



22077309

**MATEMÁTICAS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Lunes 7 de mayo de 2007 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

|   |   |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.



*No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

- 1. La población de una ciudad a finales de 1972 era de 250 000 habitantes. La población aumenta un 1,3 % anual.
  - (a) Escriba cuántos habitantes tendrá a finales de 1973.
  - (b) Halle cuántos habitantes tendrá a finales de 2002.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. Uno de los términos de la expansión de  $(x + 2y)^{10}$  es  $ax^8y^2$ . Halle el valor de  $a$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. Sea  $f(x) = \sqrt{x+4}$ ,  $x \geq -4$  y  $g(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

(a) Halle  $(g \circ f)(3)$ .

(b) Halle  $f^{-1}(x)$ .

(c) Escriba el dominio de  $f^{-1}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. En la tabla que aparece a continuación se ha registrado el color de ojos de 97 estudiantes.

|        | Marrón | Azul | Verde |
|--------|--------|------|-------|
| Hombre | 21     | 16   | 9     |
| Mujer  | 19     | 19   | 13    |

Se selecciona un estudiante al azar.

- (a) Escriba la probabilidad de que el estudiante seleccionado sea hombre.
- (b) Escriba la probabilidad de que el estudiante seleccionado tenga los ojos verdes, sabiendo que se trata de una mujer.
- (c) Halle la probabilidad de que el estudiante seleccionado tenga los ojos verdes o sea hombre.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. Sea  $f'(x) = 12x^2 - 2$ .

Sabiendo que  $f(-1) = 1$ , halle  $f(x)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. Considere los vectores  $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$  y  $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + \mathbf{j} - p\mathbf{k}$ .

(a) Sabiendo que  $\mathbf{u}$  es perpendicular a  $\mathbf{v}$ , halle el valor de  $p$ .

(b) Sabiendo que  $q|\mathbf{u}| = 14$ , halle el valor de  $q$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ x \\ 2 \end{pmatrix}$ .

(a) Halle  $AB$ .

(b) La matriz  $C = \begin{pmatrix} 20 \\ 28 \end{pmatrix}$  y  $2AB = C$ . Halle el valor de  $x$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





8. Los pesos de un grupo de niños siguen una distribución normal, siendo la media 22,5 kg y la desviación típica igual a 2,2 kg.
- (a) Escriba la probabilidad de que un niño elegido al azar pese más de 25,8 kg.
  - (b) Del total de niños del grupo, un 95 % pesa menos de  $k$  kilogramos. Halle el valor de  $k$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

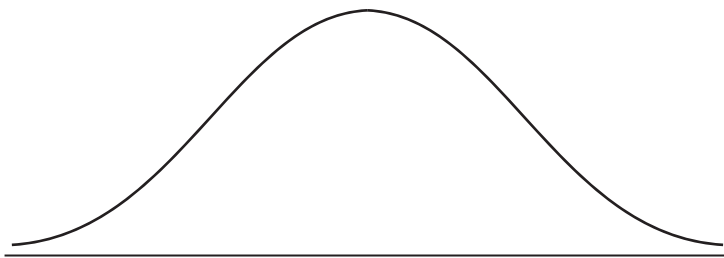
.....

.....

.....

.....

(c) El siguiente diagrama muestra una curva normal.



Sobre el diagrama, sombree la región que representa la siguiente información:

87 % de los niños pesa menos de 25 kg



9. La velocidad,  $v$ , en  $\text{ms}^{-1}$ , de una partícula que se mueve en línea recta viene dada por  $v = e^{3t-2}$ , donde  $t$  representa el tiempo en segundos.
- (a) Halle la aceleración de la partícula para  $t = 1$ .
  - (b) ¿Para qué valor de  $t$  la partícula tendrá una velocidad de  $22,3 \text{ ms}^{-1}$ ?
  - (c) Halle la distancia recorrida durante el primer segundo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

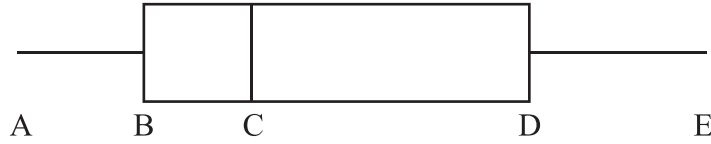
.....



10. Se tiene el siguiente conjunto de datos

18 ; 18 ; 19 ; 19 ; 20 ; 22 ; 22 ; 23 ; 27 ; 28 ; 28 ; 31 ; 34 ; 34 ; 36 .

A continuación se muestra el diagrama de caja y bigote para estos datos.



(a) Escriba los valores de A, B, C, D y E.

A = ..... B = ..... C = ..... D = ..... E = .....

(b) Halle el rango intercuartil.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

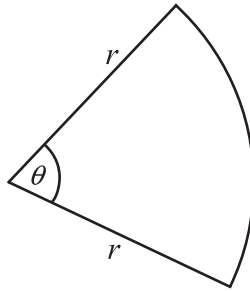
.....

.....

.....



11. La siguiente figura muestra un sector circular de radio  $r$  cm, y ángulo subtendido igual a  $\theta$ . El perímetro del sector es 20 cm.



- (a) Compruebe que  $\theta = \frac{20-2r}{r}$ .
- (b) El área del sector es igual a  $25 \text{ cm}^2$ . Halle el valor de  $r$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. Considere dos funciones cuadráticas distintas, ambas de la forma  $f(x) = 4x^2 - qx + 25$ . El gráfico de cada función tiene su vértice sobre el eje  $x$ .

- (a) Halle los dos valores de  $q$ .
- (b) Para el mayor valor de  $q$ , resuelva  $f(x) = 0$ .
- (c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre las dos gráficas.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. Sea  $f(x) = \ln(x+2)$ ,  $x > -2$  y  $g(x) = e^{(x-4)}$ ,  $x > 0$ .

- (a) Escriba las coordenadas del punto de intersección de la gráfica de  $f$  con el eje  $x$ .
- (b) (i) Escriba  $f(-1,999)$ .  
(ii) Halle el recorrido de  $f$ .
- (c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre las gráficas de  $f$  y  $g$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

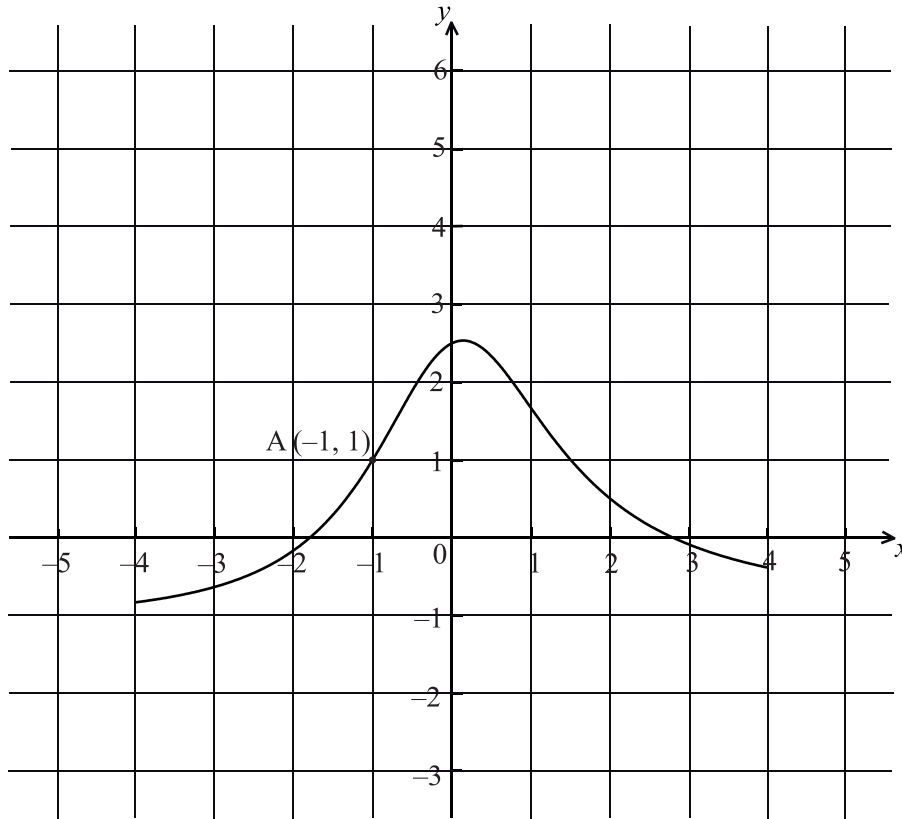
.....

.....

.....



14. El siguiente diagrama muestra la gráfica de una función  $f$ . El punto  $A(-1, 1)$  pertenece a la gráfica, e  $y = -1$  es una asíntota horizontal.



- (a) Sea  $g(x) = f(x-1) + 2$ . Dibuje aproximadamente la gráfica de  $g$  en el diagrama anterior.
- (b) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal de  $g$ .
- (c) Sea  $A'$  el punto en la gráfica de  $g$  que se corresponde con el punto  $A$ . Escriba las coordenadas de  $A'$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



15. Sea  $f(x) = 3 \cos 2x + \sin^2 x$ .

(a) Compruebe que  $f'(x) = -5 \sin 2x$ .

(b) En el intervalo  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ , una normal a la gráfica de  $f$  tiene por ecuación  $x = k$ .  
Halle el valor de  $k$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

