

22077407

ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Lundi 7 mai 2007 (après-midi)

1 heure 30 minutes

Numéro de session du candidat

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- À moins qu'il en soit indiqué autrement dans l'énoncé de la question, toutes les réponses numériques doivent être exactes ou données avec trois chiffres significatifs corrects.



Le maximum des points sera attribué aux réponses correctes. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Si cela est nécessaire, les calculs peuvent être poursuivis en dessous de la case réservée à la réponse. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphiques dans votre réponse.

1. Cinq tuyaux, marqués « longueur 6 mètres », ont été livrés sur un site de construction. L'entrepreneur a mesuré chaque tuyau pour en vérifier la longueur (en mètres) et les a notés ci-dessous :

5,96 ; 5,95 ; 6,02 ; 5,95 ; 5,99.

- (a) (i) Trouvez la moyenne des mesures de l'entrepreneur.
- (ii) Calculer le pourcentage d'erreur entre la moyenne et la longueur **approximative** annoncée de 6 mètres.
- (b) Calculez $\sqrt{3,87^5 - 8,73^{-0,5}}$, en donnant votre réponse
 - (i) arrondie à l'entier le plus proche,
 - (ii) sous la forme $a \times 10^k$, avec $1 \leq a < 10, k \in \mathbb{Z}$.

Résolution :

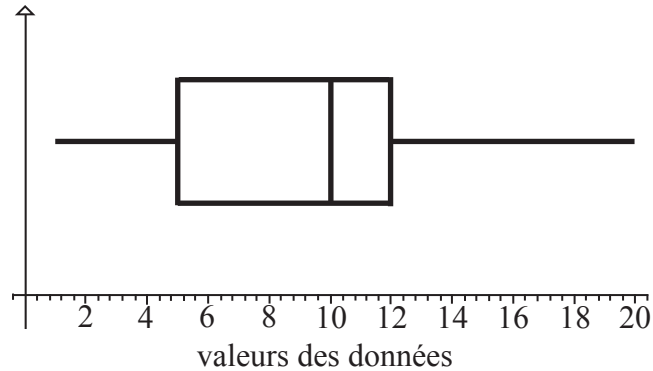
Réponses :

- (a) (i) _____
- (ii) _____
- (b) (i) _____
- (ii) _____



2. (a) Précisez lesquels des ensembles de données ci-dessous sont discrets.
- (i) Les vitesses des voitures circulant sur une route.
 - (ii) Les nombres de personnes appartenant à des familles.
 - (iii) Les températures journalières maximums.
 - (iv) Les tailles des personnes dans une classe mesurées au centimètre le plus proche.
 - (v) La consommation quotidienne de protéine par les membres d'une équipe sportive.

La boîte à moustaches ci-dessous représente les statistiques d'un ensemble de données.



- (b) Pour cet ensemble de données donnez la valeur de
- (i) la médiane
 - (ii) le quartile supérieur
 - (iii) la valeur minimum
- (c) Donnez trois entiers différents dont la moyenne est 10.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) (i) _____
- (ii) _____
- (iii) _____
- (c) _____



3. (a) 1 Real brésilien (BRL) = 2,607 Rand sud-africain (ZAR). En donnant vos réponses **exactes jusqu'à deux chiffres après la virgule**,
- (i) convertissez 300 BRL en ZAR,
 - (ii) déterminez combien de Real coûte l'achat de 300 Rand.

Marilia dépose dans un compte d'épargne un cadeau de 150 Real reçu de sa tante. Ce compte d'épargne rapporte un intérêt annuel simple de r %. Les intérêts sont ajoutés au compte à la fin de chaque mois. Après 9 mois, la somme dans le compte d'épargne est 158,10 Real.

- (b) Trouvez la valeur de r .

Résolution :

Réponses :

- (a) (i) _____
(ii) _____
(b) _____



4. La table de vérité ci-dessous donne les valeurs de vérité de la proposition

$$p \underline{\vee} q \Rightarrow \neg p \underline{\vee} \neg q$$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \underline{\vee} q$	$\neg p \underline{\vee} \neg q$	$p \underline{\vee} q \Rightarrow \neg p \underline{\vee} \neg q$
V	V	F	F		F	
V	F	F		V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F		V

- (a) Expliquez la différence entre les propositions composées $p \underline{\vee} q$ et $p \vee q$.
- (b) Complétez les quatre valeurs de vérité manquantes dans la table.
- (c) Précisez si la proposition $p \underline{\vee} q \Rightarrow \neg p \underline{\vee} \neg q$ est une tautologie, une contradiction ou ni l'une ni l'autre.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____

- (c) _____



5. Le tableau ci-dessous représente les remboursements **mensuels** pour un emprunt de 10 000 \$ avec différents taux d'intérêts nominaux.

Durée de l'emprunt (années)	Tableaux des remboursements en \$, pour 10 000 \$		
	Taux d'intérêt annuel		
	7 %	8 %	9 %
5	198,0112	202,7634	207,5836
10	116,1085	121,3276	126,6758
15	89,8828	95,5652	101,4267
20	77,5299	83,6440	89,9726
25	70,6779	77,1816	83,9196

Beryl emprunte 150 000 \$ pour acheter un appartement à un taux d'intérêt de 8 %, emprunt qui doit être remboursé sur une durée de 20 ans.

- (a) Calculer le remboursement mensuel exact de Beryl.
- (b) Trouvez le montant exact des **intérêts** payés pour cet emprunt sur les 20 ans.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____



6. (a) Réécrivez les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$3,5$; $1,6 \times 10^{-19}$; 60730 ; $6,073 \times 10^5$; $0,006073 \times 10^6$; π ; $9,8 \times 10^{-18}$.

(b) Donnez la médiane des nombres de la partie (a).

(c) Précisez lequel des nombres de la partie (a) est irrationnel.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) _____



7. B et C sont des sous-ensembles d'un ensemble universel U tels que

$$U = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x < 10\}, B = \{\text{nombre premiers } < 10\}, C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 < x \leq 6\}.$$

(a) Listez les éléments des ensembles

(i) B

(ii) $C \cap B$

(iii) $B \cup C'$

On considère les propositions :

p : x est un nombre premier inférieur à 10.

q : x est un entier positif entre 1 et 7.

(b) Écrivez, sous forme verbale, la contraposée de la proposition « Si x est un nombre premier inférieur à 10, alors x est un entier positif entre 1 et 7. »

Résolution :

Réponses :

(a) (i) _____

(ii) _____

(iii) _____

(b) _____



8. Le parc voisin sert à la promenade des chiens. On observe la taille des chiens à différents moments de la journée. Le tableau ci-dessous donne le nombre de chiens, classés par tailles, présents dimanche dernier, à trois moments différents.

	Petit	Moyen	Grand
Matin	9	18	21
Après-midi	11	6	13
Soir	7	8	9

- (a) Écrivez une hypothèse nulle appropriée pour un test du χ^2 sur ces données.
- (b) Donnez la valeur du χ^2 pour ces données.
- (c) Le nombre de degrés de liberté est 4. Montrez comment cette valeur a été calculée.

La valeur critique, au seuil de signification de 5 %, est 9,488.

- (d) Quelle conclusion peut être tirée de ce test ? Justifiez votre réponse.

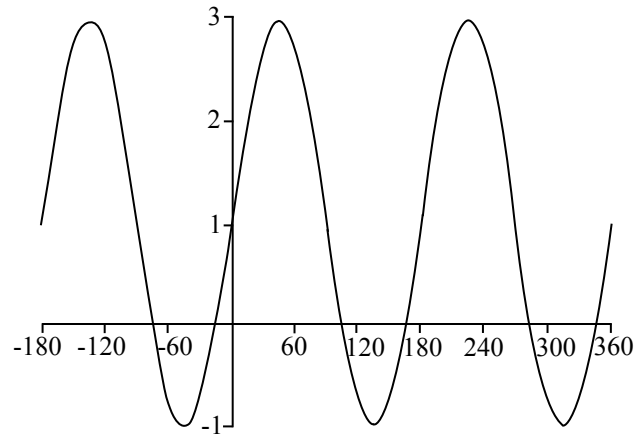
Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____
- (d) _____



9. La courbe représentative de $y = a \sin 2x + c$ est représentée ci-dessous, $-180 \leq x \leq 360$; x est mesuré en degré.



- (a) Donnez :
- (i) la période de cette fonction ;
 - (ii) l'amplitude de cette fonction.
- (b) Déterminez les valeurs de a et c .
- (c) Calculez l'abscisse x de la première intersection de la courbe avec la partie **negative** de l'axe des abscisses.

Résolution :

Réponses :

- (a) (i) _____
(ii) _____
- (b) _____
- (c) _____



10. Soient les points $P(4 ; 1)$ et $Q(0 ; -5)$ sur un plan muni d'un repère.

(a) Déterminez

(i) les coordonnées de M , milieu de P et Q ;

(ii) la pente de la droite passant par P et Q ;

(iii) la pente de la droite passant par M , perpendiculaire à PQ .

La droite perpendiculaire passant par M coupe l'axe des ordonnées Oy en $R(0 ; k)$.

(b) Déterminez k .

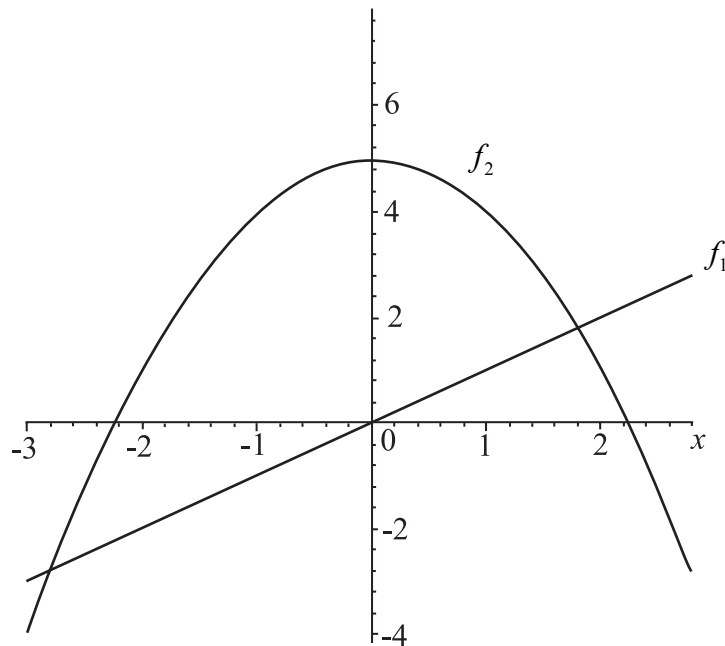
Résolution :

Réponses :

- (a) (i) _____
(ii) _____
(iii) _____
(b) _____



11. La figure ci-dessous représente les courbes représentatives des fonctions $f_1(x) = x$ et $f_2(x) = 5 - x^2$.



- (a) (i) Dériver $f_1(x)$ par rapport à x .
- (ii) Dériver $f_2(x)$ par rapport à x .
- (b) Déterminer la valeur de x pour la quelle les deux courbes ont la même pente.
- (c) Dessinez sur la figure la tangente à la ligne **courbe** pour cette valeur de x , en montrant clairement la propriété de la partie (b).

Résolution :

Réponses :

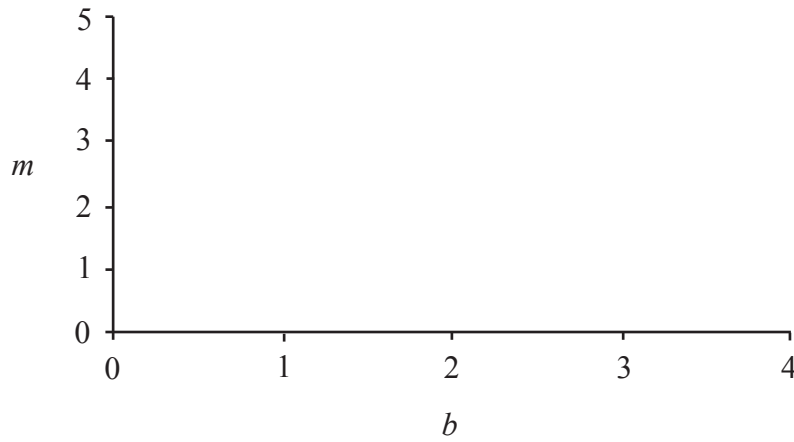
- (a) (i) _____
- (ii) _____
- (b) _____



12. Un magasin vend du pain et du lait. Mardi, 8 pains et 5 litres de lait ont été vendus pour 21,40 \$. Jeudi, 6 pains et 9 litres de lait ont été vendus pour 23,40 \$.

Si $b =$ le prix d'un pain et $m =$ le prix d'un litre de lait, la vente de mardi peut s'écrire comme $8b + 5m = 21,40$.

- (a) Pour la vente de jeudi, écrivez une équation en b et m en la simplifiant autant que possible.
- (b) Déterminez b et m .
- (c) Faites dans le repère ci-dessous une esquisse montrant comment ces prix peuvent être déterminés graphiquement.



Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____

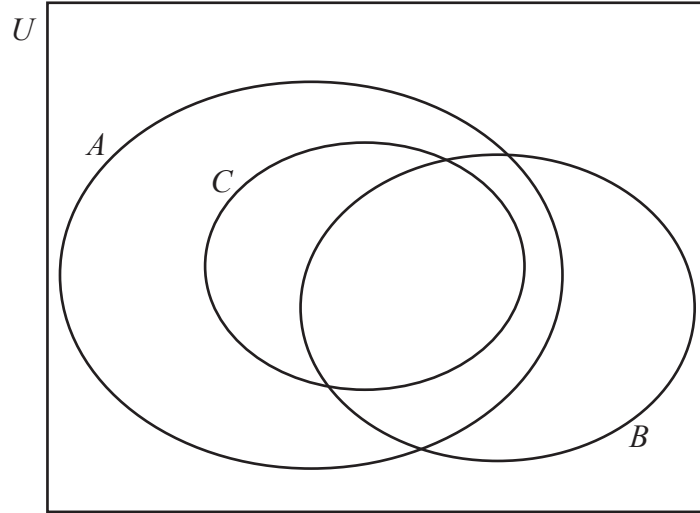


13. La figure ci-dessous représente l'ensemble U de toutes les fonctions de x .

A est l'ensemble de toutes les fonctions sinus et cosinus de x (mesuré en degrés).

B est l'ensemble de toutes les fonctions de x de période 120° .

C est le sous-ensemble de A , contenant les fonctions dont l'amplitude est 3.



Inscrivez les fonctions suivantes à l'emplacement correct dans le diagramme de Venn.

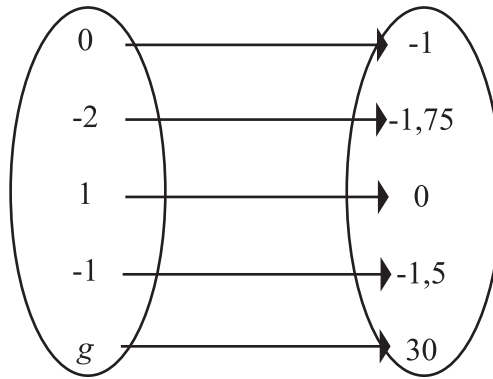
(Vous pouvez utiliser les nombres (i) à (vi) si vous le souhaitez pour une meilleure présentation.)

- (i) $\sin(x)$,
- (ii) x^2 ,
- (iii) $3\cos(x)$,
- (iv) $2\sin(3x)$,
- (v) $3\cos(3x)$,
- (vi) $-3\sin(2x)$.

Résolution :



14. L'application ci-dessous est de la forme $f : x \mapsto a \times 2^x + b$; elle associe à un élément x un élément y .



- (a) (i) Listez les éléments situés dans le domaine de f .
- (ii) Listez les éléments situés dans l'image de f .
- (b) Déterminez a et b .
- (c) Calculez la valeur de g .

Résolution :

Réponses :

- (a) (i) _____
- (ii) _____
- (b) _____
- (c) _____



15. La longueur d'un côté d'un rectangle a 2 cm de plus que sa largeur.

(a) Si le plus petit côté mesure x cm, trouvez le périmètre de ce rectangle en fonction de x .

Le périmètre d'un carré est égal au périmètre du rectangle de la partie (a).

(b) Déterminez la longueur de chaque côté du carré en fonction de x .

La somme des aires du rectangle et du carré est $2x^2 + 4x + 1$ (cm²).

(c) (i) Étant donné que la somme est 49 cm², trouvez x .

(ii) Trouvez l'aire du carré.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) (i) _____

(ii) _____

