



ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Numéro du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--

Jeudi 6 mai 2004 (après-midi)

1 heure

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de candidat dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé.
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, les réponses numériques devront être exactes ou à trois chiffres significatifs près.
- Veuillez indiquer la marque et le modèle de votre calculatrice dans les cases appropriées sur la page de couverture (par exemple, Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Le maximum des points sera attribué aux réponses correctes. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Si cela est nécessaire, les calculs peuvent être poursuivis en dessous de la case réservée à la réponse. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphes dans votre réponse.

1. Le tableau des effectifs cumulés ci-dessous donne les âges de 200 étudiants d'une faculté.

Âge	Nombre d'étudiants	Effectifs cumulés
17	3	3
18	72	75
19	62	137
20	31	m
21	12	180
22	9	189
23-25	5	194
> 25	6	n

- (a) Quelles sont les valeurs de m et n ?
- (b) Combien d'étudiants ont moins de 20 ans ?
- (c) Trouvez la valeur en années du premier quartile.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

2. Soit $U = \left\{ -4; -\frac{2}{3}; 1; \pi; 13; 26,7; 69; 10^{33} \right\}$.

A est l'ensemble de tous les entiers contenus dans U .

B est l'ensemble de tous les nombres rationnels contenus dans U .

- (a) Listez tous les nombres premiers contenus dans U .
- (b) Listez tous les éléments de A .
- (c) Listez tous les éléments de B .
- (d) Listez tous les éléments de l'ensemble $A \cap B$.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) _____

(d) _____

3. Soit p et q les propositions :

p : Sarah mange beaucoup de carottes.

q : Sarah peut voir bien dans le noir.

Écrivez avec des mots les propositions suivantes.

(a) $p \Rightarrow q$.

(b) $\neg p \wedge q$.

(c) Écrivez la proposition suivante sous forme symbolique.

Si Sarah ne peut pas voir bien dans le noir, alors elle ne mange pas beaucoup de carottes.

(d) Est-ce que la proposition de la partie (c) est l'inverse, la réciproque ou la contraposée de la proposition de la partie (a) ?

Résolution :

Réponses :

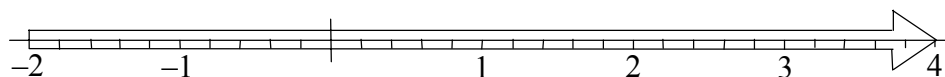
(a) _____

(b) _____

(c) _____

(d) _____

4. (a) Résolvez l'inéquation $3x - 7 \leq 2$.
- (b) Résolvez l'inéquation $-x < -2$.
- (c) Les inéquations des parties (a) et (b) décrivent deux régions de la droite réelle. Sur la droite réelle ci-dessous, figurez l'**intersection** de ces deux régions.

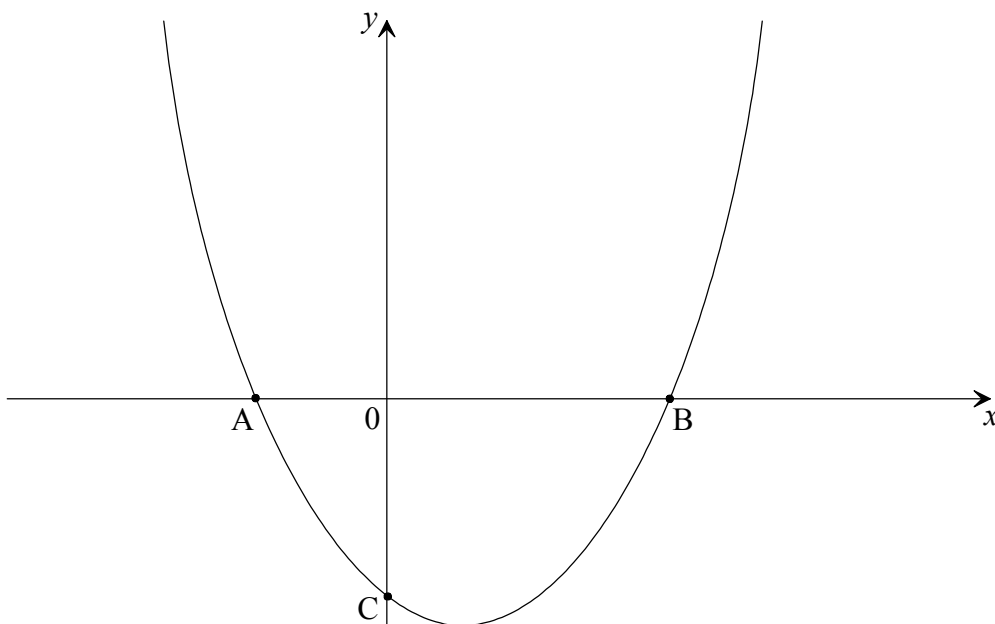


Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____

5. La courbe représentant la fonction $y = x^2 - x - 2$ est tracée ci-dessous.



- (a) Donnez les coordonnées du point C.
- (b) Calculez les coordonnées des points A et B.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

6. Kurt veut investir 2 000 Euros dans un compte d'épargne pour son nouveau petit-fils.
- (a) Calculez la valeur de l'investissement de Kurt après 18 ans sur la base **d'un taux d'intérêt simple annuel** de 4 %.

Inge parle à Kurt d'un meilleur compte d'épargne qui offre un taux d'intérêt *annuel* de 3,6 % **composé mensuellement**.

- (b) En donnant votre réponse à l'Euro le plus proche, calculez la valeur de l'investissement de Kurt après 18 ans s'il suit le conseil de Inge.

Résolution :

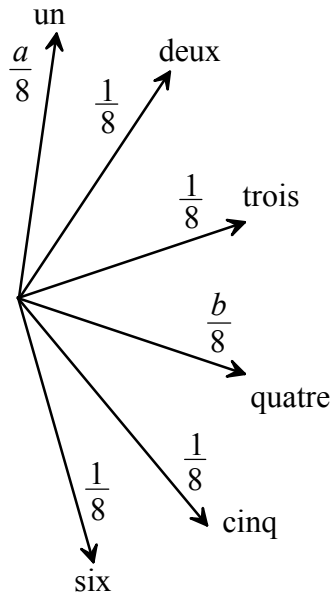
Réponses :

(a) _____

(b) _____

7. Deux dés identiques ont des faces numérotées de un à six. **Les dés sont pipés.** Tous les nombres sauf le quatre ont une même probabilité d'apparaître sur la face supérieure. Le quatre a trois fois plus de chances d'apparaître sur la face supérieure que chacun des autres nombres.

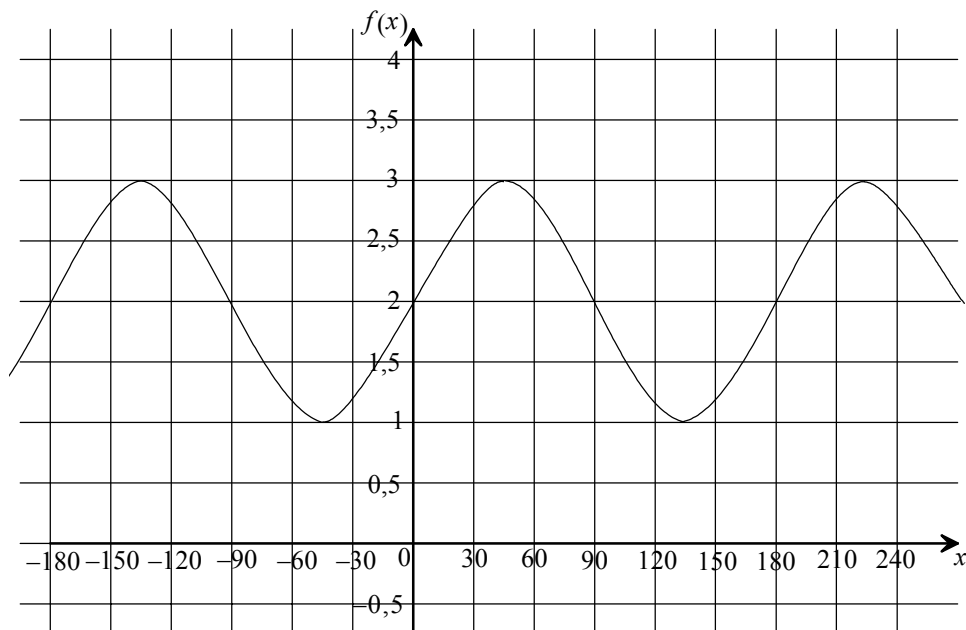
Le schéma en arbre ci-dessous montre quelques-unes des probabilités.



- (a) Trouvez les valeurs de a et b dans le schéma.
- (b) Les deux dés sont jetés. Calculez la probabilité que les deux quatre apparaissent sur les faces supérieures.
- (c) L'un des dés est jeté une fois. Le résultat n'est ni deux ni trois. Quelle est la probabilité que ce soit un six ?

<p><i>Résolution :</i></p>	<p><i>Réponses :</i></p>
	(a) _____
	(b) _____
	(c) _____

8. La courbe représentée dans la figure ci-dessous est une partie de la courbe représentant la fonction $f(x) = 2 + \sin(2x)$, où x est mesuré en degrés.



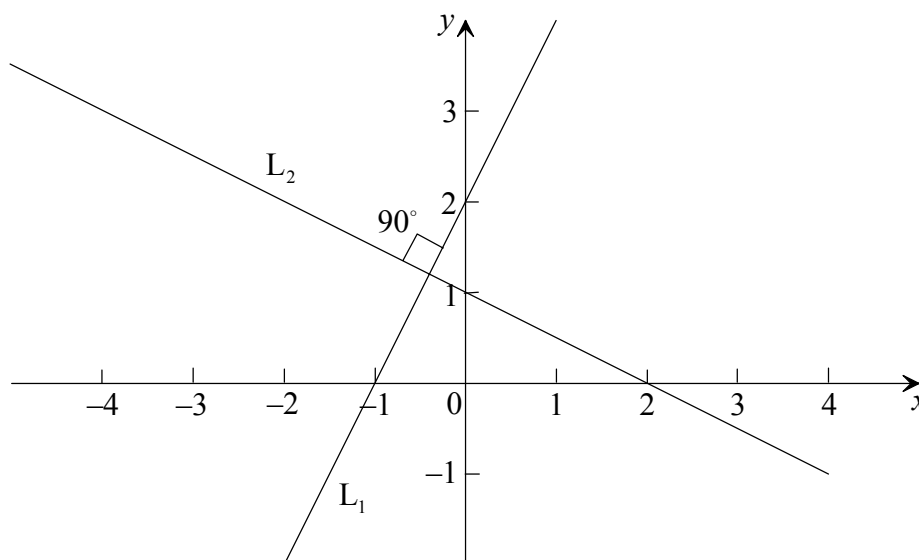
- Trouvez le codomaine de $f(x)$.
- Trouvez l'amplitude de $f(x)$.
- Trouvez la période de $f(x)$.
- Si l'on change la fonction en $f(x) = 2 + \sin(4x)$, quel est l'effet sur la période, par rapport à la période de la fonction originale ?

Résolution :

Réponses :

- _____
- _____
- _____
- _____

9. Dans la figure ci-dessous, un étudiant a tracé deux droites L_1 et L_2 et a marqué l'angle qu'elles forment comme un angle droit. L'étudiant a tracé l'une de ces droites incorrectement.



Considérez L_1 d'équation $y = 2x + 2$ et L_2 d'équation $y = -\frac{1}{4}x + 1$.

- Donnez les pentes de L_1 et L_2 , **en utilisant les équations données**.
- Laquelle des deux droites a été tracée incorrectement par l'étudiant ?
- Comment pouvez-vous dire d'après la réponse à la partie (a) que l'angle entre L_1 et L_2 ne devrait pas être 90° ?
- Tracez la représentation correcte de la droite incorrectement tracée sur la figure.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) _____

10. Arthur doit calculer la valeur d'une expression trigonométrique. Il utilise sa calculatrice pour trouver la valeur de r donnée par $r = \frac{1}{\sin(86^\circ) - \sin(85^\circ)}$.

- (a) Calculez la valeur de r , avec trois chiffres significatifs.
- (b) Arthur fait l'erreur d'arrondir à trois chiffres significatifs les deux sinus **avant** de calculer leur différence. Calculez la valeur de r trouvée par Arthur. Appelez cette valeur r_A .
- (c) Calculez l'erreur relative E dans le calcul d'Arthur, donnée en pourcentage par la formule

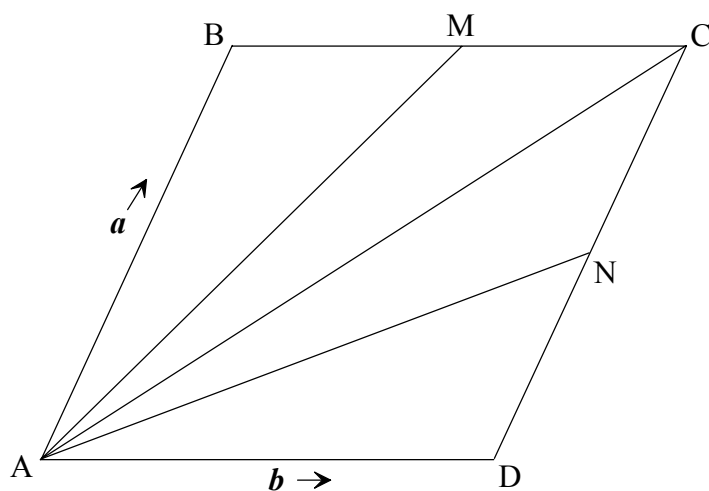
$$E = \frac{100(r - r_A)}{r}.$$

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

11. Dans la figure ci-dessous, un parallélogramme a deux de ses côtés donnés par les vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b} comme indiqué. Le milieu du côté BC est M et le milieu du côté DC est N.



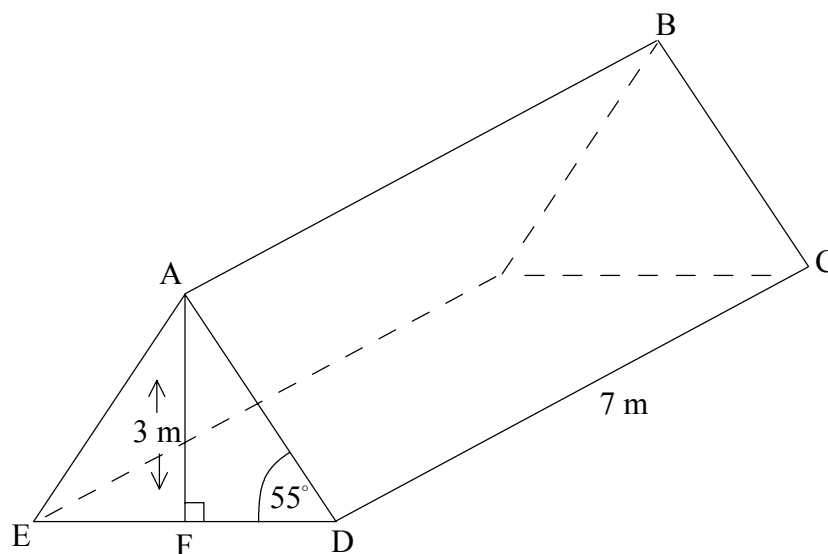
- (a) Écrivez une expression de la diagonale \vec{AC} en fonction de \mathbf{a} et \mathbf{b} .
- (b) Étant donné que $\vec{AM} = \mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$, écrivez une expression du vecteur \vec{AN} en fonction de \mathbf{a} et \mathbf{b} .
- (c) Si $\vec{AM} + \vec{AN} = k\vec{AC}$, ($k \in \mathbb{Q}$), trouvez k .

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

12. La figure suivante représente un toit en pente. La surface ABCD est un rectangle. L'angle ADE est de 55° . La hauteur verticale du toit, AF, est de 3 m et la longueur DC est de 7 m.



- (a) Calculez AD.
- (b) Calculez la longueur de la diagonale DB.

Résolution :

Réponses :

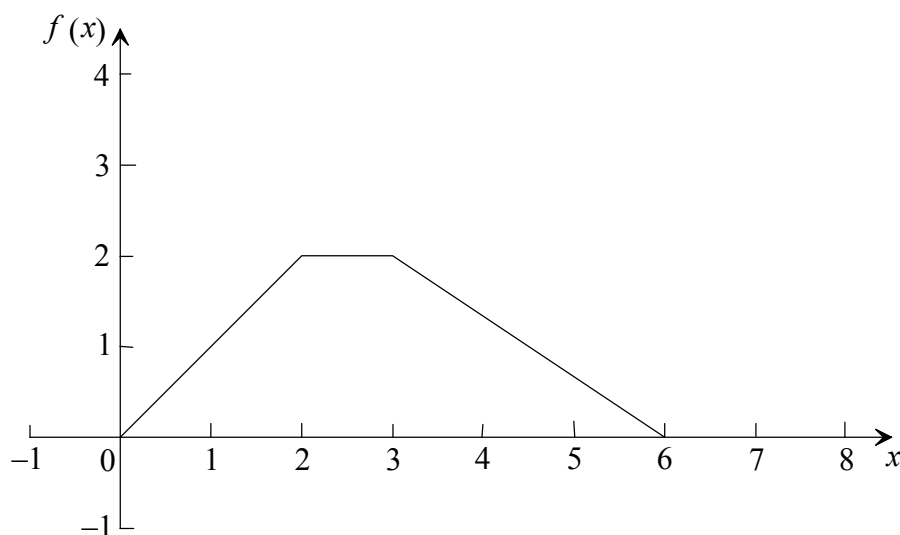
(a) _____

(b) _____

13. Le diagramme ci-dessous représente la courbe d'une fonction définie $y = f(x)$ pour x variant $x = 0$ et $x = 6$.

La fonction $f(x)$ est définie par $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ a & \text{si } 2 < x \leq 3, \\ mx + c & \text{si } 3 < x \leq 6 \end{cases}$

où a , c et m sont des constantes.



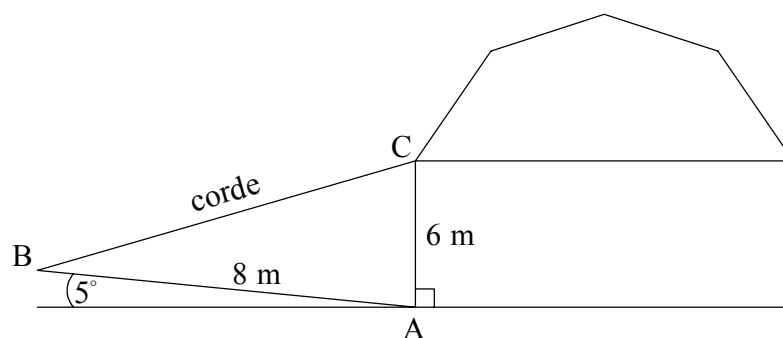
- (a) Déterminez la valeur de a .
- (b) Trouvez **deux** équations satisfaites par les constantes m et c .
- (c) A partir de là ou autrement, calculez les valeurs de m et c .

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

14. Le diagramme ci-dessous représente la vue latérale d'une tente. Le côté AC de la tente a 6 m de haut. Le terrain AB est en pente ascendante depuis le point A, au bas de la tente, selon un angle de 5° avec l'horizontale. La tente est attachée par une corde au sol au point B, qui est à 8 m de distance de sa base.



- (a) Calculez la mesure de l'angle BAC.
- (b) Calculez la longueur de la corde, BC.
- (c) Calculez la mesure de l'angle CBA que la corde fait avec le terrain en pente.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

15. Un groupe d'étudiants a mesuré les hauteurs de 90 arbres. La classe a calculé que la hauteur moyenne était $\bar{x} = 12,4$ m avec un écart-type $s = 5,35$ m. Un étudiant remarque que deux des mesures, 44,5 m et 43,2 m sont beaucoup trop grandes et qu'elles doivent être fausses.

(a) À combien d'écart-types la valeur 44,5 est-elle de la moyenne 12,4 ?

Les mesures fausses, 44,5 m et 43,2 m, doivent être enlevées des données.

(b) Calculez la nouvelle valeur de \bar{x} après que l'on ait enlevé les deux valeurs indésirables.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____