

22077409

**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Lunes 7 de mayo de 2007 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos para ello.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o correcta con tres cifras significativas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Cinco tuberías rotuladas “6 metros de longitud” fueron entregadas en una obra. El contratista midió cada tubería para comprobar su longitud (en metros), y anotó los siguientes valores:

5,96 ; 5,95 ; 6,02 ; 5,95 ; 5,99.

- (a) (i) Halle la media de los valores medidos por el contratista.
- (ii) Calcule el porcentaje de error que hay entre la media y la longitud estipulada (y **aproximada**) de 6 metros.
- (b) Calcule  $\sqrt{3,87^5 - 8,73^{-0,5}}$ , y exprese la respuesta
  - (i) redondeando al número entero más próximo,
  - (ii) en la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10, k \in \mathbb{Z}$ .

Operaciones:

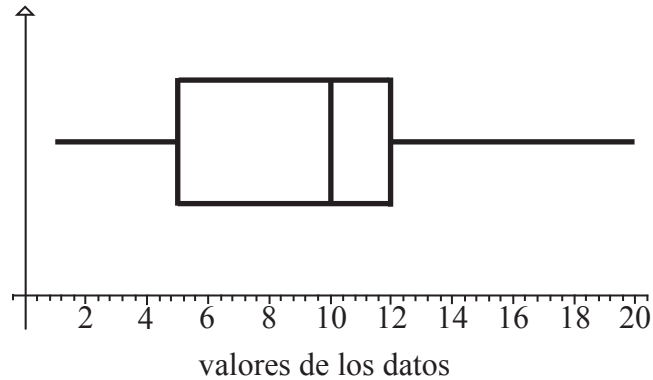
Respuestas:

- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (b) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_



2. (a) De los siguientes conjuntos de datos, establezca cuáles de ellos son discretos.
- (i) Las velocidades de los coches que viajan por una carretera.
  - (ii) El número de miembros que hay en una serie de familias.
  - (iii) Las temperaturas máximas diarias.
  - (iv) Las alturas de los alumnos de una clase, redondeadas al cm más cercano.
  - (v) El consumo diario de proteínas por parte de los distintos miembros de un equipo deportivo.

El diagrama de caja y bigotes que aparece a continuación muestra las estadísticas correspondientes a un conjunto de datos.



- (b) Para este conjunto de datos, escriba el valor de
- (i) la mediana
  - (ii) el tercer cuartil
  - (iii) el valor más pequeño presente
- (c) Escriba tres enteros distintos cuya media sea igual a 10.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (iii) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



3. (a) 1 real brasileño (BRL) = 2,607 rands sudafricanos (ZAR). Redondeando las respuestas a **dos cifras decimales**,
- (i) convierta 300 BRL a ZAR,
  - (ii) halle cuántos reales se necesitan para comprar 300 rands.

Marta ingresa en una cuenta de ahorros un regalo que le ha hecho su tío por valor de 150 reales. La cuenta de ahorros le paga una tasa de interés (tipo de interés) simple del  $r$  % anual. El interés se va añadiendo a la cuenta al final de cada mes. Después de 9 meses, la cantidad en la cuenta de ahorros ascendió a 158,10 reales.

- (b) Halle el valor de  $r$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) (i) \_\_\_\_\_  
(ii) \_\_\_\_\_  
(b) \_\_\_\_\_



4. La tabla de verdad que aparece a continuación muestra los valores de verdad para la proposición

$$p \vee q \Rightarrow \neg p \vee \neg q$$

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg p \vee \neg q$	$p \vee q \Rightarrow \neg p \vee \neg q$
V	V	F	F		F	
V	F	F		V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F		V

- (a) Explique en qué se diferencian las siguientes proposiciones compuestas:  $p \vee q$  y  $p \vee q$ .
- (b) Complete la tabla, con los cuatro valores de verdad que faltan.
- (c) Establezca si la proposición  $p \vee q \Rightarrow \neg p \vee \neg q$  es una tautología, una contradicción, o ninguna de las dos cosas.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



5. La tabla que aparece a continuación muestra las amortizaciones **mensuales** para un préstamo de \$ 10 000 y para diversas tasas de interés (tipos de interés) nominal anual.

Plazo del préstamo (años)	Tabla de las amortizaciones mensuales en \$, <b>para un préstamo de \$ 10 000</b>		
	Tipo de interés anual		
	7%	8%	9%
5	198,0112	202,7634	207,5836
10	116,1085	121,3276	126,6758
15	89,8828	95,5652	101,4267
20	77,5299	83,6440	89,9726
25	70,6779	77,1816	83,9196

Para poder comprarse un piso, Leticia pide un préstamo de \$ 150 000 a devolver en 20 años y con un tipo de interés del 8 %.

- (a) Calcule la amortización mensual exacta que le corresponde a Leticia.
- (b) Halle la cantidad exacta de **interés** que pagará por el préstamo a lo largo de los 20 años.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



6. (a) Escriba los siguientes números en orden creciente:

3,5;  $1,6 \times 10^{-19}$ ; 60730;  $6,073 \times 10^5$ ;  $0,006073 \times 10^6$ ;  $\pi$ ;  $9,8 \times 10^{-18}$ .

(b) Escriba la mediana de los números del apartado (a).

(c) Establezca cuáles de los números del apartado (a) son irracionales.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a)

---

---

---

---

---

---

---

---

(b)

---

(c)

---



7.  $B$  y  $C$  son subconjuntos de un conjunto universal  $U$ , tal que

$$U = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x < 10\}, B = \{\text{números primos } < 10\}, C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 < x \leq 6\}.$$

(a) Enumere los miembros de los siguientes conjuntos

- (i)  $B$
- (ii)  $C \cap B$
- (iii)  $B \cup C'$

Considere las proposiciones:

$p$  :  $x$  es un número primo menor de 10.

$q$  :  $x$  es un entero positivo comprendido entre 1 y 7.

(b) Escriba, con palabras, la contrarrecíproca del enunciado: “Si  $x$  es un número primo menor de 10, entonces  $x$  es un entero positivo comprendido entre 1 y 7.”

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (iii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_





8. El parque del barrio se utiliza para llevar a los perros a pasear. Se observa el tamaño de los perros a distintas horas del día. La siguiente tabla muestra el número de perros presentes en el parque en tres momentos distintos del pasado domingo, clasificados según su tamaño.

	Pequeño	Mediano	Grande
Mañana	9	18	21
Tarde	11	6	13
Noche	7	8	9

- (a) Escriba una hipótesis nula apropiada para una prueba de  $\chi^2$  sobre estos datos.
- (b) Escriba el valor de  $\chi^2$  para estos datos.
- (c) El número de grados de libertad es 4. Muestre cómo se calcula este valor.  
El valor crítico, a un nivel de significación del 5 %, es 9,488.
- (d) ¿Qué conclusión se puede extraer de esta prueba? Justifique su respuesta.

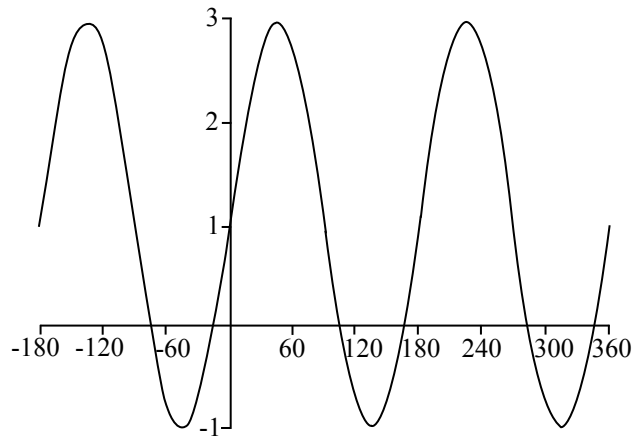
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_



9. A continuación se muestra la gráfica de  $y = a \sin 2x + c$ ,  $-180 \leq x \leq 360$ , donde  $x$  está en grados.



- (a) Establezca:
  - (i) el periodo de la función,
  - (ii) la amplitud de la función.
- (b) Determine los valores de  $a$  y  $c$ .
- (c) Calcule el valor de la primera intersección con el semieje  $x$  **negativo**.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



10. Dados los puntos  $P(4, 1)$  y  $Q(0, -5)$  situados sobre el plano cartesiano.

(a) Determine

(i) las coordenadas de  $M$ , el punto medio de  $P$  y  $Q$ .

(ii) la pendiente de la recta que pasa por  $P$  y por  $Q$ .

(iii) la pendiente de la recta que pasa por  $M$  y es perpendicular a  $PQ$ .

Dicha recta perpendicular que pasa por  $M$ , además corta al eje  $y$  en  $R(0, k)$ .

(b) Halle  $k$ .

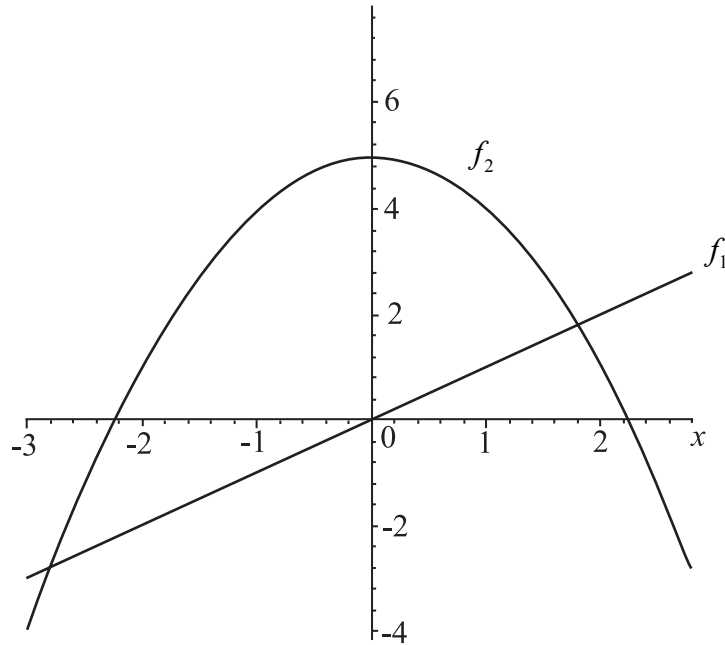
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) (i) \_\_\_\_\_  
(ii) \_\_\_\_\_  
(iii) \_\_\_\_\_  
(b) \_\_\_\_\_



11. La siguiente figura muestra las gráficas de las funciones  $f_1(x) = x$  y  $f_2(x) = 5 - x^2$ .



- (a) (i) Derive  $f_1(x)$  con respecto a  $x$ .
- (ii) Derive  $f_2(x)$  con respecto a  $x$ .
- (b) Calcule el valor de  $x$  para el cual las dos gráficas tienen la misma pendiente.
- (c) Dibuje con precisión sobre la figura la tangente a la gráfica **curva** para este valor de  $x$ , mostrando claramente la propiedad del apartado (b).

*Operaciones:*

*Respuestas:*

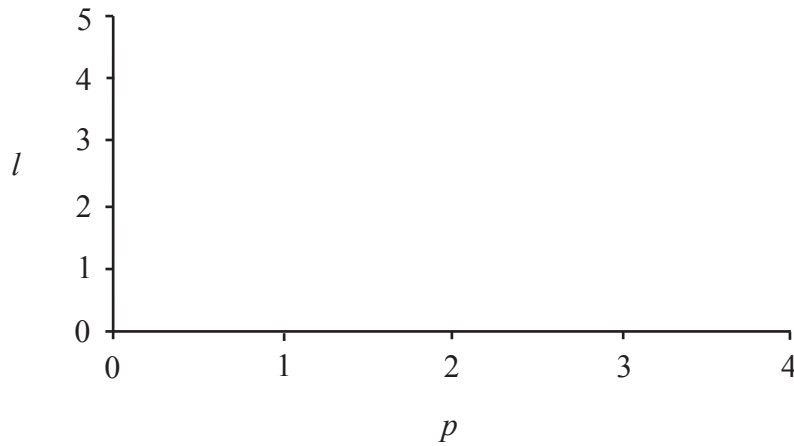
- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



12. En una tienda se vende pan y leche. El martes se vendieron 8 barras de pan y 5 litros de leche por un total de \$ 21,40. El jueves se vendieron 6 barras de pan y 9 litros de leche por un total de \$ 23,40.

Si  $p$  = el precio de una barra de pan y  $l$  = el precio de un litro de leche, las ventas del martes se pueden escribir:  $8p + 5l = 21,40$ .

- (a) Utilizando los términos más sencillos posibles, escriba una ecuación para  $p$  y para  $l$  que describa las ventas del jueves.
- (b) Halle  $p$  y  $l$ .
- (c) En el espacio que se le facilita a continuación, muestre por medio de un dibujo aproximado cómo es posible hallar estos precios de forma gráfica.



*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

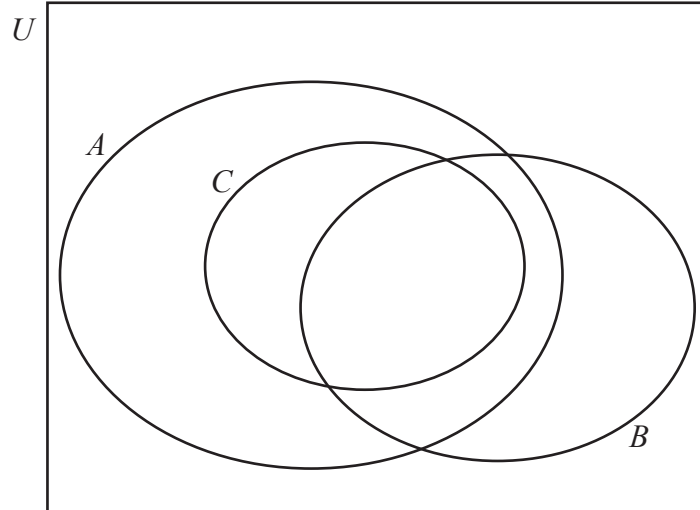


13. La siguiente figura muestra el conjunto  $U$  de todas las funciones de  $x$ .

$A$  es el conjunto de todas las funciones seno y coseno de  $x$  (en grados).

$B$  es el conjunto de todas las funciones de  $x$  con periodo igual a  $120^\circ$ .

$C$  es el subconjunto de  $A$  que contiene funciones cuya amplitud es igual a 3.



Escriba las siguientes funciones en el lugar correcto del diagrama de Venn.

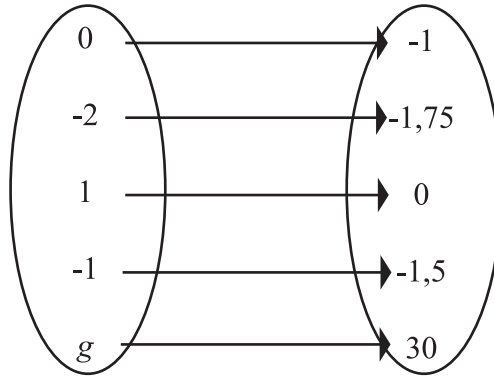
(Si lo prefiere, puede utilizar los números del (i) al (vi) para que quepan mejor.)

- (i)  $\text{sen}(x)$ ,
- (ii)  $x^2$ ,
- (iii)  $3\cos(x)$ ,
- (iv)  $2\text{sen}(3x)$ ,
- (v)  $3\cos(3x)$ ,
- (vi)  $-3\text{sen}(2x)$ .

Operaciones:



14. La aplicación que aparece a continuación es de la forma  $f : x \mapsto a \times 2^x + b$ , y aplica los elementos de  $x$  sobre los elementos de  $y$ .



- (a) (i) Enumere los elementos pertenecientes al dominio de  $f$ .
- (ii) Enumere los elementos pertenecientes al recorrido de  $f$ .
- (b) Halle  $a$  y  $b$ .
- (c) Halle el valor de  $g$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



15. La longitud de uno de los lados de un rectángulo es 2 cm mayor que su anchura.
- (a) Si el lado más corto mide  $x$  cm, halle el perímetro del rectángulo en función de  $x$ .
- El perímetro de un cuadrado es igual al perímetro del rectángulo del apartado (a).
- (b) Determine la longitud de cada lado del cuadrado en función de  $x$ .
- La suma del área del rectángulo y del área del cuadrado es igual a  $2x^2 + 4x + 1$  ( $\text{cm}^2$ ).
- (c) (i) Sabiendo que esta suma es igual a  $49 \text{ cm}^2$ , halle  $x$ .
- (ii) Halle el área del cuadrado.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) (i) \_\_\_\_\_
- (ii) \_\_\_\_\_

