



**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Número del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--

Jueves 6 de mayo de 2004 (tarde)

1 hora

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de alumno en la casilla de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en el cuadro correspondiente de la portada del examen (p. ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. La tabla de frecuencias acumuladas que aparece a continuación muestra las edades de 200 alumnos de una universidad.

Edad	Número de alumnos	Frecuencias acumuladas
17	3	3
18	72	75
19	62	137
20	31	$m$
21	12	180
22	9	189
23-25	5	194
> 25	6	$n$

- (a) ¿Cuáles son los valores de  $m$  y  $n$ ?
- (b) ¿Cuántos alumnos tienen menos de 20 años?
- (c) Calcule el valor en años del cuartil inferior.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

2. Sea  $U = \left\{ -4; -\frac{2}{3}; 1; \pi; 13; 26,7; 69; 10^{33} \right\}$ .

$A$  es el conjunto de todos los enteros que pertenecen a  $U$ .

$B$  es el conjunto de todos los números racionales que pertenecen a  $U$ .

- (a) Escriba todos los números primos que pertenecen a  $U$ .
- (b) Escriba todos los elementos de  $A$ .
- (c) Escriba todos los elementos de  $B$ .
- (d) Escriba todos los elementos del conjunto  $A \cap B$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_

3. Sean  $p$  y  $q$  las proposiciones:

$p$  : Sarah come muchas zanahorias.

$q$  : Sarah puede ver bien en la oscuridad.

Escriba con palabras las siguientes proposiciones.

(a)  $p \Rightarrow q$  .

(b)  $\neg p \wedge q$  .

(c) Escriba en forma simbólica la siguiente proposición.

*Si Sarah no puede ver bien en la oscuridad, entonces no come muchas zanahorias.*

(d) ¿La proposición del apartado (c) es la *recíproca*, la *contraria* o la *contrarrecíproca* de la proposición del apartado (a)?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

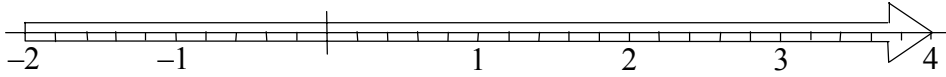
(b) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

(d) \_\_\_\_\_

4. (a) Resuelva la inecuación  $3x - 7 \leq 2$ .
- (b) Resuelva la inecuación  $-x < -2$ .
- (c) Las inecuaciones de (a) y (b) describen dos regiones en la recta numérica. Represente en la recta numérica que se da a continuación, la **intersección** de esas dos regiones.

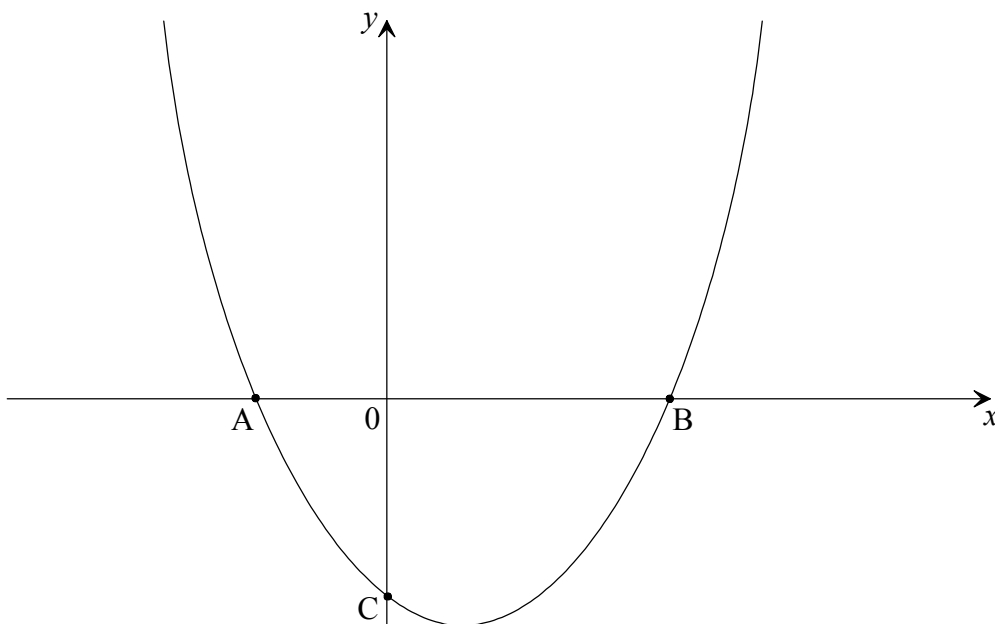


*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

5. A continuación se muestra la gráfica de la función  $y = x^2 - x - 2$ .



- (a) Escriba las coordenadas del punto C.
- (b) Calcule las coordenadas de los puntos A y B.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

6. Kurt quiere invertir 2000 Euros en una cuenta de ahorro para su futuro nieto.
- (a) Calcule el valor de la inversión de Kurt en base a una tasa del 4 % de **interés simple anual**, al cabo de 18 años.
- Inge le habla a Kurt de otra cuenta mejor que ofrece un interés **compuesto mensual** a una tasa del 3,6 % *anual*.
- (b) Calcule el valor de la inversión de Kurt al cabo de 18 años si sigue el consejo de Inge, aproximando la respuesta a las unidades en Euros.

*Operaciones:*

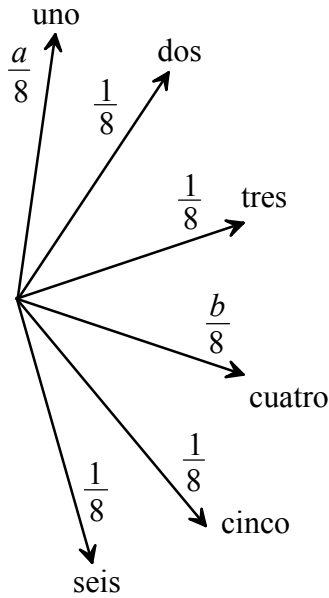
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

7. Se tienen dos dados idénticos con las caras numeradas del uno al seis. **Los dados están cargados.** Todos los números, excepto el cuatro, tienen igual probabilidad de salir. El cuatro tiene una probabilidad de salir igual al triple de la de cualquiera de los otros números.

El diagrama de árbol que aparece a continuación muestra algunas de las probabilidades.



- (a) Calcule los valores de  $a$  y  $b$  en el diagrama.
- (b) Se tiran ambos dados. Calcule la probabilidad de que salgan dos cuatros.
- (c) Se tira una vez uno de los dados. El resultado no es ni un dos ni un tres. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un seis?

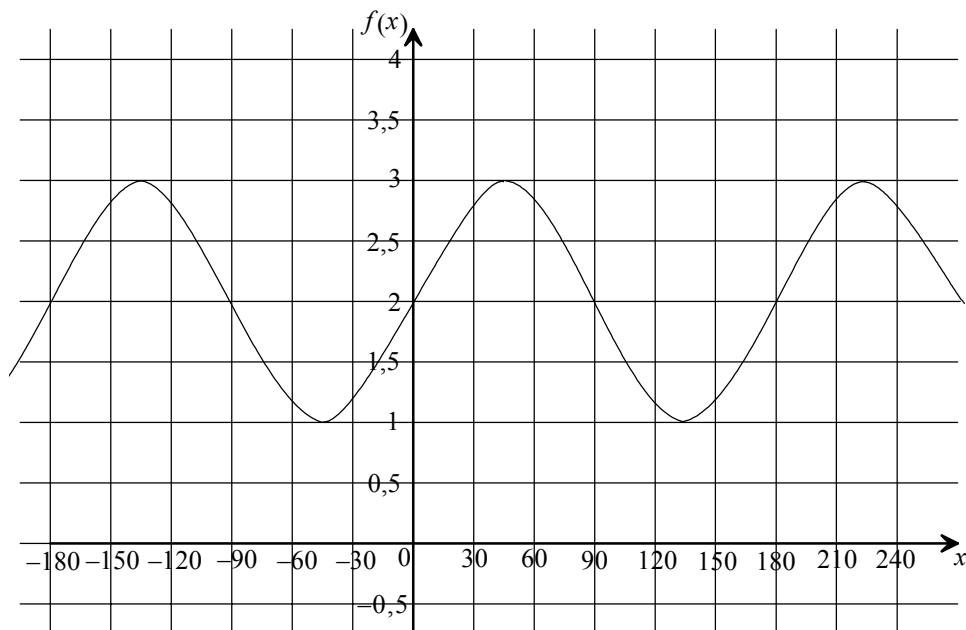
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



8. La curva que aparece en la figura es parte de la gráfica de la función  $f(x) = 2 + \text{sen}(2x)$ , donde  $x$  se mide en grados.



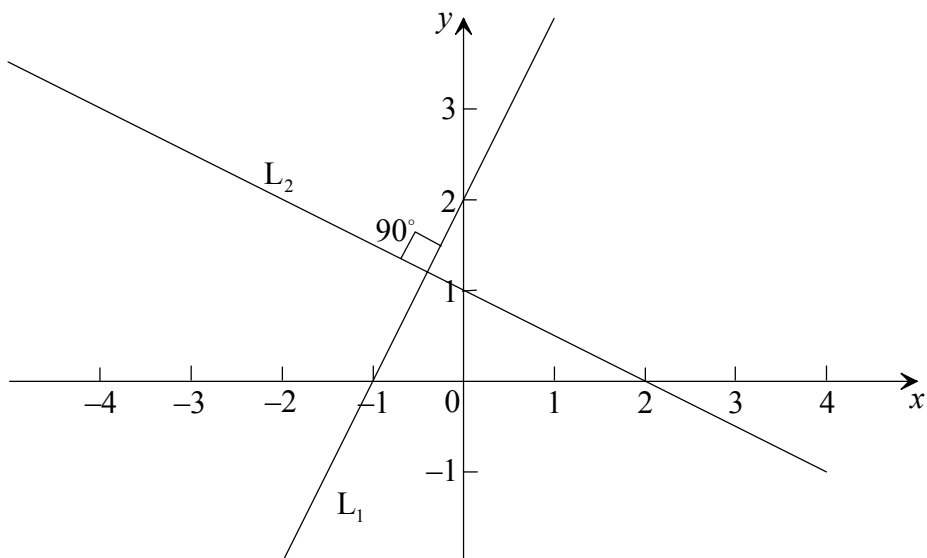
- Halle el recorrido de  $f(x)$ .
- Halle la amplitud de  $f(x)$ .
- Halle el período de  $f(x)$ .
- Si la función se cambia por  $f(x) = 2 + \text{sen}(4x)$ , ¿cuál es el efecto sobre el período, en relación con el período de la función original?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

9. Un alumno ha dibujado las gráficas de dos rectas  $L_1$  y  $L_2$  y ha señalado el ángulo entre ellas como un ángulo recto, según se muestra a continuación. El alumno ha dibujado una de las rectas de forma incorrecta.



La ecuación de  $L_1$  es  $y = 2x + 2$  y la ecuación de  $L_2$  es  $y = -\frac{1}{4}x + 1$ .

- Escriba las pendientes de  $L_1$  y de  $L_2$  **según las ecuaciones dadas**.
- ¿Cuál de las dos rectas es la que el alumno ha dibujado de forma incorrecta?
- ¿Por qué se puede afirmar, a partir de las respuestas del apartado (a), que el ángulo formado por  $L_1$  y  $L_2$  no es de  $90^\circ$ ?
- En el diagrama, dibuje en forma correcta la recta que ha sido erróneamente representada.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

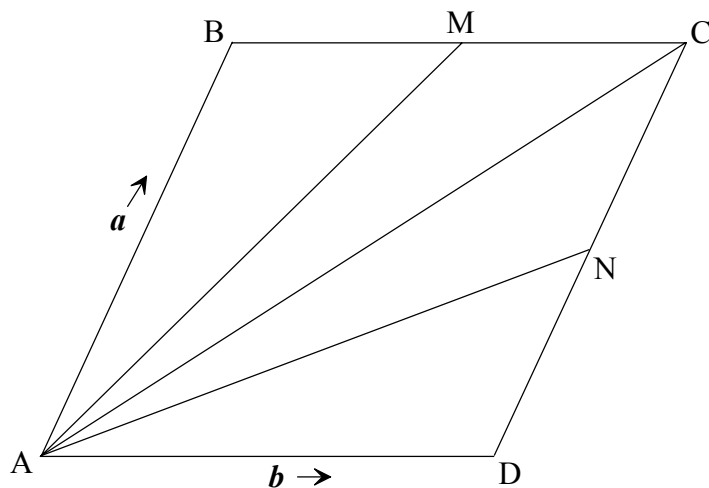
10. Arthur intenta calcular un valor a partir de una fórmula trigonométrica. Utiliza la calculadora para hallar el valor de  $r$ , dado por  $r = \frac{1}{\text{sen}(86^\circ) - \text{sen}(85^\circ)}$ .

- (a) Calcule el valor de  $r$ , expresando el resultado con tres cifras significativas.
- (b) Arthur comete el error de redondear el valor de los dos senos a tres cifras significativas **antes** de efectuar la diferencia entre ellos. Halle el valor de  $r$  que Arthur ha calculado. Llame a ese valor  $r_A$ .
- (c) Halle el porcentaje de error  $E$  en el cálculo de Arthur, dado por la fórmula

$$E = \frac{100(r - r_A)}{r}.$$

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(a) _____
	(b) _____
	(c) _____

11. La figura que aparece a continuación corresponde a un paralelogramo con dos de sus lados dados por los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ , según se muestra. El punto medio del lado BC es M y el punto medio del lado DC es N.



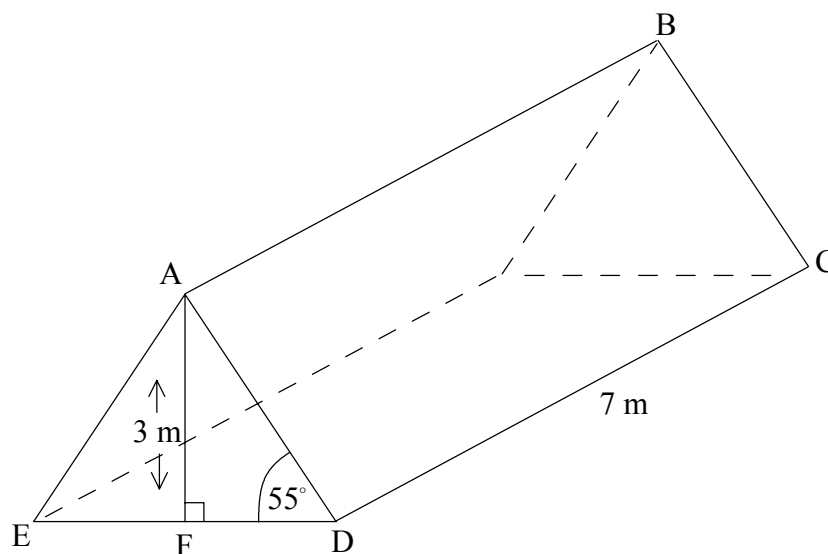
- (a) Escriba una expresión para la diagonal  $\vec{AC}$  en función de  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ .
- (b) Sabiendo que  $\vec{AM} = \mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$ , escriba una expresión para el vector  $\vec{AN}$  en función de  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$ .
- (c) Si  $\vec{AM} + \vec{AN} = k\vec{AC}$ , ( $k \in \mathbb{Q}$ ), halle  $k$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

12. La siguiente figura muestra un tejado a dos aguas. La superficie ABCD es un rectángulo. El ángulo ADE es de  $55^\circ$ . La altura del tejado, AF, es de 3m y la longitud DC es de 7 m.



- (a) Calcule AD.
- (b) Calcule la longitud de la diagonal DB.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

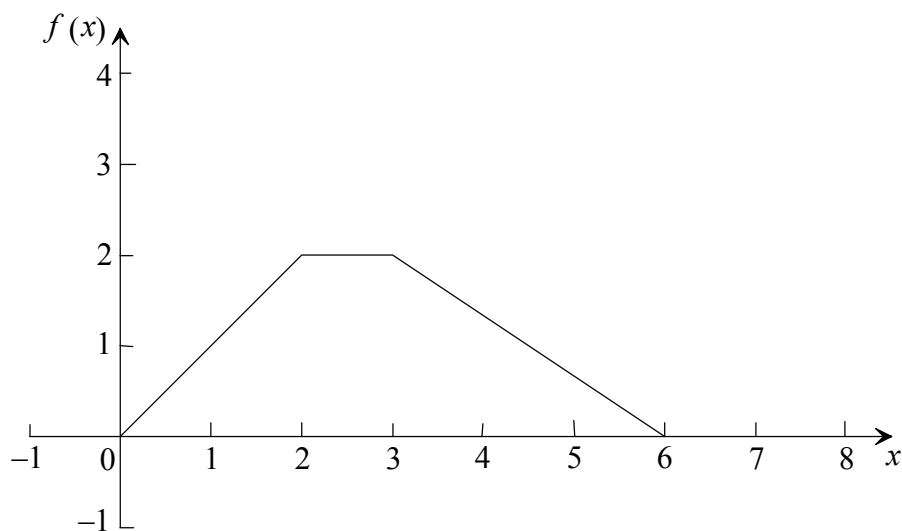
(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

13. A continuación se muestra la gráfica de una función  $y = f(x)$  para  $x$  entre  $x = 0$  y  $x = 6$ .

La función  $f(x)$  está definida por  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ a & \text{si } 2 < x \leq 3, \\ mx + c & \text{si } 3 < x \leq 6 \end{cases}$

siendo  $a$ ,  $c$  y  $m$  constantes.



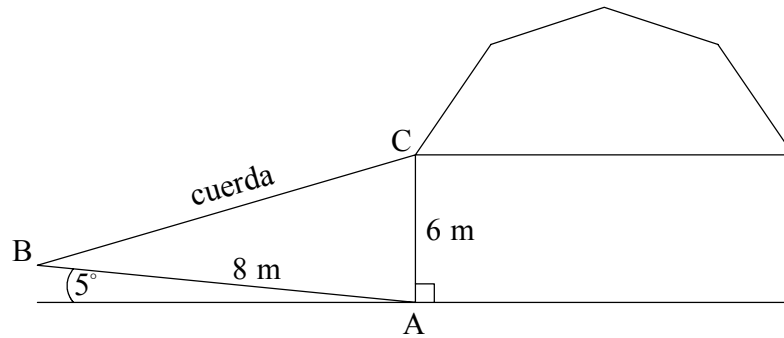
- (a) Halle el valor de  $a$ .
- (b) Escriba **dos** ecuaciones que tengan por incógnitas las dos constantes  $m$  y  $c$ .
- (c) A partir de aquí o de otra manera, calcule los valores de  $m$  y  $c$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

14. La siguiente figura muestra la vista lateral de una carpa. El lado AC de la carpa tiene una altura de 6 m. Entre A y B, el suelo tiene una inclinación hacia arriba desde la base de la carpa en el punto A, formando un ángulo de  $5^\circ$  con la horizontal. La carpa está sujeta al suelo mediante una cuerda en el punto B, a una distancia de 8 m de su base.



- (a) Calcule el ángulo BAC.
- (b) Calcule la longitud de la cuerda, BC.
- (c) Calcule el ángulo CBA que forma la cuerda con el suelo inclinado.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

15. Un grupo de estudiantes ha medido las alturas de 90 árboles. La clase calcula que la altura media es  $\bar{x} = 12,4$  m con una desviación típica  $s = 5,35$  m. Uno de los estudiantes observa que dos de las medidas, 44,5 m y 43,2 m, son demasiado grandes y tienen que ser incorrectas.

(a) ¿Cuántas desviaciones típicas se aleja el valor 44,5 de la media 12,4?

Las medidas incorrectas de 44,5 m y 43,2 m deben ser eliminadas del conjunto de datos.

(b) Calcule el nuevo valor de  $\bar{x}$  después de haber eliminado esos dos valores.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_