



MÉTODOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--

Jueves 6 de mayo de 2004 (tarde)

1 hora

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en el cuadro correspondiente de la portada del examen (p.ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Halle

(a) $\frac{d}{dx}(3x^4 - 5x + 1)$;

(b) $\int(3x^4 - 5x + 1)dx$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

2. (a) Complete la fila del triángulo de Pascal que empieza por

1, 6, 15,

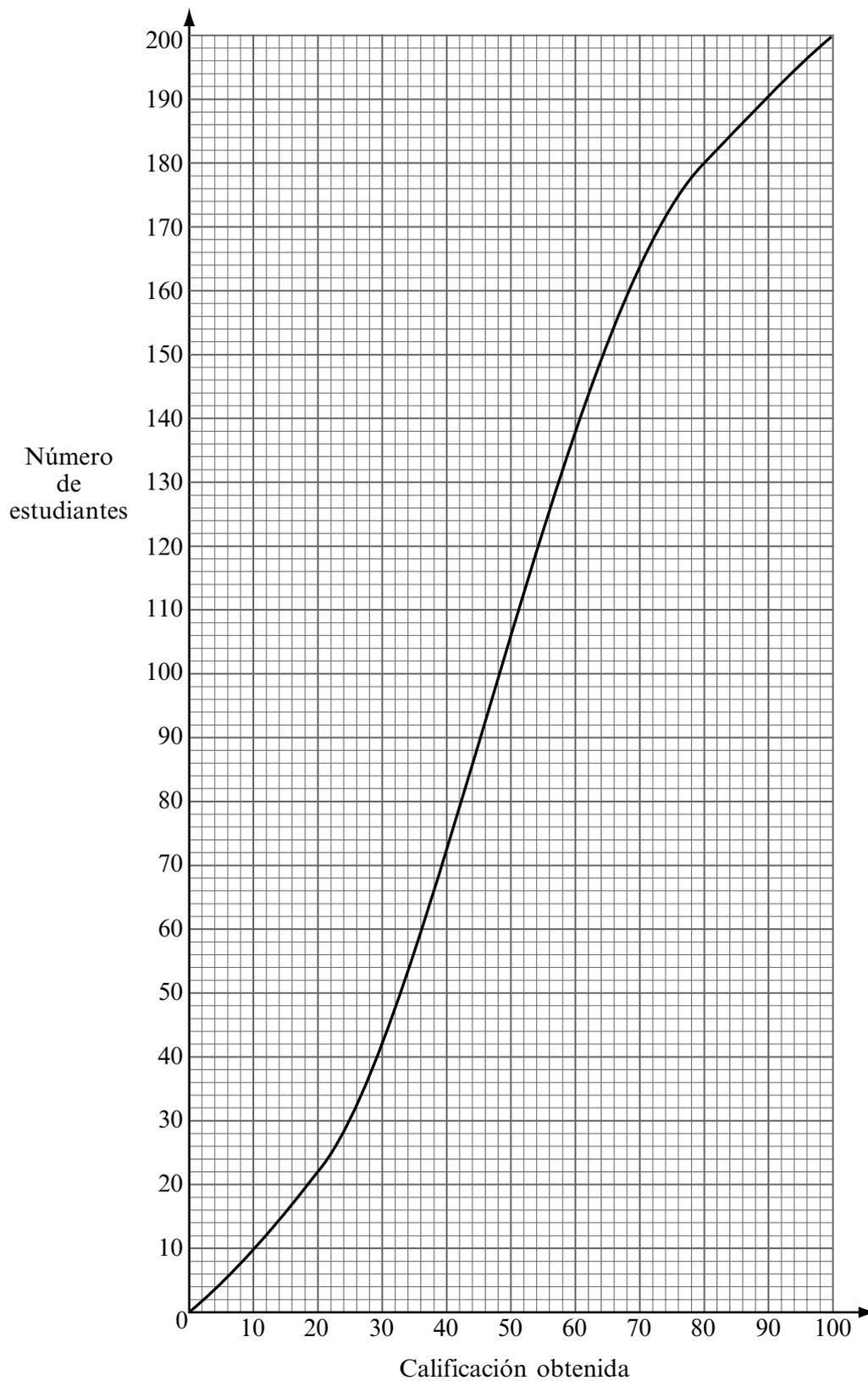
(b) Halle el coeficiente del término en x^8 en el desarrollo de $(1+x^2)^6$.

Operaciones:

Respuesta:

(b) _____

3. La curva de frecuencias acumuladas que aparece a continuación muestra las calificaciones obtenidas en un examen por un grupo de 200 estudiantes.



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 3: continuación)

- (a) Utilice la curva de frecuencias acumuladas para completar la siguiente tabla de frecuencias.

Calificación (x)	$0 \leq x < 20$	$20 \leq x < 40$	$40 \leq x < 60$	$60 \leq x < 80$	$80 \leq x < 100$
Número de estudiantes	22				20

- (b) El cuarenta por ciento de los estudiantes no supera el examen. Halle la calificación mínima para aprobar.

Operaciones:

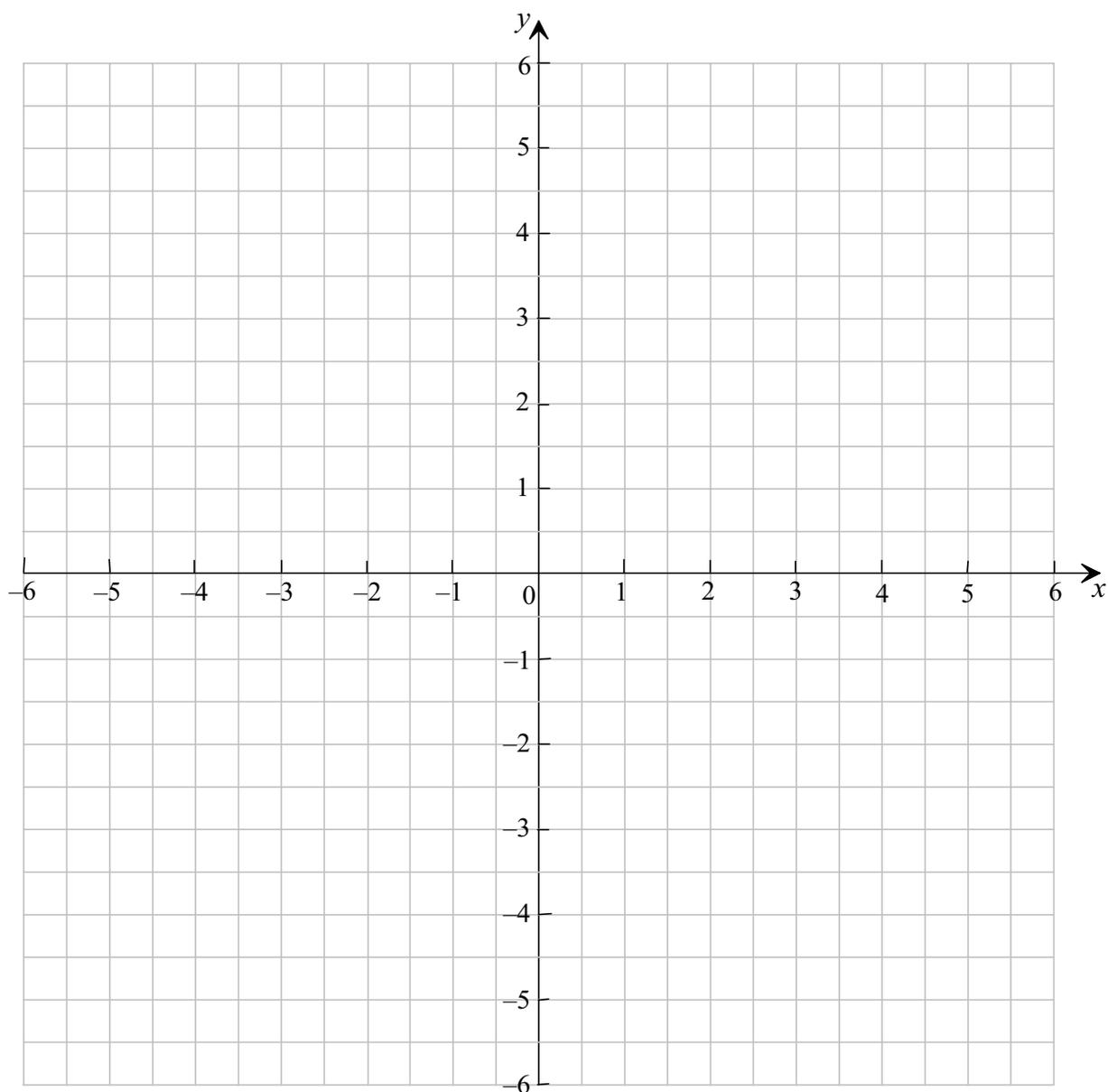
Respuesta:

(b) _____

4. Sea $f(x) = 2x + 1$.

(a) Dibuje la gráfica de $f(x)$ para $0 \leq x \leq 2$ en la cuadrícula inferior.

(b) Sea $g(x) = f(x+3) - 2$. Dibuje, en la misma cuadrícula, la gráfica de $g(x)$ para $-3 \leq x \leq -1$.

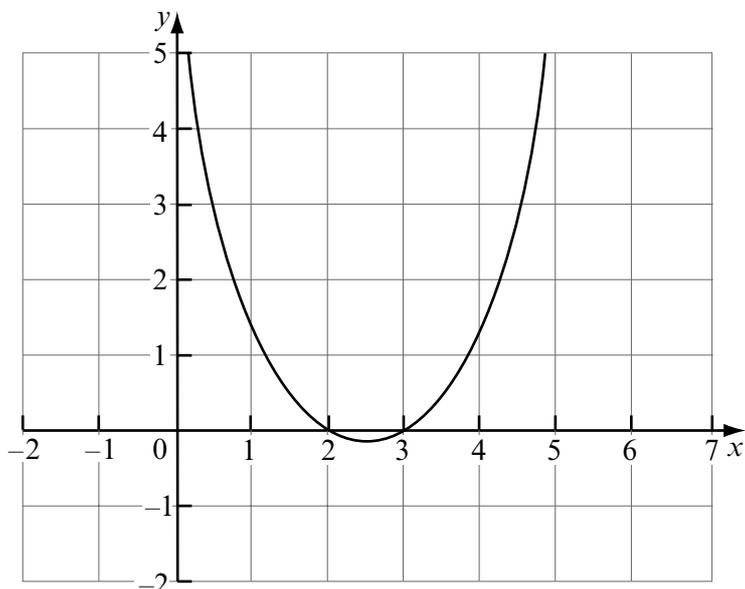


(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 4: continuación)

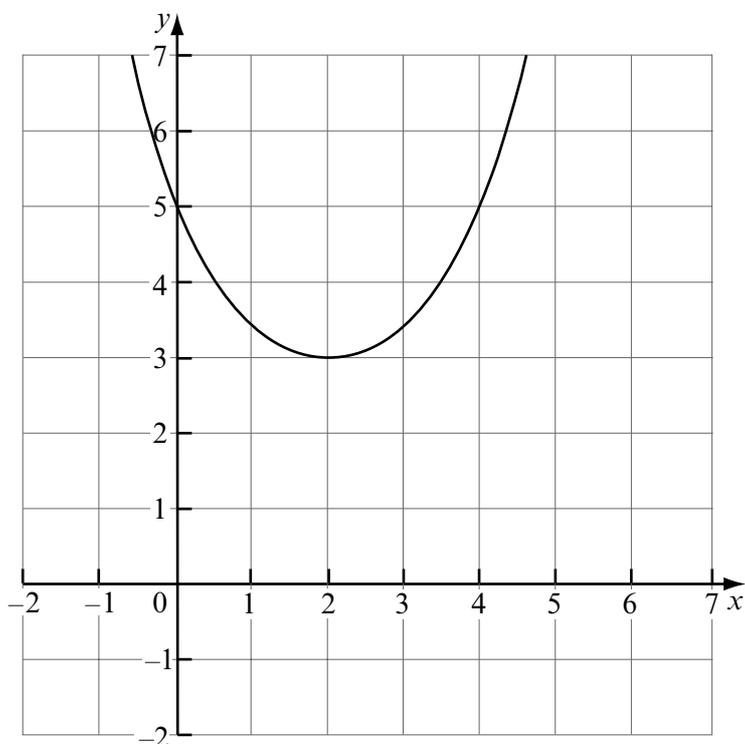
Operaciones:

5. (a) El siguiente diagrama muestra parte de la gráfica de una función cuadrática $f(x) = x^2 + bx + c$, que corta al eje x en $x = 2$ y en $x = 3$.



Halle el valor de b y de c .

- (b) El siguiente diagrama muestra parte de la gráfica de otra función cuadrática g , que se puede escribir en la forma $g(x) = a(x-h)^2 + 3$. Tiene su vértice en $(2, 3)$ y corta al eje y en 5.



- (i) Escriba el valor de h .
 (ii) Halle el valor de a .

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 5: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

(a) $b =$ _____

$c =$ _____

(b)(i) $h =$ _____

(ii) $a =$ _____

6. Sean $f(x) = \frac{8}{x}$ y $g(x) = x^2$.
- (a) Halle $f^{-1}(x)$.
 - (b) (i) Escriba $(f^{-1} \circ g)(x)$.
 - (ii) Resuelva la ecuación $(f^{-1} \circ g)(x) = x$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b)(i) _____

(ii) _____

7. El desplazamiento, s metros, de un coche a los t segundos, respecto a un punto fijo A, viene dado por $s = 4t + 5 - 5e^{-t}$.
- (a) Halle una expresión para la velocidad (en ms^{-1}) a los t segundos.
- (b) Halle la aceleración (en ms^{-2}) en A.

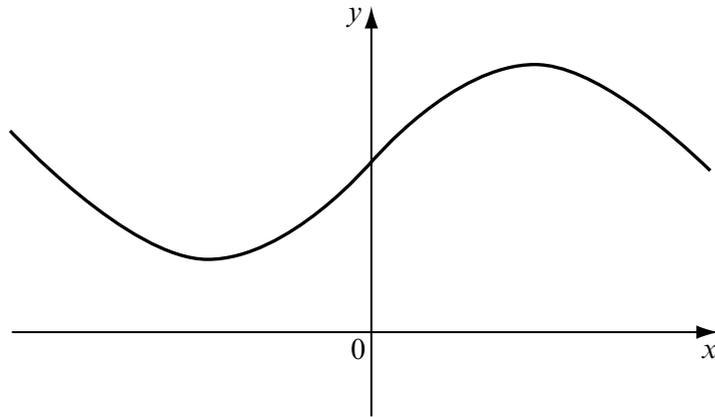
Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

8. El siguiente diagrama muestra parte de la gráfica de una curva senoidal $f(x) = p + q \operatorname{sen} kx$. El período es 4π , el valor mínimo es 3 y el valor máximo es 11.



Halle el valor de

- (a) (i) p ;
- (ii) q .
- (b) k .

Operaciones:

Respuestas:

(a)(i) _____

(ii) _____

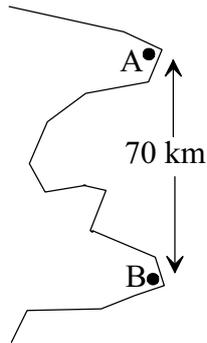
(b) _____

9. Resuelva la ecuación $2 \cos^2 x = \sin 2x$ para $0 \leq x \leq \pi$, expresando las respuestas en función de π .

Operaciones:

Respuestas:

10. El siguiente diagrama muestra dos puertos, A y B, separados por 70 km. Una embarcación sale de A viajando en línea recta a 25 kmh^{-1} . Al mismo tiempo, una segunda embarcación sale de B viajando en línea recta a 50 kmh^{-1} . Las dos embarcaciones se encuentran dos horas más tarde en un punto C.



- (a) Complete el diagrama que representa esta información.
- (b) Calcule la medida del ángulo agudo que forman sus trayectorias.

Operaciones:

Respuesta:

(b) _____

11. La siguiente tabla muestra cuatro series numéricas. Una de ellas es una serie geométrica, otra es una serie aritmética, y las otras dos no son ni geométricas ni aritméticas.

(a) Complete la tabla estableciendo el tipo de serie de que se trata en cada caso.

Serie		Tipo de serie
(i)	$1+11+111+1111+11111+\dots$	
(ii)	$1+\frac{3}{4}+\frac{9}{16}+\frac{27}{64}+\dots$	
(iii)	$0,9+0,875+0,85+0,825+0,8+\dots$	
(iv)	$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\dots$	

(b) La serie geométrica es convergente. Halle la suma.

Operaciones:

Respuesta:

(b) _____

12. Escriba cada una de las siguientes expresiones en su forma más sencilla.

(a) $e^{\ln x}$;

(b) $e^{(\ln x + \ln y)}$;

(c) $\ln(e^{x+y})^2$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

(c) _____

13. Dos rectas, L_1 y L_2 , tienen las siguientes ecuaciones vectoriales.

$$L_1 : \mathbf{r} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + t(\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$$

$$L_2 : \mathbf{r} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + s(\mathbf{i} - \mathbf{j})$$

El ángulo entre L_1 y L_2 es θ . Halle el coseno del ángulo θ .

Operaciones:

Respuesta:

14. La ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$ tiene dos raíces reales distintas. Halle el conjunto de todos los posibles valores de k .

Operaciones:

Respuesta:

15. Una colección de cinco números enteros tiene moda 3, mediana 4 y media 5. Escriba todas las posibles colecciones de cinco números que cumplan lo anterior.

Operaciones:

Respuesta:
