 points]
- (b) Dans l'usine, il y a x boîtes marquées « Fragile ». Elles sont toutes dans la classe E. Le poids moyen estimé de toutes les autres boîtes dans l'usine est 30 kg. Calculez la valeur de x . [4 points]
- (c) Une livraison de y boîtes supplémentaires, toutes ayant un poids dans la classe D, est apportée à l'usine. Le poids moyen estimé total de **toutes** les boîtes dans l'usine est inférieur à 33 kg. Trouvez la plus grande valeur possible de y . [5 points]

3. [Note maximum : 17]

Dans cette question, les distances sont en mètres et les durées en minutes.

Deux maquettes d'avions volent, chacune en ligne droite.

À 13h00, la première maquette d'avion est au point (3 ; 2 ; 7). Son vecteur position

après t minutes est donné par
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

(a) Trouvez la vitesse de cette maquette d'avion. [2 points]

À 13h00, la deuxième maquette d'avion est au point (-5 ; 10 ; 23). Après deux minutes, elle est au point (3 ; 16 ; 39).

(b) Montrez que son vecteur position après t minutes est donné par

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}.$$
 [3 points]

(c) Les avions se rencontrent au point Q.

(i) À quelle heure les avions se rencontrent-ils ?

(ii) Trouvez la position de Q. [6 points]

(d) Trouvez l'angle θ entre les trajectoires des deux avions. [6 points]

4. [Note maximum : 16]

Deux restaurants, *Center* et *New*, servent des sandwichs au poisson et des salades.

Soit F l'événement « un client choisit un sandwich au poisson ».

Soit S l'événement « un client choisit une salade ».

Soit N l'événement « un client ne choisit ni un sandwich au poisson ni une salade ».

Dans le restaurant *Center*, on a $P(F) = 0,31$; $P(S) = 0,62$; $P(N) = 0,14$.

(a) Montrez que $P(F \cap S) = 0,07$. [3 points]

(b) Étant donné qu'un client choisit une salade, trouvez la probabilité que ce client choisisse aussi un sandwich au poisson. [3 points]

(c) Les événements F et S sont-ils indépendants ? Justifiez votre réponse. [3 points]

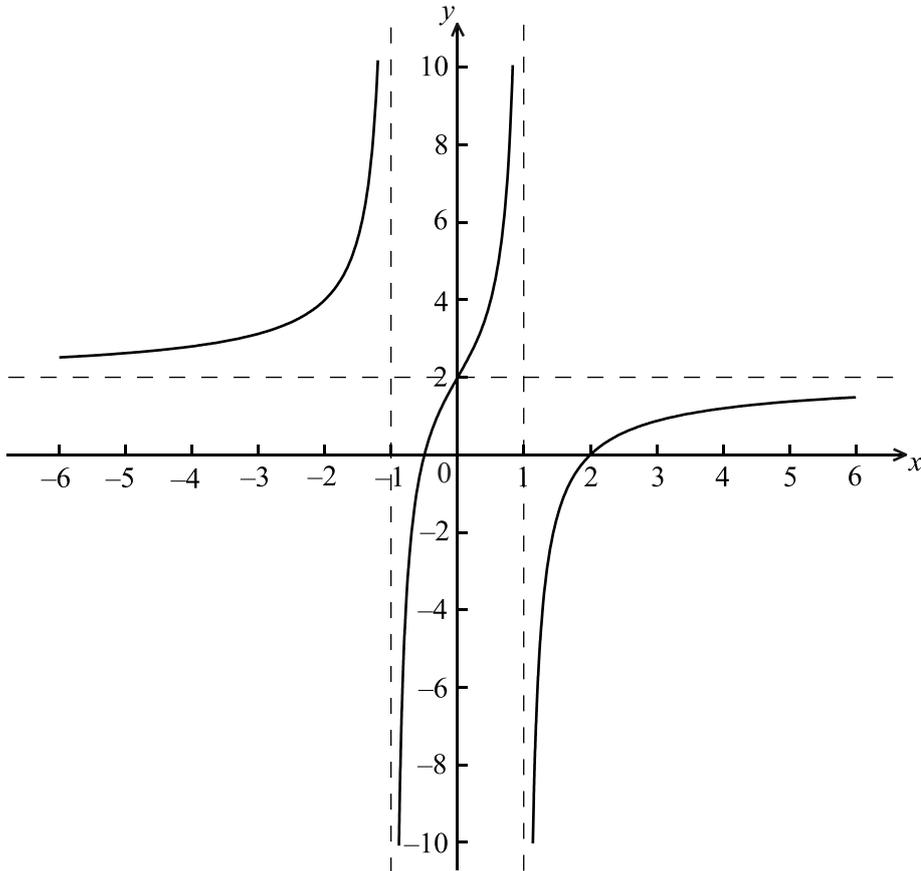
Au restaurant *New*, $P(N) = 0,14$. Deux fois plus de clients choisissent une salade qu'un sandwich au poisson. Choisir un sandwich au poisson est **indépendant** de choisir une salade.

(d) Trouvez la probabilité de choisir un sandwich au poisson. [7 points]

5. [Note maximum : 24]

Soit $f(x) = p - \frac{3x}{x^2 - q^2}$, avec $p, q \in \mathbb{R}^+$.

Une partie de la représentation graphique de f avec ses asymptotes est représentée ci-dessous.



(a) Les équations des asymptotes sont $x = 1$, $x = -1$, $y = 2$. Donnez les valeurs de

(i) p ;

(ii) q .

[2 points]

(b) Soit R la région limitée par la représentation graphique de f , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

(i) Trouvez l'intersection de f avec l'axe Ox d'abscisse négative.

(ii) À partir de là, trouvez le volume engendré par une révolution de 360° de R autour de l'axe des abscisses.

[7 points]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 5)

(c) (i) Montrez que $f'(x) = \frac{3(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$.

(ii) À partir de là, montrez que la représentation graphique de f n'a pas de point maximum ou de point minimum.

[8 points]

(d) Soit $g(x) = f'(x)$. Soit A l'aire de la région limitée par la représentation graphique de g et l'axe des abscisses, entre $x=0$ et $x=a$, avec $a > 0$. Étant donné que $A = 2$, trouvez la valeur de a .

[7 points]
