

88047209

MÉTODOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Código del colegio

--	--	--	--	--	--

Miércoles 3 de noviembre de 2004 (tarde)

Código del alumno

--	--	--	--	--	--

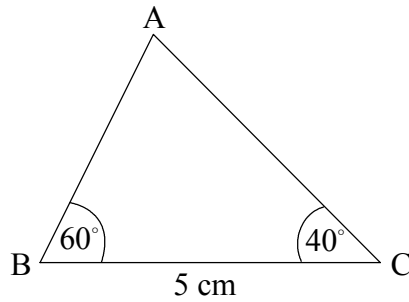
1 hora

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba el código del colegio y su código de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Indique la marca y el modelo de su calculadora en el cuadro correspondiente de la portada del examen.

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. La siguiente figura muestra un triángulo ABC, donde $BC = 5 \text{ cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$.



- (a) Calcule AB.
- (b) Halle el área del triángulo.

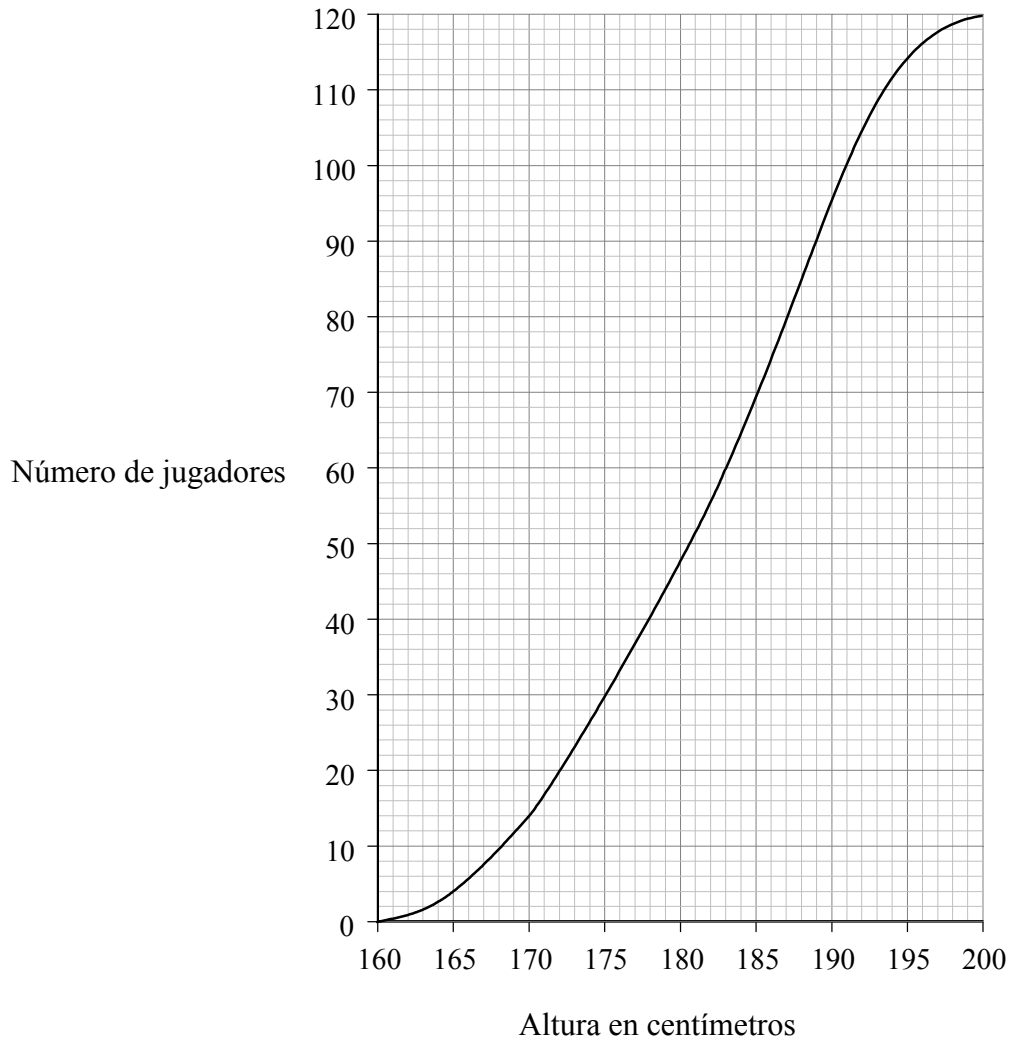
<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(a) _____
	(b) _____

2. Sea $f(x) = 6\sqrt[3]{x^2}$. Halle $f'(x)$.

Operaciones:

Respuesta:

3. La curva de frecuencias acumuladas que aparece a continuación muestra las alturas en centímetros de 120 jugadores de baloncesto.



Utilice la curva para estimar

- (a) la mediana de las alturas;
- (b) el rango intercuartil.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

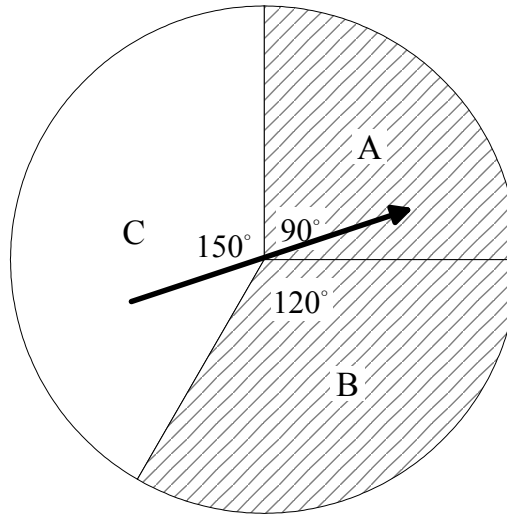
(b) _____

4. Halle el término en x^3 del desarrollo de $(2-3x)^8$.

Operaciones:

Respuesta:

5. En la siguiente figura un círculo está dividido en tres sectores A, B y C. Los ángulos centrales son de 90° , 120° y 150° . Los sectores A y B aparecen sombreados según se muestra.



Se hace girar la flecha, que nunca se para sobre las rectas que limitan los sectores. Sean A , B , C y S los sucesos definidos por

- A : La flecha se para dentro del sector A
- B : La flecha se para dentro del sector B
- C : La flecha se para dentro del sector C
- S : La flecha se para dentro de la región sombreada.

Halle

- (a) $P(B)$;
- (b) $P(S)$;
- (c) $P(A|S)$.

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(a) _____
	(b) _____
	(c) _____

6. Sean $a = \log x$, $b = \log y$, y $c = \log z$.

Expresé $\log\left(\frac{x^2\sqrt{y}}{z^3}\right)$ en función de a , b y c .

Operaciones:

Respuesta:

7. Sean a , b , c y d enteros tales que $a < b$, $b < c$ y $c = d$.

La moda de estos cuatro números es 11.

El rango de estos cuatro números es 8.

La media de estos cuatro números es 8.

Calcule el valor de cada uno de los enteros a , b , c , d .

Operaciones:

Respuestas:

$a =$ _____ , $b =$ _____

$c =$ _____ , $d =$ _____

8. Sean $f(x) = 2x + 1$ y $g(x) = 3x^2 - 4$.

Halle

(a) $f^{-1}(x)$;

(b) $(g \circ f)(-2)$;

(c) $(f \circ g)(x)$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

(c) _____

9. El desplazamiento s metros de un coche, t segundos después de pasar por un punto fijo A, viene dado por

$$s = 10t - 0,5t^2.$$

- (a) Calcule la velocidad cuando $t = 0$.
- (b) Calcule el valor de t cuando la velocidad es cero.
- (c) Calcule el desplazamiento del coche respecto a A cuando la velocidad es cero.

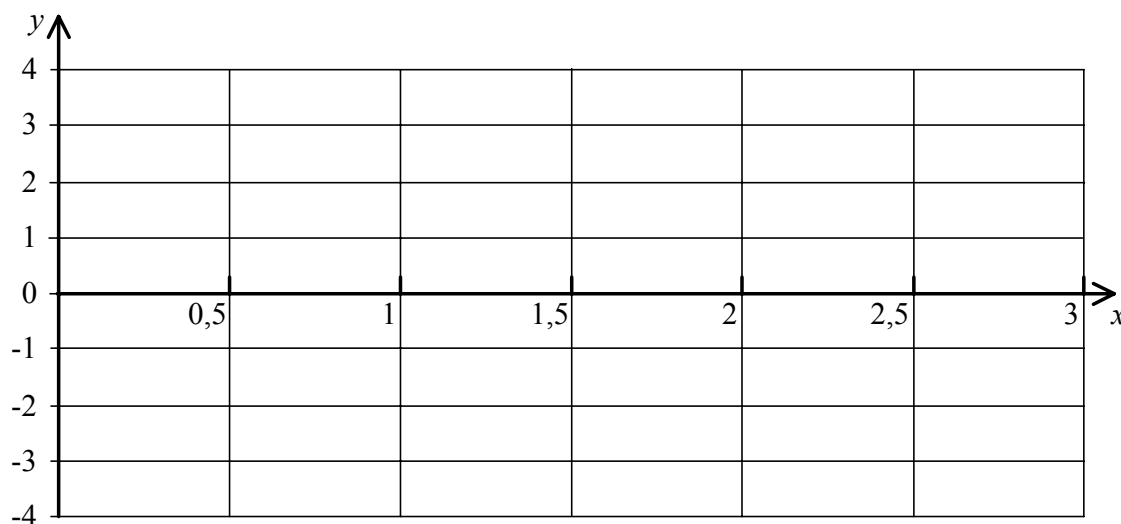
Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

10. Sea $f(x) = 2 + \cos(2x) - 2\sin(0,5x)$ para $0 \leq x \leq 3$, donde x viene expresado en radianes.

(a) Sobre el siguiente sistema de coordenadas, dibuje aproximadamente la curva $y = f(x)$, indicando claramente el punto P de la curva donde la derivada es cero.



(b) Escriba las soluciones de $f(x) = 0$.

	<p><i>Respuesta:</i></p> <p>(b) _____</p>
--	---

11. La población p de bacterias en un instante t viene dada por $p = 100e^{0.05t}$.

Calcule

- (a) el valor de p cuando $t = 0$;
- (b) la tasa de variación de la población cuando $t = 10$.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____

12. La derivada de la función f viene dada por $f'(x) = e^{-2x} + \frac{1}{1-x}$, $x < 1$.

La gráfica de $y = f(x)$ pasa por el punto $(0, 4)$. Halle una expresión para $f(x)$.

Operaciones:

Respuesta:

13. Sea f una función tal que $\int_0^3 f(x) dx = 8$.

(a) Deduzca el valor de

(i) $\int_0^3 2f(x) dx$;

(ii) $\int_0^3 (f(x) + 2) dx$.

(b) Si $\int_c^d f(x-2) dx = 8$, escriba los valores de c y de d .

Operaciones:

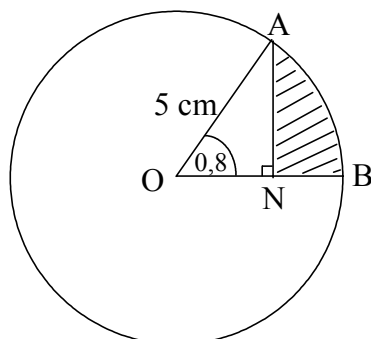
Respuestas:

(a) (i) _____

(ii) _____

(b) $c =$ _____ , $d =$ _____

14. La siguiente figura muestra una circunferencia de 5 cm de radio y centro en O. Los puntos A y B pertenecen a la circunferencia y \widehat{AOB} mide 0,8 radianes. El punto N se encuentra sobre [OB] de tal modo que [AN] es perpendicular a [OB].

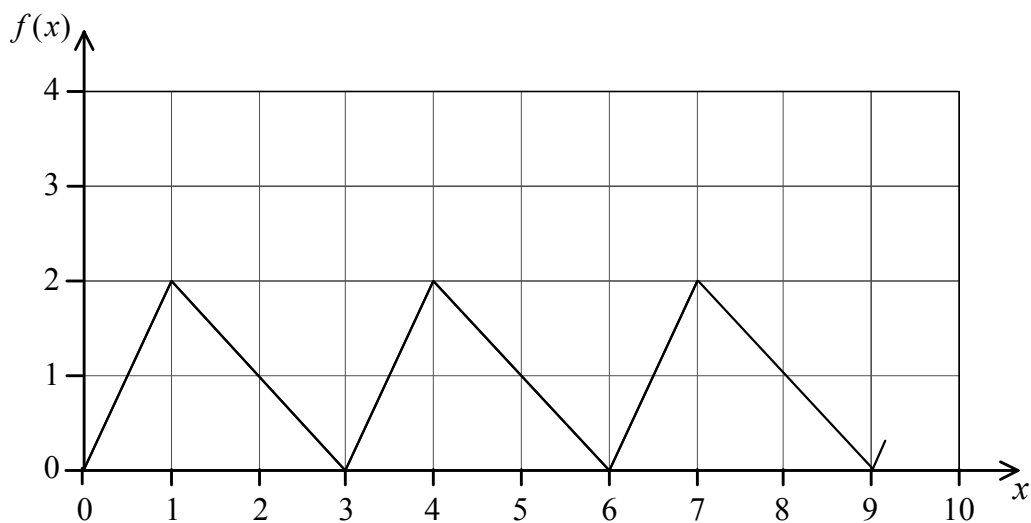


Halle el área de la región sombreada.

Operaciones:

Respuesta:

15. A continuación se muestra parte de la gráfica de la función periódica f . El dominio de f es $0 \leq x \leq 15$ y el período es 3.



- (a) Halle
- (i) $f(2)$;
 - (ii) $f'(6,5)$;
 - (iii) $f'(14)$.
- (b) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $f(x) = 1$ en el dominio dado?

Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i) _____
- (ii) _____
- (iii) _____
- (b) _____